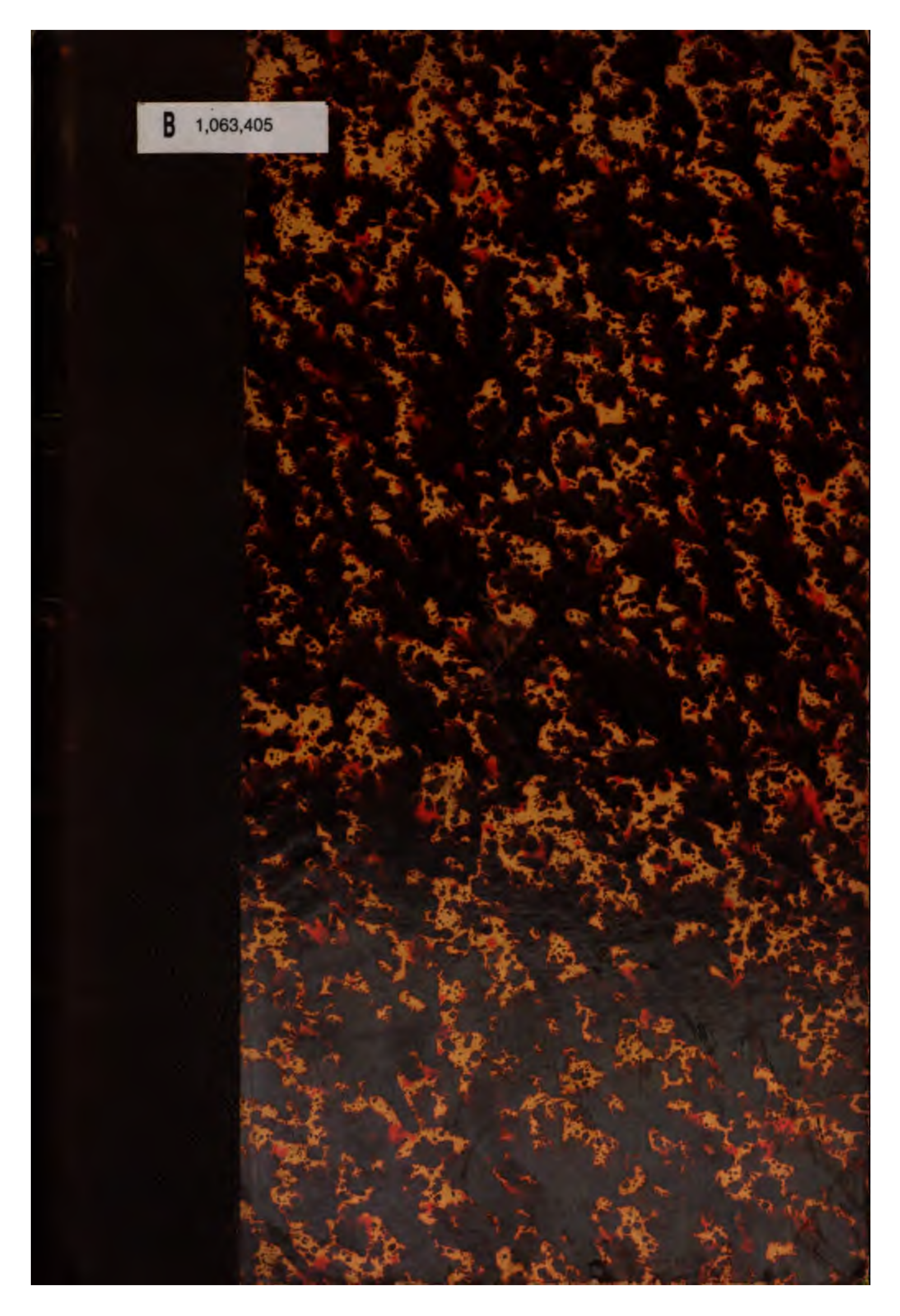


B 1,063,405


1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



MÉMOIRES

DE LA SOCIÉTÉ DES

SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

MÉMOIRES

DE LA SOCIÉTÉ

DES SCIENCES

PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

5e Série

TOME I

PARIS

GAUTHIER-VILLARS & FILS

IMPRIMEURS-LIBRAIRES DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU DES LONGITUDES, SUCCESSEURS DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

A BORDEAUX

CHEZ FERET ET FILS, LIBRAIRES

15, cours de l'Intendance, 15

1896

LISTE

DES

PRÉSIDENTS ET VICE-PRÉSIDENTS DE LA SOCIÉTÉ

de 1853 à 1896

ANNÉE	PRÉSIDENT	VICE-PRÉSIDENT
1853-1854	BAZIN.	DELBOS.
1854-1855	BAZIN.	»
1855-1856	BAZIN.	»
1856-1857	ORÉ.	»
1857-1858	BAUDRIMONT.	»
1858-1859	BAZIN.	»
1859-1860	BAUDRIMONT.	»
1860-1861	ABRIA.	»
1861-1862	LESPIAULT.	ORÉ.
1862-1863	BAUDRIMONT.	ROYER.
1863-1864	ORÉ.	AZAM.
1864-1865	AZAM.	ROYER.
1865-1866	ROYER.	H. GINTRAC.
1866-1867	H. GINTRAC.	O. DE LACOLONGE.
1867-1868	O. DE LACOLONGE.	GLOTIN.
1868-1869	GLOTIN.	JEANNEL.
1869-1870	LINDER.	DELFORTERIE.
1870-1871	LINDER.	DELFORTERIE.
1871-1872	DELFORTERIE.	ABRIA.
1872-1873	ABRIA.	RATHEAU.
1873-1874	BAUDRIMONT.	SERRÉ-GUINO.
1874-1875	SERRÉ-GUINO.	BAYSSELLANCE.
1875-1876	BAYSSELLANCE.	LOQUIN.

ANNÉE	PRÉSIDENT	VICE-PRÉSIDENT
1876-1877	LOQUIN.	HAUTREUX.
1877-1878	HAUTREUX.	E. BOUTAN.
1878-1879	E. BOUTAN.	MICÉ.
1879-1880	DUPUY.	MILLARDET.
1880-1881	MILLARDET.	DE LAGRANDVAL.
1881-1882	DE LAGRANDVAL.	G. RAYET.
1882-1883	G. RAYET.	FOURNET.
1883-1884	G. RAYET.	FOURNET.
1884-1885	G. RAYET.	FOURNET.
1885-1886	G. RAYET.	BOUCHARD.
1886-1887	G. RAYET.	BOUCHARD.
1887-1888	G. RAYET.	AZAM.
1888-1889	G. RAYET.	TANNERY.
1889-1890	TANNERY.	GAYON.
1890-1891	AZAM.	GAYON.
1891-1892	DUPUY.	GAYON.
1892-1893	DROGUET.	BLAREZ.
1893-1894	BAYSSELLANCE.	BLAREZ.
1894-1895	BLAREZ.	HAUTREUX.
1895-1896	DE LAGRANDVAL.	HAUTREUX.

LISTE DES MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ

pendant l'année 1895-1896.

Composition du Bureau pour l'année 1895-1896.

MM. FOURNET, ✪ A., *Président honoraire.*
DE LAGRANDVAL, ✻, *Président.*
HAUTREUX, ✻, *Vice-Président.*
RAYET, ✻, *Secrétaire général.*
CROIZIER, ✻, } *Secrétaires adjoints.*
HUGOT, }
BRUNEL, *Archiviste.*
CHEVALLIER, *Trésorier.*
GAYON, ✻,
MILLARDET, ✻,
FIGUIER, } *Membres du Conseil.*
PÉREZ, ✻,
BAYSSELLANCE, O. ✻,
BOUCHARD, O. ✻,
MORISOT,
JOLYET,
LESPIAULT, ✻,
ELLIE,
BLAREZ,
DROGUET, ✻,

Membres titulaires (1).

MM. AIGNAN, inspecteur d'Académie.
*ASTOR, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.
AUGER, professeur à la Faculté des Sciences.
AUGIS, ✻, ingénieur de la Compagnie du Midi.
AVRIL, ✻, ingénieur de la Compagnie du Gaz.
BARCKHAUSEN, O. ✻, professeur à la Faculté de Droit.
BARTHE, professeur à la Faculté de Médecine.
BAYSSELLANCE, O. ✻, ingénieur des Constructions navales en retraite, ancien maire de Bordeaux.
BERGONIÉ, professeur à la Faculté de Médecine.
BICHON, licencié ès sciences.
BLAREZ, professeur à la Faculté de Médecine.
BORDIER, docteur-médecin, à Lyon.
BOUCHARD, O. ✻, professeur à la Faculté de Médecine.
BOULOUCH, professeur au Lycée.
BOUTINEAU, pharmacien-major de 1re classe.

(1) Les membres dont le nom est précédé d'un astérisque sont membres à vie.

MM. BRUNEL, professeur de calcul infinitésimal à la Faculté des Sciences.
CAGNIEUL, ancien préparateur à la Faculté des Sciences.
CARDE, ingénieur civil.
CARLES, agrégé à la Faculté de Médecine.
CARMIGNAC-DESCOMBES, ingénieur des Manufactures de l'État à Morlaix.
CARON, professeur de Mathématiques au Lycée en retraite.
CAUBET, chef de travaux à la Faculté des Sciences.
CHADU, professeur de Mathématiques au Lycée.
CHAVANNAZ, licencié ès sciences, docteur en médecine.
CHENEVIER, chimiste au Chemin de fer du Midi.
CHEVALLIER, préparateur à la Faculté des Sciences.
CHEVASTELON, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.
COLOT, licencié ès sciences, professeur de Mathématiques.
CROIZIER, ✱, capitaine en retraite.
DELMAS, ✱, docteur en médecine, direct. de l'hydrothérapie des Hôpitaux.
DELMAS, ancien élève de l'École polytechnique.
DENIGÈS, professeur à la Faculté de Médecine.
DEVAUX, professeur à la Faculté des Sciences.
DOUBLET, aide-astronome à l'Observatoire.
DROGUET, ✱, directeur des postes et télégraphes en retraite.
DUBOURG, chimiste à la Douane.
DUHEM, professeur à la Faculté des Sciences.
DUPOUY, préparateur à la Faculté de Médecine.
DURÈGNE, ingénieur au Télégraphe.
ELGOYHEN, négociant-propriétaire.
ELLIE, ingénieur civil.
FALLOT, professeur de géologie à la Faculté des Sciences.
FAVREL, préparateur à la Faculté de Médecine.
FIGUIER, ✱, professeur à la Faculté de Médecine.
FOUGEROUX, percepteur des Contributions directes.
GADEN, négociant.
GAULNE (DE), propriétaire.
*GAYON, ✱, professeur de Chimie à la Faculté des Sciences, chimiste en chef à la Douane.
GELBLUM, ingénieur-agronome.
GENDRON, électricien.
GOGUEL, chargé de conférences à la Faculté des Sciences.
GOUTTES, inspecteur divisionnaire du travail à Bordeaux.
GOSSART, professeur à la Faculté des Sciences.
GOUTTES, inspecteur divisionnaire du Travail.
GUESTIER (Daniel), négociant.
GUIMARAES, officier du Génie portugais.
HADAMARD, professeur de mécanique à la Faculté des Sciences.
HAUSSER, O. ✱, ingénieur en chef des Chemins de fer du Midi.
HAUTREUX, ✱, lieutenant de vaisseau, directeur des mouvements du port en retraite.
HUGOT, chef de travaux à la Faculté des Sciences.

MM. ISSALY (l'abbé), licencié ès sciences mathématiques.
JOANNIS, professeur à la Faculté des Sciences de Paris.
JOLYET, professeur à la Faculté de Médecine.
JOUET, propriétaire.
KOWALSKI, professeur de Mathématiques.
KÜNSTLER, professeur à la Faculté des Sciences.
LABAT, ✻, ingénieur des constructions maritimes, député de la Gironde.
LABORDE, préparateur de la Station agronomique.
LACROIX, professeur de Mathématiques au Lycée.
LAGACHE, ingénieur des Arts et Manufactures.
LAGRANDVAL (DE), ✻, professeur honoraire de Mathématiques spéciales au Lycée.
LAMEY, chimiste.
LANDE, ✻, agrégé à la Faculté de Médecine, médecin adjoint des hôpitaux.
LASSERRE, préparateur à la Faculté des Sciences.
LAVERGNE (comte DE), ✻, propriétaire.
*LESPIAULT, ✻, doyen honoraire de la Faculté des Sciences.
LAPORTE (Michel), ancien professeur de Mathématiques.
MICÉ, ✻, recteur de l'Académie de Clermont.
MILLARDET, ✻, correspondant de l'Institut, professeur de Botanique à la Faculté des Sciences.
MORISOT, professeur à la Faculté des Sciences.
PALMADE, professeur au Lycée.
PÉREZ, ✻, professeur de Zoologie à la Faculté des Sciences.
PETIT, docteur ès Sciences naturelles, chef des travaux de botanique à la Faculté des Sciences.
PICART, astronome adjoint à l'Observatoire, chargé de cours à la Faculté des Sciences.
PIÉCHAUD, agrégé à la Faculté de Médecine.
PIONCHON, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.
PRÉVOST, ingénieur civil des Mines.
RAGAIN, licencié ès sciences, professeur de dessin graphique au Lycée.
RAYET (G.), O. ✻, correspondant de l'Institut, doyen de la Faculté des Sciences, directeur de l'Observatoire de Bordeaux.
RIVIÈRE, préparateur à la Faculté de Médecine.
ROCH, chimiste.
RODBERG, ingénieur-directeur de la Compagnie du Gaz.
RODIER, professeur au Lycée, directeur du Jardin botanique.
ROZIER, professeur de Mathématiques.
SANSON, professeur de Mathématiques au Lycée.
DE SAINT-MARTIN, propriétaire.
*TANNERY (P.), ingénieur des Manufactures de l'État, à Paris.
TURPAIN, préparateur à la Faculté des Sciences.
VALLANDÉ (DE), licencié ès sciences.
VERGELY, ✻, professeur à la Faculté de Médecine.
VÈZES, professeur à la Faculté des Sciences.

Membres honoraires.

MM. DARBOUX (G.), ✻, membre de l'Institut, doyen de la Faculté des Sciences de Paris.

DE TILLY, major d'Artillerie, directeur de l'arsenal d'Anvers.

FORTI (Angelo), ancien profess. de Mathématiques au Lycée Royal de Pise.

FRENET, ✻, professeur honoraire à la Faculté des Sciences de Lyon, à Périgueux.

KOWALSKI, directeur de l'Observatoire de l'Université impériale de Kazan (Russie).

LINDER, O. ✻, inspecteur général des Mines, à Paris.

RUBINI (R.), professeur à l'Université Royale de Naples.

Membres correspondants.

MM. ANDREEFF, professeur à l'Université de Kharkof.

ARDISSONE, professeur de Botanique à l'École Royale d'Agriculture de Milan.

ARIÈS, capitaine du Génie.

BJERKNES, professeur à l'Université de Christiania.

CURTZE (Max.), professeur au Gymnase de Thorn.

DILLNER (G.), professeur à l'Université d'Upsal.

ÉLIE, professeur au collège d'Abbeville.

ERNST (A.), professeur d'Histoire naturelle à l'Université de Caracas.

GARBIGLIETTI, docteur en médecine, à Turin.

GAUTHIER-VILLARS, O. ✻, ancien élève de l'École Polytechnique, libraire éditeur, à Paris.

GOMES TEIXEIRA (F.), professeur à l'Université de Coimbre.

GRAINDORGE, professeur à l'École des Mines, à Liège.

GÜNTHER (Dr. Sig.) professeur au Gymnase d'Ansbach.

HAILLECOURT, inspecteur d'Académie en retraite, à Périgueux.

HAYDEN, géologue du Gouvernement des États-Unis.

IMCHENETSKY, membre de l'Académie Impériale de Saint-Pétersbourg.

LAISANT, ✻, ancien officier du Génie, député de la Loire-Inférieure.

MUELLER (baron Ferd. von), membre de la Société Royale de Londres, directeur du Jardin Botanique de Melbourne (Australie).

PEAUCELLIER, O. ✻, général du génie.

PICART, professeur de Botanique en retraite, à Marmande (Lot-et-Garonne).

PONSOT (Mme), propriétaire aux Annereaux, près Libourne.

ROIG Y TORRES (D. Rafael), naturaliste à Barcelone, directeur de la *Crónica Científica.*

ROUX, ✻, docteur en Médecine, à Paris.

TRÉVISAN DE SAINT-LÉON (comte DE), à Milan.

WEYR (Éd.), professeur à l'Université de Prague.

CONTRIBUTION

A L'ÉTUDE

DES HYDRATES DE CARBONE

ÉTUDE CHIMIQUE ET PHYSIOLOGIQUE

de ceux contenus dans l'Ail, l'Échalotte et l'Oignon

PAR M. RAOUL CHEVASTELON,

CHEF DES TRAVAUX CHIMIQUES A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE BORDEAUX.

INTRODUCTION

Les végétaux colorés en vert par la chlorophylle décomposent seuls, à la lumière, l'acide carbonique de l'air et en assimilent le carbone pour former, entre autres corps importants, des hydrates de carbone.

La chlorophylle est nécessaire à ce phénomène d'assimilation, et, quelle que soit l'origine de cette substance, l'analyse spectrale démontre l'unité de sa composition.

Donc, les produits immédiats de son action sur l'acide carbonique sont les mêmes, quels que soient les végétaux; mais ces produits nous échappent, ainsi que le mécanisme de leurs transformations; nous ne connaissons que quelques résultantes, parmi lesquelles des hydrates de carbone.

Ceux-ci, formés dans les organes verts, sont en partie consommés, en partie mis en réserve par la plante sous forme non assimilable, et destinés à des usages ultérieurs.

L'amidon a été longtemps considéré par un grand nombre de physiologistes comme le premier hydrate de carbone tangible issu de l'action chlorophyllienne; quelques-uns sont encore de cet avis.

On constate en effet sa présence dans beaucoup de végétaux, mais il n'a pu être décelé ni dans les feuilles ni dans les

parties souterraines d'un certain nombre de liliacées, les *Allium* par exemple, où on ne connaît aucun autre hydrate de carbone insoluble dans le liquide cellulaire.

Dans ces végétaux, ce sont des corps solubles qui prennent naissance dans les feuilles et constituent dans les bulbes ou les caïeux la réserve hydrocarbonée.

M. A. Meyer (1) a constaté dans les feuilles d'oignon et de ciboulette l'existence de sucres réducteurs, sans définir leur composition. Dans les feuilles de yucca et de poireau, il a trouvé des corps appartenant aux groupes inuline et sucre de canne; mais il n'a déterminé ni la nature des hydrates de réserve ni les relations pouvant exister entre eux et ceux formés dans les feuilles.

Je me suis proposé, pour compléter ces recherches, d'étudier :

1° La nature des substances sucrées ou saccharifiables mises en réserve par quelques *Allium*, dans leurs bulbes ou leurs caïeux, au moment où ils passent à l'état de vie ralentie;

2° La nature des substances sucrées ou saccharifiables contenues, à différents moments, dans les différentes parties de ces végétaux lorsqu'ils se développent dans les conditions normales (2);

3° De rechercher les relations pouvant exister entre celles formées dans les feuilles et celles mises en réserve dans les parties souterraines.

Le présent travail se divise en cinq chapitres :

Chapitre I. — Méthode d'extraction des hydrates de carbone solubles dans le liquide cellulaire.

Chapitre II. — Étude des caïeux d'ail.

Mode de préparation et propriétés d'un corps nouveau rencontré dans l'ail.

---

(1) A. Meyer, *Bot. Zeit.*, 1885.

(2) On sait que des végétaux normalement dépourvus d'amidon peuvent en former lorsqu'on les place à la lumière dans une atmosphère plus riche que l'air en acide carbonique.

CHAPITRE III. — Études des bulbes d'échalotte et d'oignon. Les hydrates de carbone non réducteurs contenus dans ces bulbes sont différents de celui trouvé dans l'ail et nouveaux également.

CHAPITRE IV. — Recherche dans les bulbes ou rhizomes d'autres monocotylédones voisins des *Allium,* des hydrates de carbone rencontrés dans ces derniers.

CHAPITRE V. — Nature et dosage des substances sucrées ou saccharifiables contenues dans les différentes régions d'un *Allium* (ail, échalotte, oignon) et dans ces végétaux à différents degrés de développement.

CONCLUSIONS GÉNÉRALES.

Ces recherches ont été exécutées dans le laboratoire de chimie organique de la Faculté des sciences de Bordeaux.

Qu'il me soit permis d'exprimer ici à M. Gayon ma profonde gratitude pour la bienveillance qu'il m'a toujours témoignée.

CHAPITRE I

Méthode d'extraction des hydrates de carbone solubles dans le liquide cellulaire.

Dans les cellules végétales vivantes et à l'état physiologique, le liquide cellulaire est emprisonné dans le protoplasma et ne peut en être séparé facilement par de simples procédés mécaniques. Malgré la division préalable des tissus en petits fragments et l'emploi de presses puissantes, malgré la rupture des membranes cellulaires, ces deux éléments restent toujours mélangés et constituent un liquide épais, visqueux, difficile à filtrer, même à l'aide du vide. La purification de ce liquide par filtration est par suite longue et pénible, et l'on peut craindre pendant ce temps des modifications chimiques dues aux diastases, au protoplasma lui-même ou à des microbes qui en altèrent profondément la composition primitive.

Ces difficultés n'existent pas lorsque le protoplasma a été préalablement coagulé, parce qu'alors le suc cellulaire sort aisément des cellules soit par diffusion, soit après rupture des membranes ; il est plus fluide, plus pur et plus propre à une analyse rapide.

Pour produire cette coagulation, on ne peut employer ni la chaleur ni les corps susceptibles de réagir sur le liquide cellulaire et d'en changer la constitution. On réussit bien avec l'éther, le chloroforme, le sulfure de carbone, qui sont des liquides stables, peu solubles dans les sucs végétaux, sans action chimique sur eux et qui, en outre, sont très volatils et faciles par suite à éliminer.

C'est l'éther qui m'a donné les meilleurs résultats et que j'ai exclusivement employé dans mes recherches.

La méthode, d'ailleurs très simple, à laquelle j'ai été conduit,

et basée sur les propriétés coagulantes de l'éther vis-à-vis du protoplasma, n'est pas nouvelle. Elle a été indiquée pour la première fois, sous le nom de diœthéralyse, en 1876, par Legrip (1); mais l'auteur ne semble pas avoir soupçonné le principal rôle de l'éther dans le phénomène.

Voici comment on procède : On découpe les plantes ou parties de plantes à étudier en petits fragments que l'on projette immédiatement dans un flacon à moitié rempli d'éther; on ferme le flacon et l'on agite de temps en temps pour mettre les fragments solides en contact avec l'éther, puis on laisse reposer.

On ne tarde pas à voir couler au fond du flacon un liquide lourd, insoluble dans l'éther, tandis que les portions de végétal rendues plus légères flottent à la surface du liquide aqueux tout en restant immergées dans l'éther; en même temps, elles changent d'aspect et de consistance : elles deviennent translucides, friables et faciles à presser.

Lorsque le volume du liquide aqueux n'augmente plus, on le sépare de l'éther surnageant, on presse les fragments, on ajoute le jus au précédent et l'on obtient, même sans filtrer, une liqueur limpide qui n'est autre que le liquide cellulaire.

Ainsi préparé, ce liquide peut être conservé indéfiniment dans des récipients clos; il est stérilisé pour les microbes et les moisissures par l'éther dissous, et ne peut éprouver d'autres modifications que celles qu'apporte le temps.

Grâce à cette méthode, on peut étudier les végétaux ou parties de végétaux en voie de développement; ils sont, pour ainsi dire, surpris dans la vie et ne peuvent plus être le siège d'aucun phénomène physiologique venant encore compliquer leur étude. Le liquide recueilli a, très vraisemblablement, du moins au point de vue des hydrates de carbone solubles, la composition de celui contenu dans les cellules de la plante vivante.

---

(1) Legrip, *Répertoire de Pharmacie*, 1876.

Enfin, la méthode est applicable à toutes parties d'un être organisé renfermant un liquide: j'ai pu extraire des liquides du foie, du poumon, du cerveau.

Dans l'étude que j'ai entreprise, l'éther rend d'autres services : en effet, les Allium renferment des huiles essentielles qui auraient de l'influence sur la réduction des sucres, et ces substances sont en grande partie enlevées par l'éther.

Ainsi, celui qui a été en contact avec l'ail abandonne par évaporation l'essence mélangée d'une petite quantité d'huile fixe. Cette essence est, on le sait, un éther sulfhydrique de l'alcool allylique dépourvu de pouvoir rotatoire; mais chauffé avec la liqueur de Fehling, il est partiellement saponifié, et l'acide sulfhydrique qui entrait dans sa constitution réagissant sur le sel de cuivre que renferme la liqueur, donne un précipité de sulfure de cuivre.

Celui qui a séjourné avec l'oignon et l'échalotte laisse comme résidu, après évaporation, un corps amorphe de couleur jaune verdâtre, ayant une odeur moins marquée que celle des bulbes eux-mêmes. Cette odeur s'atténue à l'air au bout de quelques jours, et on perçoit alors assez nettement celle d'huile rance. On avait donc un mélange d'huile essentielle et d'huile fixe.

Une solution alcoolique de ce mélange est sans action sur la lumière polarisée, mais jouit de propriétés réductrices très marquées.

Ainsi, elle réduit, à chaud, les sels d'argent, d'or et même de platine; elle fait passer au vert la solution bleue de sulfate de cuivre.

Elle donne avec l'acétate neutre ou basique de plomb, surtout à chaud, un très beau précipité rouge orangé. Cette particularité n'avait pas échappé à Fourcroy et Vauquelin [1] dans une étude sur l'oignon qu'ils firent en 1807.

---

[1] *Sur l'analyse chimique de l'oignon.* — Fourcroy et Vauquelin, *Annales de chimie*, t. LXV, p. 161, 1808.

Enfin, elle prend au contact d'une solution alcaline une coloration jaune assez intense.

Ce mélange a donc des propriétés différentes de celles que fournit l'essence d'ail, et deux au moins rendaient son élimination nécessaire, car la liqueur de Fehling est alcaline et elle renferme un sel de cuivre.

Procédés de recherche et de dosage des hydrates de carbone solubles dans le liquide cellulaire.

Traitement des liquides. — Dans le liquide aqueux, filtré ou non, débarrassé par le vide et une chaleur faible (30° environ) de la plus grande partie de l'éther dissous, on précipite les matières albuminoïdes et les corps pectiques par le sous-acétate de plomb en solution saturée.

Si la liqueur filtrée est encore trop colorée pour être observée au polarimètre, on la décolore par du noir animal lavé à l'acide et on filtre à nouveau.

Il peut arriver qu'au contact de l'air, une partie de l'oxyde de plomb se transforme en carbonate, et la liqueur se trouble. On obvie à cet inconvénient en faisant passer dans la liqueur un courant d'acide carbonique; on sépare par filtration le carbonate de plomb précipité. On évite ainsi le traitement par l'acide sulfhydrique, et pour chasser le gaz en excès, l'intervention de la chaleur (1).

Examen des liquides. — On mesure au moyen d'un polarimètre Laurent à pénombre, portant une graduation en degrés

---

(1) Le sulfure de carbone et l'éther de pétrole dissolvent mal les essences: c'est l'une des raisons qui m'ont fait renoncer à leur emploi; mais profitant de leurs propriétés négatives à ce point de vue, j'ai enlevé par le sulfure de carbone les huiles fixes que contient la masse pâteuse laissée par l'évaporation de l'éther; puis redissolvant dans l'alcool le résidu du traitement par le sulfure de carbone, et abandonnant la solution alcoolique à une évaporation lente sous une cloche, j'ai constaté la forme de cristaux jaunes; ces cristaux ont les propriétés du résidu éthéré brut et l'odeur marquée d'oignon et d'échalotte. Il sera donc possible d'étudier ce corps à l'état de pureté.

polarimétriques et une autre en divisions saccharimétriques, et à la lumière jaune du sodium, la rotation donnée par le liquide ainsi épuré et contenu dans un tube de 2 décimètres de longueur.

On dose les sucres réducteurs existants par la liqueur de Fehling titrée de manière que 10 centimètres cubes correspondent à $0^{gr},05$ de glucose.

On répète les mêmes opérations après hydratation par les acides.

Enfin, quand il y a lieu d'admettre que les sucres réducteurs sont constitués par un mélange de glucose et de lévulose, on a, pour calculer la proportion de chacun des sucres, les équations suivantes :

$$x + y = P,$$

$$\frac{100\,x}{g} - \frac{100\,y}{l} = \pm \rho,$$

dans lesquelles

x est le poids de glucose contenu dans le mélange,
y » » lévulose » » »
P le poids total des sucres réducteurs,
g » de glucose } qui, dissous dans 100 centimètres cubes d'eau, donnent une rotation
l » de lévulose } de 100 divisions saccharimétriques,
ρ la rotation observée en divisions saccharimétriques avec son signe.

On déduit de là

$$x = \frac{\rho l g}{100\,(l + g)} + \frac{Pg}{l + g},$$

$$y = P - x;$$

en prenant pour la température de 15°

(glucose) $[\alpha]_D = +\,52°,50 + 0,018796 \times p$ (1)
(lévulose) $[\alpha]_D = -\,92°,97,$

(1) p = poids de glucose contenu dans 100 centimètres cubes de liqueur.

et en effectuant les opérations, on tire

$$x = 0{,}6383\,P \pm 0{,}0748\,\rho,$$
$$y = P - x,$$

formules appliquées depuis longtemps dans le laboratoire de M. Gayon.

Afin d'éviter les corrections dues à l'influence de la température sur le pouvoir rotatoire du lévulose en particulier, on fait toutes les observations polarimétriques à des températures comprises entre 14°,5 et 15°,5.

On y arrive aisément de la manière suivante :

On entoure les tubes destinés à recevoir les liquides d'un manchon en liège de 1 centimètre environ d'épaisseur, formé de deux demi-cylindres réunis par un collier de caoutchouc ou de métal.

On les place ensuite à l'intérieur d'un calorimètre à double enceinte, de vingt litres de capacité et muni d'un couvercle; celui-ci est percé d'une ouverture par laquelle passe la tige d'un thermomètre plongeant dans l'un des tubes rempli d'eau.

Lorsque la température du laboratoire est supérieure à 15°, on met dans l'eau qui occupe l'espace annulaire du calorimètre quelques fragments de glace, qui la ramènent à 12° environ.

On retire alors tous les tubes, et lorsque le thermomètre marque 14°,5 environ, on procède à l'observation.

Enfin j'ai eu recours, pour rechercher la nature des hydrates de carbone non réducteurs, à l'emploi de levures pures, inversives et non inversives, que MM. Gayon et Dubourg ont bien voulu mettre à ma disposition.

CHAPITRE II

Étude des hydrates de carbone solubles contenus dans les caïeux d'ail à l'état de vie ralentie.

Un poids de 650 grammes de caïeux, soigneusement dépouillés de leurs enveloppes et découpés en petits fragments, a été traité par l'éther dans les conditions déjà décrites; au bout de quarante-huit heures on a séparé le liquide cellulaire accumulé au fond du flacon de l'éther surnageant; on a pressé les fragments de caïeux; à deux reprises on les a lavés avec de l'eau et pressés à nouveau.

Tous les liquides ainsi recueillis avaient un volume total de 1,400 centimètres cubes.

Après traitement au sous-acétate de plomb et décoloration de la liqueur par un peu de noir animal lavé, on en a fait l'analyse, qui a donné les résultats suivants :

	ROTATION en divis. saccharimétriq.	RÉDUCTION en glucose.
Avant l'action des acides..	— $35^{div},3$	traces
Après l'action des acides..	— $94^{div},0$	$11^{gr},11$ 0/0

En appliquant aux sucres réducteurs, formés sous l'action de l'acide chlorhydrique, la formule établie plus haut, on trouve qu'ils se décomposent en

Glucose = 0,06
Lévulose = 11,05

En négligeant les traces de glucose ainsi trouvé, on voit que l'hydratation n'a produit que du lévulose.

Or, le corps connu qui est transformé par les acides en lévulose est l'inuline; le liquide cellulaire extrait de l'ail

renfermait donc $11,11 \times \frac{9}{10} = 10$ grammes d'inuline pour 100 centimètres cubes de liquide analysé.

On peut même dire qu'il ne renfermait que de l'inuline, car, en adoptant, comme on le justifiera plus loin, la valeur

$$[\alpha] = -39^{\circ}$$

pour le pouvoir rotatoire de cette inuline, on en déduit qu'une solution de 1 gramme pour 100 centimètres cubes donne une rotation, en divisions saccharimétriques de — $3^{div},6$ et, par suite, que 10 grammes donneraient. . . . . — 36^{div}

La rotation observée étant . . . . — $35^{div},3$

La différence. . . . — $0^{div},7$

est négligeable.

D'après cela, les 650 grammes de caïeux renfermaient 140 grammes d'inuline, soit 215 grammes par kilogramme.

En appliquant le même traitement à des caïeux abandonnés quelque temps dans un endroit obscur, et dans lesquels la végétation avait repris (les pousses avaient de 1 centimètre à $1^{cm},5$ de long), on constate qu'il s'est formé des sucres réducteurs exclusivement constitués par du lévulose.

En effet, le liquide extrait donne :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides.....	— $70^{div. sacch.},2$	$3^{gr},61$ 0/0
Après l'action des acides.....	— 140^{div}	$16^{gr},27$ 0/0

d'où l'on déduit pour l'ensemble des sucres réducteurs la composition

Glucose = 0,09
Lévulose = 16,18

Les sucres réducteurs initiaux étaient donc du lévulose à peu près pur résultant de l'hydratation d'une partie de l'inuline.

Nous allons voir, après l'avoir isolée, que cette inuline est différente de celle retirée du topinambour ou du dahlia.

Préparation. — En 1815, Gauthier de Claubry (1), répétant les expériences de Rose (2) qui avait découvert l'inuline, constata que ce corps, comme l'amidon, formait avec la baryte un précipité insoluble dans l'eau de baryte en excès. Il concluait même que cette propriété, commune à l'inuline et à l'amidon, n'était pas suffisante pour identifier les deux corps.

M. Tanret (3) a basé sur cette propriété un procédé de préparation à l'état pur de l'inuline extraite du topinambour.

Ce procédé est également applicable à l'inuline de l'ail; il est préférable à celui que j'avais employé jusqu'alors.

Le liquide cellulaire extrait des caïeux d'ail, après le traitement à l'éther, est déféqué par le sous-acétate de plomb. Après filtration, on le décolore par du noir animal et on l'additionne ensuite d'un grand excès d'eau de baryte à saturation; il se forme un abondant précipité que l'on sépare par filtration. On lave celui-ci à l'eau de baryte et on l'essore à l'aide d'une essoreuse à force centrifuge.

On délaie la masse blanche, demi-solide, ainsi obtenue dans un faible volume d'eau, et on fait passer un courant d'acide carbonique pur.

Au bout de quelques instants, tandis que le carbonate de baryte est maintenu en suspension par l'agitation due au courant de gaz, la combinaison barytique d'inuline s'agglomère au fond du vase sous forme pâteuse, s'étirant facilement sans se rompre. Pour en opérer rapidement la dissolution, il faut malaxer constamment.

Lorsque la liqueur n'a plus qu'une réaction alcaline très faible, on la porte à l'ébullition pendant quelques minutes pour dissocier le bicarbonate de baryte existant dans la liqueur, et on filtre à chaud.

On ajoute à la liqueur filtrée, contenant l'inuline en dissolution, deux ou trois volumes d'alcool à 95°, puis de l'éther; il

(1) Gauthier de Claubry, *Ann. de chimie*, t. XCIV, p. 200, 1815.
(2) Rose Gehlen's, *Journ. der Chemie*, t. III, p. 217.
(3) Tanret, *C. R.*, 4 mars 1893.

se produit par l'agitation un trouble persistant; on laisse reposer pendant quelques heures et on voit se déposer un sirop épais renfermant la presque totalité de l'inuline (1).

On augmente s'il est nécessaire la proportion d'éther jusqu'à ce qu'une nouvelle affusion détermine seulement un léger trouble.

On décante ensuite le liquide hydro-éthéro-alcoolique; on agite le sirop avec un mélange d'alcool et d'éther, à volumes égaux, qui lui enlève encore une nouvelle quantité d'eau; après plusieurs opérations semblables, la masse est encore pâteuse; on pousse plus loin la déshydratation par des lavages à l'alcool absolu et ensuite à l'éther anhydre.

On obtient finalement des grumeaux solides, blancs, que l'on dessèche d'abord dans le vide sec, puis à 100°. Pour faciliter la dessiccation, il est bon de pulvériser les grumeaux, précédemment recueillis, après leur séjour dans le vide.

On peut préparer rapidement de grandes quantités d'inuline d'ail, sans traitement préalable des caïeux par l'éther.

Pour cela, il suffit de projeter les caïeux, écrasés à l'aide d'un maillet, dans de l'eau à ébullition tenant en suspension du carbonate de baryte ou de chaux. Au bout d'un quart d'heure environ, on presse à chaud et on filtre; le liquide recueilli est traité ensuite comme plus haut.

L'inuline ainsi obtenue est sensiblement pure, mais elle a encore une odeur marquée d'ail. Cette odeur disparaît si on traite de nouveau par l'eau de baryte la solution sirupeuse résultant d'une première opération.

Propriétés physiques. — Amenée à dessiccation complète, l'inuline de l'ail est une poudre blanche, amorphe, sans odeur, d'une saveur fade.

---

(1) Le phénomène est analogue à celui que l'on observe en versant une quantité suffisante d'alcool dans une solution de carbonate de soude ou de potasse.

L'alcool enlève la plus grande partie de l'eau et il se forme deux couches : la supérieure est un mélange d'alcool et d'eau; l'inférieure une solution sursaturée de carbonate de soude ou de potasse insoluble dans le liquide surnageant.

Elle renferme environ 0gr2 0/0 de matières minérales dont on ne peut se débarrasser.

Elle fond à 175-176°.

Exposée à l'air, elle absorbe rapidement l'humidité en formant une pâte épaisse.

Sa solution ne réduit pas la liqueur de Fehling, et dialyse à travers une membrane de parchemin.

Analyse élémentaire. — La matière, desséchée et pesée, est introduite dans le tube à analyses en évitant soigneusement le contact de l'air; on procède ensuite à la combustion dans un courant d'oxygène sec.

PREMIÈRE SÉRIE D'EXPÉRIENCES.

	Poids de matière (1).	CO^2 trouvé.	H^2O trouvée.	C 0/0.	H 0/0.
1°	0,223	0gr,361	0gr,128	44,14	6,37
2°	0,221	»	0gr,124	»	6,23
3°	0,310	»	0gr,175	»	6,27

Il importe, pour ces analyses, de faire les pesées dans un tube clos et bien sec, car, au contact de l'air, la matière absorbe, même dans un court espace de temps, une certaine quantité d'eau qui fausse les résultats de l'analyse, ainsi qu'en témoignent les poids d'hydrogène fournis par une 2e série d'analyses.

	Poids de matière.	CO^2 trouvé.	H^2O trouvée.	C 0/0.	H 0/0.
1°	0,731	1gr,18	0gr,441	43,98	6,69
2°	0,366	0gr,592	0gr,220	43,99	6,66
3°	0,421	0gr,68	0gr,246	43,94	6,48

Si maintenant on compare ces nombres à ceux qui correspondraient à la formule $C^6H^{10}O^5$, soit

C 0/0.	H 0/0.
44,44	6,17

on constate que la composition centésimale du corps étudié est celle des corps en $C^6H^{10}O^5$; on doit donc attribuer à l'inu-

(1) Poids de matière, déduction faite des cendres.

line de l'ail la même formule qu'à celle du topinambour, soit $C^6H^{10}O^5$ ou $(C^6H^{10}O^5)^n$.

Solubilité. — Ce corps est soluble en toutes proportions dans l'eau froide, très soluble dans l'alcool à 70°, peu soluble dans l'alcool à 95° et dans l'alcool absolu.

Ce caractère établit une différence entre cette inuline et celle du topinambour et du dahlia.

Hygroscopicité. — 0gr337 de matière placés dans une atmosphère saturée de vapeur d'eau à des températures qui ont varié de 17° à 21°, ont absorbé

Après 17 heures,	0gr,048	de vapeur d'eau,	soit 14gr,24 0/0
Après 5 jours,	0gr,068	» »	soit 20gr,10 0/0

Dans l'air du laboratoire, le poids de vapeur d'eau absorbée par 100 grammes de matière a été, avec des oscillations dues à la variation de l'état hygrométrique de l'air,

Après 17 heures............	10gr,63
Après 5 jours.............	12gr,62

C'est donc une substance très hygroscopique.

Dialyse. — 50 centimètres cubes d'une solution d'ail à 10 0/0 sont versés sur un dialyseur. Le cristallisoir sur lequel repose le dialyseur contient 725 centimètres cubes d'eau. De part et d'autre de la membrane dialysante, la stérilisation est assurée au moyen d'une solution de thymol.

Au bout de quarante heures, le volume recueilli à l'extérieur du dialyseur était de 713 centimètres cubes ; ce volume, réduit par évaporation à 65 centimètres cubes, a donné

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides.....	— 8div	0
Après l'action des acides.....	— 20	2gr,38 0/0

Les sucres réducteurs sont du lévulose, et les 65 centimètres cubes en contenaient 1gr547.

Le poids d'inuline correspondant est de $1,547 \times 0,9 = 1,393$ et le rapport $\frac{\text{inuline dialysée}}{\text{inuline totale}} = \frac{1,393}{5} = 0,28$.

Pouvoir rotatoire. — Après dessiccation complète la matière est pesée dans un tube sec et clos.

Poids de matière + les cendres	$= 2^{gr},300$
Poids des cendres, 2,03 × 0,002	$= 0^{gr},0046$
Poids de matière active	$= 2^{gr},295$

On fait dissoudre dans une petite quantité d'eau et on complète le volume à 25 centimètres cubes.

Le poids de matière active contenu dans 100 centimètres cubes était donc de $9^{gr}18$.

La rotation observée dans un tube de 2 décimètres et à 15° était de $-33^{div},1$.

On déduit de cette observation, en appliquant la formule de Biot, que le pouvoir rotatoire, en divisions saccharimétriques, de la substance est

$$[\alpha]_D = \frac{3310}{2 \times 9,18} = -180^{div},282,$$

ou en degrés, car $1° = 4^{div\ sacch},615$,

$$[\alpha]_D = -39°.$$

D'après cela, le poids de matière qui, dissoute dans l'eau, le volume de la solution étant 100 centimètres cubes, donnerait une rotation de 100 divisions saccharimétriques serait

$$p = \frac{100 \times 100}{180,282 \times 2} = 27^{gr},734.$$

Et 1 gramme de matière dans le même volume de dissolvant donnerait une rotation de $-3^{div},6$.

Influence de la température et de la dilution sur le pouvoir rotatoire. — Comme pour l'inuline ordinaire, ni la température, ni la dilution n'ont d'action sur le pouvoir rotatoire. En effet, une solution d'inuline d'ail a donné la même rotation de — 20 divisions saccharimétriques aux températures comprises entre 14°6 et 40°; et, après dédoublement, la rotation était de -10^{div}.

Influence du temps. — Le pouvoir rotatoire ne se modifie pas non plus avec le temps.

Influence du borax et de l'acide borique. — Ces deux corps, qui exaltent le pouvoir rotatoire de certaines substances, sont sans action sur celui de l'inuline de l'ail.

Action hydratante des acides. — Les acides minéraux et les acides organiques en solutions étendues saccharifient complètement ce corps et le transforment en lévulose. C'est ce que montre l'expérience suivante :

Une solution à 5gr799 de matière active, bien desséchée, pour 100 centimètres cubes, portée pendant cinq minutes à l'ébullition après addition de 1/2 0/0 d'acide chlorhydrique a donné

Rotation en divisions saccharimétriques à 15°, — 55div
Réduction en glucose, = 6gr,5 0/0

Le pouvoir rotatoire du sucre réducteur déduit de cette expérience est

$$[\alpha]_D = \frac{5500}{2 \times 6,5} = -92°,8.$$

C'est-à-dire celui que MM. Jungfleisch et Grimbert assignent au lévulose existant dans le sucre interverti, et que j'ai adopté dans mes calculs.

Action de la chaleur. — Si on chauffe l'inuline d'ail dans un bain de chlorure de calcium de plus en plus riche en chlorure, et bouillant par suite à des températures fixes mais de plus en plus élevées, on voit vers 140° la masse se boursoufler et prendre une légère teinte brune, sans éprouver cependant de modifications profondes.

En effet, si à ce moment on dissout le corps dans l'eau, la solution, décolorée par un peu de noir animal, donne

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 6div,4	traces
Après l'action des acides....	— 16div,8	2,04

et le pouvoir rotatoire du sucre réducteur est

$$[\alpha]_D = -89°,5,$$

soit un nombre un peu inférieur à celui précédemment trouvé.

A 160° le boursouflement et la coloration augmentent; enfin à 175-176°, la fusion a lieu avec décomposition; il distille un liquide à odeur âcre, à réaction acide, qui réduit le nitrate d'argent.

Action des bases. — Une solution d'inuline d'ail, comme celle de l'inuline du topinambour, forme, nous l'avons déjà vu, avec la baryte en solution aqueuse, une combinaison insoluble dans un excès de réactif.

Les combinaisons formées avec la soude, la potasse, la chaux et la strontiane sont précipitées par l'alcool.

Tandis que l'acétate neutre et l'acétate basique de plomb laissent la solution limpide, l'acétate de plomb ammoniacal donne un abondant précipité.

Action des diastases. — La diastase de malt ou amylase est sans action, aussi bien que la sucrase ou invertine sécrétée par une levure inversive.

L'expérience suivante montre que l'*Aspergillus niger* sécrète une diastase capable de saccharifier l'inuline.

Trois matras, A, B, C, contiennent chacun 50 centimètres cubes d'une solution à 5 0/0 d'inuline d'ail.

Dans A et B on ajoute 40 centimètres cubes de la solution diastasique d'aspergillus.

Dans C on ajoute 40 centimètres cubes d'eau.

On porte A à l'ébullition; après refroidissement, on le place avec B et C dans une étuve à 48°-50°.

Après 2 h. 30 de séjour, la réduction est

Pour A	0	le rapport	$\frac{\text{inuline saccharifiée}}{\text{inuline totale}}$	= 0
» B	0,62	»	»	= 0,248
» C	0	»	»	= 0

Cette solution diastasique renfermait donc un ferment soluble différent de l'amylase et de la sucrase. Ce ferment est l'inulase, que Green avait en 1888 rencontrée dans le dalhia et l'artichaut. Dans une récente communication (1) M. Bourquelot

(1) Em. Bourquelot, *Journ. de pharm. et de chim.*, 3 mai 1893.

a montré que ce ferment diastasique transforme de la même manière l'inuline de topinambour.

La découverte par ce dernier savant de la tréhalase [1], de la maltase et de l'émulsine [2] porte à six le nombre des diastases, sécrétées par l'aspergillus niger et capables de rendre assimilables des saccharoses comme le sucre de canne, des glucosides comme la salicine ou des polysaccharides comme l'amidon et l'inuline; ce sont : la sucrase, l'amylase, l'inulase, la maltase, la tréhalase et l'émulsine.

L'aspergillus niger se développe dans un milieu nutritif ne contenant que cette inuline comme matière hydrocarbonée. Mais pour arriver à fructification, il met trois fois plus de temps que dans le même milieu renfermant l'inuline saccharifiée, c'est-à-dire le lévulose. Cette différence peut tenir à ce que, dans l'un des cas, elle trouve tout formé l'hydrate de carbone assimilable, tandis que dans l'autre, elle a dû, avant de l'utiliser, rendre assimilable un corps qui ne l'était pas.

On constate en effet qu'une partie de l'inuline a été consommée, car, avant ensemencement, le poids d'inuline était de $6^{gr},66$ 0/0 de liqueur, et après le développement de la moisissure $1^{gr},8$ seulement; le poids de l'inuline disparue est de $4^{gr},86$.

Dès 1886, M. Bourquelot avait observé un phénomène analogue avec l'inuline de topinambour.

Action des levures inversives et non inversives. — L'inuline de l'ail n'est pas directement assimilable; elle n'est pas non plus fermentescible.

En effet, une solution de cette inuline, additionnée d'eau de levure, n'a montré, au bout de dix jours, aucune variation dans sa composition, que la levure employée fût inversive ou non.

(1) Em. Bourquelot, *Journ. de pharm. et de chim.*, 12 avril 1893.
(2) Em. Bourquelot, *C. R. des séances de la Soc. de Biologie*, juin 1893.

CHAPITRE III

Étude des hydrates de carbone solubles contenus dans les bulbes d'échalotte et d'oignon à l'état de vie ralentie.

Un poids de 500 grammes de bulbes d'échalottes dépouillés de leurs enveloppes, et dont quelques-uns présentent un commencement de germination, ont été soumis au traitement par l'éther.

Après pression le volume total de liquide recueilli était de 400 centimètres cubes.

100 centimètres cubes déféqués avec 10 centimètres cubes de la solution de sous-acétate de plomb ont donné

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— $35^{div},1$	$3^{gr},27$ 0/0
Après l'action des acides....	— $90^{div},0$	$13^{gr},65$

d'où, pour le poids total des sucres réducteurs après saccharification,

Glucose = $1^{gr},98$
Lévulose = $11^{gr},67$

Ici, le poids de glucose n'est plus négligeable comme pour l'ail, et il y a lieu de rechercher s'il faisait déjà partie des sucres réducteurs primitivement contenus dans la liqueur, ou s'il s'est formé par l'action hydratante de l'acide chlorhydrique.

Dans le premier cas, les $3^{gr},27$ de matière réductrice se composeraient de

	$1^{gr},98$ de glucose
	$1^{gr},29$ de lévulose
TOTAL.	$3^{gr},27$
et il s'est formé	$10^{gr},38$ de lévulose
TOTAL.	$13^{gr},65$

Et dans ce cas, les hydrates de carbone contenus dans la plante seraient

Glucose...........	1gr,98
Lévulose..........	1gr,29
Inuline...........	9gr,34 = 10,38 × 0,9

Dans le second cas, les sucres réducteurs initiaux seraient tout entiers du lévulose, et les acides auraient engendré

Glucose...........	1gr,98
Lévulose..........	8gr,40
TOTAL...	10gr,38

Ce glucose résulterait vraisemblablement de l'inversion du saccharose, dont le poids serait 1,98 × 2 × 0,95 = 3gr,76.

Et l'excès de lévulose 6gr,42 correspondrait à 6,42 × 0,9 = 5,78 d'inuline.

Dans ce cas la liqueur renfermerait

Lévulose..........	3gr,27
Saccharose........	3gr,76
Inuline...........	5gr,78

Contrôlons ces hypothèses à l'aide des pouvoirs rotatoires.

Dans la première, la rotation en divisions saccharimétriques

de 1gr,98 de glucose est	+ 9,64
de 1gr,29 de lévulose est	— 11,00
de 9gr,34 d'inuline est	— 33,62
et la rotation calculée est	— 34,98
la rotation observée était	— 35,10
La différence	— 0,12

est négligeable et la première hypothèse paraît exacte.

La seconde au contraire est inadmissible, car on aurait la rotation en divisions saccharimétriques de

3gr,27 de lévulose étant	— 27,89
3gr,76 de saccharose étant	+ 23,20
5gr,78 d'inuline étant	— 20,90
une rotation calculée =	— 25,19
celle observée a été	— 35,10
La différence	— 9,51

n'étant plus négligeable, il n'y a pas de saccharose dans l'échalotte. Le liquide cellulaire paraît renfermer seulement un mélange de glucose, de lévulose et d'inuline.

On arrive aux mêmes conclusions par le raisonnement suivant :

Quelle que soit la composition des sucres réducteurs initiaux, leur pouvoir rotatoire ne sera probablement pas modifié sous l'influence des acides; on devra donc retrouver pour eux la même rotation après et avant l'action des acides.

Soit K leur rotation en divisions saccharimétriques. Supposons, comme dans la première des hypothèses faites plus haut, que la différence de poids des sucres réducteurs trouvés après et avant l'intervention des acides, $10^{gr},38$ représentent du lévulose, leur rotation est $-\beta = -88^{div},4$

Le poids correspondant d'inuline $9^{gr},34$ donne une rotation $-\alpha = -33^{div},6$

On peut donc écrire les deux équations suivantes :

(1) $$K - \alpha = -35,1,$$
(2) $$K - \beta = -90,0,$$

d'où l'on tire

(1) $$K = -35,1 + 33,6 = -1,5,$$
(2) $$K = -90,0 + 38,4 = -1,6.$$

Les valeurs de K sont les mêmes.

Les sucres réducteurs qui ont pris naissance sous l'influence hydratante des acides paraissent donc exclusivement formés de lévulose, et on serait amené à conclure comme pour l'ail à la présence de l'inuline.

Mais une étude plus approfondie va nous montrer qu'il n'y a là qu'une simple coïncidence et que les matières saccharifiables de l'échalotte ne sont pas une véritable inuline, car elles ne se comportent pas comme cette dernière, ni avec l'eau de baryte, ni avec une levure inversive.

Ainsi, avec l'eau de baryte en excès, on n'obtient aucun précipité avec le liquide cellulaire de l'échalotte, après défféca-

tion, quel que soit son degré de concentration, tandis que celui de l'ail se comporte, comme on l'a vu, vis-à-vis de ce réactif, exactement comme le jus de topinambour.

Avec une levure alcoolique, inversive ou non, nous savons que le liquide cellulaire de l'ail ne perd par fermentation que ses sucres réducteurs et qu'il conserve inaltérée toute son inuline. Ici, au contraire, tous les hydrates de carbone, réducteurs ou non, fermentent, en milieu nutritif, avec une levure inversive et les premiers seuls disparaissent en présence d'une levure non inversive.

Voici un exemple des deux modes de fermentation :

Six matras contenant chacun 100 centimètres cubes d'un mélange d'eau de levure et du liquide extrait des bulbes d'échalotte, préalablement concentré à une douce température, ont été stérilisés à l'autoclave.

Le 23 septembre on a ensemencé trois d'entre eux avec une levure inversive pure; deux avec une levure non inversive, et on a placé les cinq matras dans une étuve à 15-20°.

On a analysé le même jour le contenu du sixième et successivement celui des matras ensemencés dans lesquels la fermentation s'est établie et maintenue pure.

Les résultats obtenus ont été :

avec la levure inversive,

	Réduction		Disparus.
	avant acides.	après acides.	
23 septembre, avant ensemencement.	2gr,47 0/0	11,10 0/0	0 0/0
3 octobre	très faible	2,10	9,00
11 id.	traces	1,00	10,10
14 id.	id.	traces	11,10

avec la levure non inversive,

3 octobre	traces	8,59	2,51
11 id.	id.	8,54	2,56

Dans ces deux expériences il y a eu un dégagement d'acide carbonique et une production d'alcool proportionnels aux poids des hydrates de carbone disparus.

Ainsi, les matières saccharifiables de l'échalotte diffèrent de celle de l'ail; physiologiquement elles se comportent comme le sucre de canne; comme celui-ci, elles ne sont pas directement assimilables par les levures alcooliques.

On utilisera de nouveau plus loin ces propriétés des levures alcooliques.

Pour les étudier plus complètement, il était nécessaire de les isoler de leur solution. Voici comment j'ai procédé.

Préparation. — Le liquide cellulaire retiré des bulbes d'échalotte par le traitement à l'éther est déféqué au moyen de sous-acétate de plomb, puis traité, non par l'eau de baryte seule, mais par l'eau de baryte et l'alcool. Dans ces conditions, les hydrates de carbone précipitent complètement à l'état de combinaison avec la baryte. On filtre, on lave le précipité à l'eau de baryte alcoolique; on l'essore, on le délaie ensuite dans une petite quantité d'eau et on le décompose par un courant d'acide carbonique en chauffant légèrement.

Comme avec l'inuline de l'ail, le précipité ne tarde pas à s'agglomérer sous forme pâteuse que l'on dissout en le malaxant.

Lorsque la liqueur n'a plus qu'une réaction faiblement alcaline, on porte à l'ébullition et on filtre pour séparer le carbonate de baryte.

On concentre ensuite et on termine comme pour l'inuline de l'ail.

La matière pulvérulente finalement recueillie est un peu colorée; on l'obtient blanche en réitérant le traitement à la baryte.

Sa saveur est faiblement sucrée.

En solution aqueuse, elle réduit légèrement la liqueur de Fehling parce qu'elle renferme encore une faible quantité de sucres réducteurs qui l'accompagnaient et qui s'étaient précipités avec elle.

Pour enlever à peu près complètement ces derniers, on utilise la propriété, que nous avons déjà signalée, d'une levure non inversive.

A cet effet, on redissout la masse solide dans l'eau, on additionne la solution d'eau de levure, bien exempte de dextrine et de maltose, et l'on ensemence le mélange avec une levure non inversive.

Au bout de quelques jours, la liqueur de Fehling n'accuse plus que des traces de réduction et on traite alors le liquide comme la liqueur primitive.

Des essais de cristallisation en solutions très concentrées n'ont donné jusqu'ici aucun résultat, peut-être à cause des impuretés que renferment encore les hydrates de carbone ainsi préparés.

En effet, outre une notable proportion de matières minérales, 2gr8 0/0, ils contiennent encore des traces de sucres réducteurs et des matières organiques de nature indéterminée, non saccharifiables. Cela résulte des essais suivants ayant pour but la détermination du pouvoir rotatoire de la matière solide et celui des sucres réducteurs en provenant par hydratation.

On dissout un certain poids de matière, déduction faite des cendres, dans une certaine quantité d'eau, et on complète le volume à 100 centimètres cubes.

On détermine la rotation et la réduction avant et après l'action de l'acide chlorhydrique.

1er essai. — Poids de matière active contenue dans 100cc = 3gr,72

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 6div. sacch.,5	traces
Après l'action des acides....	— 24	3gr,424 0/0

2e essai. — Poids de matière active contenue dans 100cc = 4gr,886

	Rotation.	Réduction
Avant l'action des acides....	— 8div,7	traces
Après l'action des acides....	— 32	4gr,544

On remarque dans les deux essais que le poids des sucres réducteurs, dosés au moyen d'une liqueur de Fehling parfaitement titrée, au lieu d'être supérieur, est inférieur à celui de la matière dissoute, et en évaluant les sucres réducteurs en saccharose, on trouve que dans le premier essai cette différence

est de $0^{gr}467$, soit $12^{gr}5$ pour 100 grammes de matière; dans le deuxième, la différence est de $0^{gr}569$, soit $11^{gr}6$ pour 100 grammes de matière; en moyenne 12 grammes pour 100 grammes de matière, indépendamment du poids des cendres.

On ne peut donc, dans ces conditions, déterminer exactement le pouvoir rotatoire de ces hydrates de carbone non réducteurs, ni celui des sucres réducteurs en résultant.

Les chiffres obtenus ne conduisent, dès lors, qu'à une première approximation.

Dans ce cas, le pouvoir rotatoire des sucres réducteurs serait

1er essai, $[\alpha]_D = -75°,94$,
moyenne $[\alpha]_D = -76°,11$.
2e essai, $[\alpha]_D = -76°,29$.

En supposant que les hydrates de carbone non réducteurs soient analogues au sucre de canne, leur poids, déduit de celui des sucres réducteurs, serait

1er essai, $3,424 \times \frac{95}{100} = 3^{gr},253$,

2e essai, $4,544 \times \frac{95}{100} = 4^{gr},317$,

et, dans cette hypothèse, leur pouvoir rotatoire serait

1er essai, $[\alpha]_D = -21°,66$,
moyenne $[\alpha]_D = -21°,73$.
2e essai, $[\alpha]_D = -21°,81$.

Les chiffres obtenus sont notablement plus forts si, au lieu d'opérer sur une solution de la substance solide, on prend le liquide provenant directement de l'échalotte, après l'avoir soumis à l'action d'une levure non inversive.

Voici quels sont les résultats :

Première expérience.

	Rotation en divis. saccharimétriq.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 11div	traces
Après l'action des acides....	— 36,8	4gr,90

d'où l'on déduit pour les produits de l'hydratation

$$[\alpha]_D = -81^\circ,36,$$

et pour les corps non réducteurs évalués en saccharose

$$[\alpha]_D = -25^\circ,60.$$

Deuxième expérience.

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	$-15^{div},5$	$0^{gr},15$ 0/0
Après l'action des acides....	$-60^{div},5$	$6^{gr},78$

d'où pour les produits de l'hydratation

$$[\alpha]_D = -80^\circ,69,$$

et pour les corps non réducteurs, en tenant compte des $0^{gr},15$ de sucres réducteurs initiaux,

$$[\alpha]_D = -24^\circ,94.$$

La moyenne des deux expériences donne :

1° Pour les sucres réducteurs

$$[\alpha]_D = -81^\circ;$$

2° Pour les corps non réducteurs

$$[\alpha]_D = -25^\circ,27.$$

Les différences entre les résultats obtenus suivant que l'on opère sur les corps amenés d'abord à l'état solide ou sur leur solution dans le liquide cellulaire ne peuvent être expliquées actuellement d'une manière satisfaisante; elles appellent de nouvelles études que nous nous réservons de poursuivre plus tard.

Néanmoins et provisoirement, nous adopterons pour la suite, dans le calcul des expériences relatives au développement de l'échalotte, les pouvoirs rotatoires suivants :

Pour les corps non réducteurs $[\alpha]_D = -25^\circ,27.$
Pour les corps réducteurs $[\alpha]_D = -81^\circ.$

Leur emploi se trouve justifié par ce fait qu'ils s'applique-

ront non aux hydrates de carbone préparés à l'état solide, mais au liquide cellulaire, c'est-à-dire dans les conditions mêmes où ils ont été obtenus.

Du reste l'erreur dont ils peuvent être entachés se répétant dans des expériences en série où l'on veut déterminer non des quantités absolues, mais des rapports, ne saurait changer les conclusions générales.

D'après cela, on trouve que :

1 gramme de corps non réducteurs dissous dans 100 centimètres cubes d'eau donne une rotation en divisions saccharimétriques de . . . . — $2^{div},33$
et 1 gramme de corps réducteurs dans le même volume de dissolvant . . . . — $7^{div},47$

Ces derniers chiffres vont nous permettre de déterminer, quelle que soit la véritable nature des corps non réducteurs, en supposant seulement qu'ils ont la constitution du saccharose, la composition des sucres réducteurs initiaux existant dans le liquide cellulaire de l'échalotte que nous avons analysé en tête de ce chapitre, afin de pouvoir le comparer, dans la cinquième partie, avec celle des mêmes sucres existant dans le liquide cellulaire des bulbes d'échalotte à différents degrés de développement.

Les résultats de cette analyse étaient :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— $35^{div},1$	$3^{gr},27$ 0/0
Après l'action des acides....	— $90^{div},0$	$13^{gr},65$
	Différence....	$10^{gr},38$

La rotation de ces $10^{gr},38$ est

$$-\beta = 10,38 \times 7,47 = -77^{div},5.$$

Le poids correspondant des hydrates de carbone non réducteurs, évalué en saccharose, serait

$$10,38 \times \frac{95}{100} = 9^{gr},86,$$

et leur rotation

$$-\alpha = 9{,}86 \times 2{,}33 = -22^{div},5.$$

K étant la rotation des sucres réducteurs initiaux, on doit avoir

(1) $K - \alpha = -35{,}1,$

(2) $K - \beta = -90,$

d'où l'on tire

(1) $K = -35{,}1 + 22{,}9 = -12{,}2,$

(2) $K = -10 \quad + 77{,}5 = -12{,}5;$

en moyenne $K = -12^{div},3$.

Et le calcul donne pour la composition des $3^{gr},27$ de sucres réducteurs initiaux

Glucose = 1,16
Lévulose = 2,11

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1{,}8$$

Dès lors, en tenant compte de la dilution due au sous-acétate de plomb, on trouve que 1,000 grammes de bulbes contenaient :

Hydrates de carbone non réducteurs B = $86^{gr},74$
Hydrates de carbone réducteurs A = $28^{gr},77$

et répartis en :

Glucose = 10,21
Lévulose = 18,56

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1{,}8$$

$$\frac{B}{A} = 3^{gr},01$$

La comparaison des pouvoirs rotatoires que nous avons adoptés avec ceux de l'inuline de l'ail et du lévulose en résultant par hydratation va nous expliquer comment, par la discussion précédemment faite, on était amené à conclure à la présence, dans le liquide cellulaire de l'échalotte, d'une inuline identique à celle de l'ail.

En effet, ces pouvoirs rotatoires sont :

Pour l'inuline de l'ail....................
Pour le lévulose........................
Pour les corps non réducteurs de l'échalott
Pour les sucres réducteurs en provenant. .

La différence entre les pouvoirs rotat

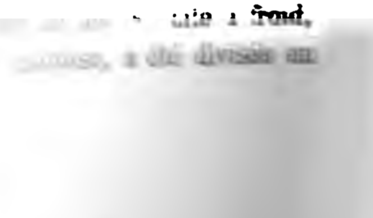
Pour les corps non réducteurs — 39 — (
Pour les corps réducteurs — 92,97

Ces différences, déjà voisines, se
on remarque que 1 gramme de cor
par hydratation un poids supérieu
réducteurs. Et, dans la discussion
pouvoir rotatoire des sucres réduc
par celle commise sur celui des c

Lorsqu'on détermine, par le c
cose et de lévulose formés p
saccharification de l'échalote, o
sont dans le rapport $\frac{\text{glucose}}{\text{lévulose}}$ =
poids du glucose est très faibl

On pourrait craindre que
pas seulement, qu'il ne s
que la formule employée p
d'erreur nécessairement ag

S'il en était ainsi, la



...re on a fait dissoudre un
... de l'échalotte, et dans
... de canne, afin de
...te dans l'eau de

...mol au $\frac{1}{500}$, sont

...hymol par le sous-
... réducteurs par la

	Réduction.
....	11gr,36 0/0
...ortée à 100°..	traces
...e d'échalotte..	traces
portée à 100°..	id.

...ditions, cette expérience
...u sucre de canne dans les

...ns, on peut rendre sensibles

... proposition de sucrase sécrétée
...açant cette levure à une tempé-
...ble.
...a diastase en déterminant sa pro-
...ème à étudier.
...ure inversive pure et bien lavée dans
... qui avait été portée à 100° On ajoute
... tout dans une étuve à 40-45°. Après
... sucres réducteurs avant et après l'ac-
...déterminer la proportion de ces sucres
...iastase.

	RÉDUCTION après l'action de la sucrase	
	avant acides.	après acides.
...ation B.........	2gr,22	5gr,76
...l volume d'eau..	0	0

Pour arriver à séparer la plus grande partie du lévulosate restant après ce premier traitement, on fait passer dans la liqueur un courant d'acide carbonique qui forme avec la chaux du carbonate de chaux insoluble; on filtre, on concentre par évaporation à une douce température la nouvelle liqueur et on la soumet à un nouveau traitement à la chaux.

Cette opération répétée plusieurs fois, en éliminant chaque fois le précipité de lévulosate de chaux qui se forme lorsqu'on amène la température à 0°, une dernière liqueur dans laquelle on précipite la chaux par l'acide oxalique.

Séparée de l'oxalate, elle donne :

Rotation + 3^div^
Réduction 2gr,27

dont la composition est

$$\text{Glucose} = 1^{gr},67$$
$$\text{Lévulose} = 0^{gr},60$$
$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0{,}35$$

la rotation droite, ainsi que la valeur du rapport $\frac{L}{G}$ démontrent l'existence du glucose.

Ainsi se trouve justifié l'emploi de la formule pour le calcul des poids de glucose et de lévulose contenus dans un mélange de ces deux corps.

Nous avons établi jusqu'ici que les hydrates de carbone non réducteurs contenus dans l'échalotte diffèrent de l'inuline par leur action sur l'eau de baryte et par la propriété d'être fermentescibles, et du saccharose par leur pouvoir rotatoire qui lévogyre. Ils se comportent également d'une manière différente vis-à-vis des diastases les plus connues.

L'étude de l'action de ces ferments a été faite en prenant les hydrates de carbone à l'état solide.

Action de la diastase du malt. — Elle est nulle.

Action de la sucrase. — De l'eau de levure faite à froid, et bien exempte de dextrine et de maltose, a été divisée en

deux parties égales; dans la première on a fait dissoudre un certain poids des hydrates de carbone de l'échalotte, et dans la seconde partie un certain poids de sucre de canne, afin de s'assurer de l'activité de la sucrase dissoute dans l'eau de levure.

Les solutions, stérilisées au moyen de thymol au $\frac{1}{500}$, sont placées dans une étuve à 30-35°.

Au bout de 24 heures, on précipite le thymol par le sous-acétate de plomb et on dose les sucres réducteurs par la liqueur de Fehling.

Résultats :

		Réduction.
A	Solution de sucrase + sucre de canne	11gr,36 0/0
	Id. + id. portée à 100°..	traces
B	Solution de sucrase + hydrate de carbone d'échalotte ..	traces
	Id. + id. portée à 100°..	id.

Quoique négative, dans ces conditions, cette expérience démontre néanmoins l'absence du sucre de canne dans les solutions B.

Mais en modifiant les conditions, on peut rendre sensibles les effets de la sucrase.

On sait que l'on augmente la proposition de sucrase sécrétée par une levure inversive en plaçant cette levure à une température où sa vie devient pénible.

On évite la dilution de la diastase en déterminant sa production dans la solution même à étudier.

On délaie donc de la levure inversive pure et bien lavée dans la solution précédente B, qui avait été portée à 100° On ajoute le thymol et on place le tout dans une étuve à 40-45°. Après 24 heures, on dose les sucres réducteurs avant et après l'action des acides, pour déterminer la proportion de ces sucres due à l'action de la diastase.

Résultats :

	Réduction après l'action de la sucrase	
	avant acides.	après acides.
Levure + solution B.........	2gr,22	5gr,76
Levure + égal volume d'eau ..	0	0

Le rapport des sucres réducteurs formés par l'action de la diastase aux sucres réducteurs totaux contenus dans la liqueur après l'action des acides est de 0,38.

Les résultats sont sensiblement les mêmes lorsqu'on opère avec une levure de brasserie à peu près pure.

La sucrase est donc capable d'hydrater une certaine proportion des hydrates de carbone non réducteurs de l'échalotte; mais ceux-ci semblent opposer une assez grande résistance à son action.

Action des diastases de l'Aspergillus niger. — Ces diastases très actives, transforment ces hydrates de carbone moins rapidement que le sucre de canne.

L'étude, faite ainsi en bloc, de leur action, ne permet pas de déterminer celle à laquelle sont dus les résultats suivants :

	Réduction après l'action des diastases	
	avant acides.	après acides.
Diastases + sucre de canne...............	15gr,47	15gr.47
Id. + id. à 100°.....	0	0
Diastases + hydrate de carbone d'échalotte.	4gr,19	5gr,10
Id. + id. à 100°.....	0	0

Ainsi, toutes choses égales d'ailleurs, le sucre de canne a été complètement interverti, tandis que la proportion de sucres réducteurs dus à l'action des diastases est de 0,82 seulement.

Vis-à-vis des diastases de l'aspergillus, comme de la sucrase, les hydrates de carbone non réducteurs de l'échalotte sont plus résistants que le sucre de canne à leur action hydratante.

En résumé, la matière hydrocarbonée non réductrice retirée de l'échalotte et obtenue à l'état solide est blanche, très soluble dans l'eau et dans l'alcool à 65°, peu soluble dans l'alcool à 95°, presque insoluble dans l'alcool absolu froid. Sa saveur est faiblement sucrée.

Nous avons admis comme pouvoir rotatoire,

$$[\alpha]_D = -25°,27,$$

sa solution ne réduit pas la liqueur de Fehling.

Les acides la transforment en un mélange de glucose et de lévulose, dans le rapport $\frac{G}{L} = \frac{1}{12}$, et dont le pouvoir rotatoire est

$$[\alpha]_D = -81^\circ.$$

En solution, elle précipite par l'eau de baryte et l'alcool et non par l'eau de baryte seule, froide ou tiède. Elle est fermentescible.

Ces deux dernières propriétés la différencient nettement de l'inuline du topinambour ou de celle de l'ail.

Son pouvoir rotatoire est voisin de celui de l'inulénine (1), pour laquelle le pouvoir rotatoire est

$$[\alpha]_D = -29^\circ;$$

mais ce dernier corps précipite par l'eau de baryte tiède et n'est pas fermentescible.

Enfin son pouvoir rotatoire et le pouvoir rotatoire des sucres réducteurs provenant de son hydratation ne permettent pas de la confondre avec l'hélianthénine et la synanthrine, corps fermentescibles rencontrés avec la pseudo-inuline et l'inulénine par le même auteur (2) dans le topinambour.

En effet, M. Tanret attribue comme pouvoirs rotatoires à l'hélianthénine

$$[\alpha]_D = -23^\circ,5,$$

à la synanthrine

$$[\alpha]_D = -17^\circ,$$

et aux sucres réducteurs en résultant par hydratation avec l'hélianthénine

$$[\alpha]_D = -63^\circ,8,$$

avec la synanthrine

$$[\alpha]_D = -64^\circ,5.$$

Si donc cette matière hydrocarbonée constitue un corps

(1) M. Tanret, *Journ. de pharm. et de chimie*, t. XXVII.
(2) M. Tanret, *Journ. de pharm. et de chimie*, t. XXVIII.

unique, il est nouveau. Si elle est formée d'un mélange d'hydrates de carbone fermentescibles, ce mélange renferme au moins un corps nouveau lévogyre.

Une étude ultérieure élucidera ces divers points.

OIGNONS.

Les analyses ont porté sur des bulbes récoltés depuis quatre mois environ et appartenant aux variétés

oignon blanc,
— jaune de Toulouse,
— rose.

Pour chaque variété, le liquide examiné résulte de la pression après le traitement à l'éther; il est ensuite déféqué avec 10 centimètres cubes de la solution de sous-acétate de plomb pour 100 centimètres cubes de liquide cellulaire. Dans le calcul de la proportion des hydrates de carbone, réducteurs ou non, contenus dans 1,000 grammes de bulbes, il est tenu compte de cette dilution.

Oignon blanc.

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 9div,5	6gr,06 0/0
Après l'action des acides....	— 15div,8	7gr,26
	Différence.	1gr,20

L'expérience démontre que les hydrates de carbone, réducteurs ou non, fermentent totalement sous l'influence d'une levure inversive.

De plus, le pouvoir rotatoire des corps non réducteurs est le même que celui trouvé pour les mêmes corps contenus dans l'échalotte.

Dès lors, pour déterminer la composition des sucres réducteurs, on prendra les mêmes nombres que pour l'échalotte.

La rotation calculée de $6^{gr},06$ de sucres réducteurs initiaux est K = — $6^{div},9$, et leur composition,

Glucose = $3^{gr},35$
Lévulose = $2^{gr},71$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,80$$

Poids de matière traitée...... = 720^{gr}
Volume recueilli............ = 550^{cc}

Et pour 1000 grammes de matière,

Le poids des sucres réducteurs initiaux A = $50^{gr},87$,

répartis en :

Glucose = $28^{gr},13$
Lévulose = $22^{gr},74$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,80$$

Le poids des hydrates de carbone non réducteurs B = 9,57

$$\frac{B}{A} = 0,18$$

Oignon jaune.

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— $4^{div},8$	$4^{gr},84$ 0/0
Après l'action des acides....	— $8^{div},0$	$5^{gr},40$
	Différence.	$0^{gr},56$

La valeur calculée de K pour la rotation des $4^{gr},84$ de sucres réducteurs initiaux est — $3^{div},7$, et leur composition,

Glucose = $2^{gr},81$
Lévulose = $2^{gr},03$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,72$$

Poids de matière traitée...... = 540^{gr}
Volume recueilli............ = 430^{cc}

Et pour 1000 grammes de matière,

Le poids des sucres réducteurs initiaux A = $42^{gr},36$,

répartis en :

Glucose = $24^{gr},60$
Lévulose = $17^{gr},76$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,72$$

Le poids des hydrates de carbone non réducteurs B = 4,69

$$\frac{B}{A} = 0,11$$

Oignon rose.

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 3^{div},7	3^{gr},97 0/0
Après l'action des acides....	— 8^{div}	4^{gr},79
	Différence.	0^{gr},82

La rotation calculée K de 3^{gr},97 de sucres réducteurs initiaux est — 1^{div},9, et leur composition,

Glucose = 2^{gr},39
Lévulose = 1^{gr},58

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,66$$

Poids de matière traitée...... = 800^{gr}
Volume recueilli............. = 660^{cc}

Et pour 1000 grammes de matière,

Le poids des sucres réducteurs initiaux A = 35^{gr},97,

répartis en :

Glucose = 21^{gr},65
Lévulose = 14^{gr},32

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,66$$

Le poids des hydrates de carbone non réducteurs B = 7,04

$$\frac{B}{A} = 0,19$$

OIGNON.

TABLEAU RÉSUMÉ DES ANALYSES.

VARIÉTÉS	SUCRES réducteurs initiaux A = L + G	GLUCOSE G	LÉVULOSE L	RAPPORT $\frac{L}{G}$	HYDRATES de carbone non réducteurs B	RAPPORT $\frac{B}{A}$
Oignon blanc..	50^{gr},87	28^{gr},13	22^{gr},74	0,80	9^{gr},57	0,18
Oignon jaune..	42^{gr},36	24^{gr},60	17^{gr},76	0,72	4^{gr},69	0,11
Oignon rose...	35^{gr},97	21^{gr},65	14^{gr},32	0,66	7^{gr},04	0,19

Remarques. — Dans l'oignon, la réserve hydrocarbonée non directement assimilable est très faible. Elle représente un peu plus de $\frac{1}{10}$ du poids des hydrates de carbone directement assimilables. Ces derniers aussi en petite quantité, et l'oignon blanc est le plus riche.

Le rapport $\frac{L}{G}$ montre que leur composition est assez éloignée de celle du sucre interverti; dans tous les cas, le glucose domine.

L'inuline soluble trouvée dans l'ail et les hydrates de carbone lévogyres et fermentescibles qui constituent la réserve hydrocarbonée non assimilable directement, sont-ils particuliers au genre Allium?

N'existent-ils pas, seuls ou mélangés avec d'autres hydrates de carbone également solubles, dans les bulbes, rhizomes ou tubercules des monocotylédones voisins des Allium et contenant ou non de l'amidon?

Ce dernier corps, lorsqu'il existe, a été signalé seulement et non dosé.

Cette étude va faire l'objet du quatrième chapitre.

CHAPITRE IV

Études des bulbes, rhizomes ou tubercules de quelques monocotylédones au point de vue des hydrates de carbone solubles de réserve.

TABLEAU INDICATIF *des genres et des familles auxquels appartiennent les végétaux étudiés.*

Ordre des Liliacées.
Famille des Liliinées.
Tribu des Liliées.
Genres : Hyacintus (Jacinthe).
Tulipa (Tulipe).
Asphodelus (Asphodèle).
Ordre des Iridinées.
Famille des Amaryllidées.
Tribu des Amaryllées.
Genres : Amaryllis (Amaryllis).
Polyanthes (Tubéreuse).
Famille des Iridées.
Tribu des Morées.
Genre Iris (Iris).
Tribu des Sisyrinchiées.
Genre Crocus (Crocus).
Tribu des Ixiées.
Genre Gladiolus (Glaïeul).

Jacinthe blanche double de Hollande.

A l'examen microscopique, les cellules du bulbe se montrent riches en amidon.

L'analyse du liquide cellulaire donne

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 53div,8	0gr,60 0/0
Après l'action des acides....	— 139div,8	16gr,30

Et la composition des sucres réducteurs totaux est

Glucose = 0gr,00
Lévulose = 16gr,30

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = \infty$$

Les sucres réducteurs initiaux étaient du lévulose pur aussi bien que ceux qui ont pris naissance sous l'influence hydratante des acides.

Donc, la jacinthe ne contient comme réserve hydrocarbonée soluble et non assimilable directement que de l'inuline.

Poids de matière traitée........	= 325gr
Volume recueilli...............	= 240cc

Et pour 1000 grammes de matière,

Poids du lévulose..............	= 4gr,43
Poids de l'inuline..............	= 104gr,34
Le rapport $\frac{\text{inuline}}{\text{lévulose}}$	= 23,5

Dans le but d'extraire ou de doser l'inuline dans la jacinthe, on peut substituer au traitement des bulbes par l'éther, celui par l'eau à l'ébullition en présence du carbonate de chaux. Malgré l'existence de l'amidon, si l'opération n'est pas de trop longue durée, une demi-heure au maximum, le procédé donne de bons résultats.

L'empois formé est complètement précipité par le sous-acétate de plomb, et la quantité d'inuline saccharifiée est faible. En effet, la liqueur ainsi obtenue donne après défécation

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 27div. sacch.	0gr,46 0/0
Après l'action des acides....	— 65div	7gr,53

et on a encore :

$$\text{Glucose} = 0$$
$$\text{Lévulose} = 7^{gr},53$$
$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = \infty$$

Cette inuline est identique à celle rencontrée dans l'ail.

Les variétés (Bleue de Paris, Blanche simple de Paris, Bleue de Hollande) donnent les mêmes résultats que la variété Blanche double de Hollande.

L'existence simultanée dans les bulbes de jacinthe de l'amidon et de l'inuline présente, au point de vue des conclusions que nous tirerons plus tard, un intérêt particulier. Aussi ai-je dosé, dans ce cas spécial, les deux sucres qui prennent naissance en même temps, sous l'influence hydratante des acides, aux dépens de l'amidon et de l'inuline.

Pour cela, des bulbes de jacinthe découpés en menus fragments et additionnés d'une solution d'acide sulfurique à 2 0/0 sont portés dans un autoclave à la température de 120° pendant trente-cinq à quarante minutes.

Dans ces conditions, ainsi que l'a établi M. Grimbert (1), l'amidon est transformé complètement en glucose et l'inuline en lévulose; la cellulose n'est pas attaquée.

Ensuite, on filtre, on traite la liqueur par du sous-acétate de plomb en solution, et on la décolore au moyen de noir animal. A l'analyse cette liqueur donne

Rotation.	Réduction.
$+ 2^{div. sacch.}$	$8^{gr},77$ 0/0

d'où l'on déduit pour la composition :

$$\text{Glucose} = 5^{gr},74$$
$$\text{Lévulose} = 3^{gr},03$$
$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,52$$

Un deuxième essai a donné pour le rapport $\frac{L}{G}$ la même valeur.

(1) M. Grimbert, Thèses.

Malgré les causes d'erreur que peut comporter ce procédé de dosage en bloc du glucose et du lévulose, la différence entre les poids de glucose et de lévulose est assez grande pour que l'on puisse sûrement conclure que la liqueur renfermait plus de glucose que de lévulose. Par suite, les bulbes contenaient plus d'amidon que d'inuline. Pour le moment, cette constatation suffit.

Tulipe.

Il existe beaucoup d'amidon dans le bulbe.
Le liquide donne à l'analyse

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	$+ 21^{div},3$	$1^{gr},06$ 0/0
Après l'action des acides....	$- 35^{div},4$	$8^{gr},76$

Et la composition de l'ensemble des sucres réducteurs est :

$$\text{Glucose} = 2^{gr},82$$
$$\text{Lévulose} = 5^{gr},74$$
$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 2,03$$

Comme on le voit, la tulipe diffère des plantes étudiées plus haut; son liquide cellulaire est en effet réducteur et dextrogyre.

La rotation droite, avant l'action des acides, ne peut être due tout entière aux sucres réducteurs initiaux, car même s'ils étaient formés par du glucose seul, ils ne donneraient qu'une rotation de $+ 6^{div},5$ au lieu de $+ 21^{div},3$ observée.

Il existe donc dans la liqueur un hydrate de carbone soluble, non réducteur et dextrogyre, du sucre de canne probablement.

D'autre part, l'excès du lévulose constaté dans la totalité des sucres réducteurs démontre que l'inuline se trouve aussi parmi les corps non réducteurs.

Pour vérifier ces hypothèses, on peut recourir à l'emploi d'une levure inversive; le sucre de canne, s'il existe, disparaîtra par fermentation et l'inuline non attaquée restera dans

la liqueur. La rotation primitivement droite, passera à gauche sans qu'il reste dans cette liqueur des sucres réducteurs.

A cet effet, un matras renfermant volumes égaux de liquide cellulaire et d'eau de levure est, après stérilisation, ensemencé avec une levure inversive pure et placé dans une étuve à 25°.

Après dix jours, la fermentation étant terminée, on fait l'analyse et l'on trouve, en doublant les résultats pour les rendre comparables aux chiffres précédents :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— $7^{div},8$	traces
Après l'action des acides....	— $21^{div},4$	$2^{gr},50$ 0/0

Les produits de la saccharification se composent de :

$$\text{Glucose} = 0$$
$$\text{Lévulose} = 2^{gr},50$$
$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0$$

Le corps dextrogyre a disparu et, après l'action des acides, la liqueur ne renferme plus que du lévulose provenant de l'inuline. Donc le liquide cellulaire contenait $2^{gr},50 \times 0,9 = 2^{gr},25$ d'inuline.

On peut, au moyen de cette donnée expérimentale, démontrer que le corps dextrogyre et non réducteur qui a disparu par fermentation était du sucre de canne.

En effet, dans le liquide cellulaire, après l'action des acides, le poids des sucres réducteurs était $8^{gr},76$ et la rotation — $35^{div},4$; le poids du lévulose provenant de l'inuline était $2^{gr},50$, et sa rotation — $21^{div},4$.

Le reste des sucres réducteurs, $6^{gr},26$, a pour rotation — 14^{div}, et leur composition est

$$\text{Glucose} = 2^{gr},95$$
$$\text{Lévulose} = 3^{gr},31$$
$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,12$$

Elle n'est pas très éloignée de celle du sucre interverti et

l'on peut admettre qu'ils proviennent en partie du sucre de canne.

Et le poids des sucres réducteurs initiaux étant 1gr,06, le poids du sucre interverti issu du saccharose serait 6gr,26 — 1gr,06 = 5gr,20.

Dès lors, le poids du saccharose serait 5gr,20 × 0,95 = 4gr,94.

Le liquide cellulaire extrait de la tulipe renfermait donc du sucre interverti, du sucre de canne et de l'inuline.

Et la rotation calculée du mélange déterminé plus haut est sensiblement la même que celle observée. En effet

Rotation calculée......	= + 20div,5
Rotation observée	= + 21div,3
Différence.	+ 0div,8

Poids de matière traitée........	= 300gr
Volume recueilli.............	= 200cc

Et pour 1000 grammes de matière,

Poids des sucres réducteurs............	= 7gr,06
Poids du saccharose...................	= 32gr,94
Poids de l'inuline.....................	= 15gr

Asphodèle.

Les racines renflées en tubercules ne renferment pas d'amidon. Le liquide cellulaire a donné :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 25div	4gr,17 0/0
Après l'action des acides....	— 49div,5	8gr,70
	Différence.	4gr,53

La composition de l'ensemble des sucres réducteurs est :

Glucose = 1gr,85
Lévulose = 6gr,85

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 3,7$$

Le poids du lévulose ne peut provenir tout entier des sucres réducteurs initiaux dont le poids est seulement $4^{gr},17$.

L'existence de l'inuline dans le liquide cellulaire se démontre par la formation d'un précipité abondant avec l'eau de baryte en excès et par le raisonnement suivant :

Le poids des sucres réducteurs formés par l'action des acides est $4^{gr},53$; si on les considère comme représentant du lévulose, leur rotation est $-\beta = -38^{div},6$.

Le poids d'inuline correspondant est $4^{gr},53 \times \frac{9}{10} = 4^{gr},08$, et sa rotation $-\alpha = -14^{div},7$, et si K est la rotation des sucres réducteurs initiaux, on doit avoir :

(1) $K - \alpha = -25^{div}$

(2) $K - \beta = -49^{div},5$,

d'où l'on tire :

(1) $K = -25 \quad + 14,7 = -10,3$,

moyenne $-10^{div},6$,

(2) $K = -49,5 + 38,6 = -10,9$.

Et la composition des sucres réducteurs initiaux serait :

Glucose $= 1^{gr},87$
Lévulose $= 2^{gr},30$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,22$$

Ils contenaient donc plus de glucose que de lévulose.

Le poids de glucose trouvé, dans l'hypothèse faite plus haut, est identique à celui de $1^{gr},85$ déduit par le calcul dans l'ensemble des sucres réducteurs après l'action des acides. Cette concordance est encore une preuve de son exactitude.

La réserve hydrocarbonée non assimilable était donc constituée uniquement par de l'inuline.

Poids de matière traitée........ $= 270^{gr}$
Volume recueilli.............. $= 180^{cc}$

Et pour 1000 grammes de matière,

Poids des sucres réducteurs initiaux..... $= 27^{gr},77$
Poids de l'inuline..................... $= 27^{gr},13$

Amaryllis.

Le bulbe renferme de l'amidon.

Le liquide extrait a l'aspect et la consistance d'un mucilage; son analyse conduit aux résultats suivants :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	+ 10^{div},2	0^{gr},20 0/0
Après l'action des acides....	— 4^{div}	2^{gr},08
	Différence.	1^{gr},88

Et l'ensemble des sucres réducteurs se compose de :

Glucose = 1^{gr},03
Lévulose = 1^{gr},05

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1$$

C'est exactement la composition du sucre interverti.

Le calcul démontre que l'hydrate de carbone soluble, dextrogyre et non réducteur, existant dans le bulbe en même temps que les sucres réducteurs, était du saccharose.

Poids de matière traitée .... = 230^{gr}
Volume recueilli .... = 90^{cc}

Pour 1000 grammes de matière,

Poids des sucres réducteurs .... = 0^{gr},78
Poids du saccharose .... = 7^{gr},76

Tubéreuse.

Le bulbe ne renferme pas d'amidon [1].

L'analyse du liquide extrait donne :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 44^{div}	1^{gr},42 0/0
Après l'action des acides....	— 86^{div}	11^{gr},12

---

[1] Les cellules sont extrêmement riches en gros cristaux d'oxalate de chaux.

L'ensemble des sucres réducteurs est formé de :

Glucose = $0^{gr},00$
Lévulose = $11^{gr},12$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = \infty$$

Puisque après l'action des acides la liqueur ne renferme que du lévulose, c'est que les sucres réducteurs initiaux étaient aussi du lévulose.

L'inuline constitue à elle seule toute la réserve hydrocarbonée non assimilable.

Cette inuline est identique à celle retirée de l'ail, ou de la jacinthe.

Poids de matière traitée.........	$= 300^{gr}$
Volume recueilli................	$= 100^{cc}$

Et pour 1000 grammes de matière :

Le poids du lévulose..................	$= 4^{gr},73$
Le poids de l'inuline.................	$= 29^{gr},1$

Iris.

Les rhizomes ont des pousses de 3 centimètres environ de longueur ; comme ils renferment beaucoup de faisceaux ligneux, ils ont d'abord été râpés, afin de faciliter la pression, puis traités par l'éther.

On trouve dans les cellules des grains d'amidon de grosseur très variable.

Le liquide cellulaire a donné :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides.....	$-3^{div},2$	$2^{gr},73$ 0/0
Après l'action des acides.....	-9^{div}	$3^{gr},47$
	Différence.	$0^{gr},74$

L'ensemble des sucres réducteurs se compose de :

Glucose = $1^{gr},54$
Lévulose = $1^{gr},93$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,2$$

Par le calcul, on trouve que l'augmentation du poids des sucres réducteurs après l'action des acides est due à l'existence de saccharose dans la liqueur.

Les sucres réducteurs initiaux ont une composition voisine de celle du sucre interverti, avec un léger excès de lévulose.

Poids de matière traitée	= 320gr
Volume recueilli	= 280cc

Pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs	= 23gr,82
Poids du saccharose	= 6gr,12

Glaïeuls.

Les cellules du bulbe renferment beaucoup d'amidon. On a pour le liquide cellulaire :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides.....	+ 3div,3	1gr,30 0/0
Après l'action des acides.....	— 5div,2	2gr,30
	Différence	1,00

L'ensemble des sucres réducteurs est formé de :

Glucose = 1gr,08
Lévulose = 1gr,22

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,1$$

Comme dans l'iris, le calcul montre que la liqueur renferme du sucre de canne en même temps que les sucres réducteurs, dont la composition est à peu près celle du sucre interverti avec un léger excès de lévulose.

Poids de matière traitée	= 490gr
Volume recueilli	= 190cc

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs	= 5gr,04
Poids du sucre de canne	= 3gr,29

Crocus.

La tige souterraine, renflée en bulbe, est gorgée d'amidon et son tissu est très dense; elle a été râpée avant le traitement par l'éther.

Poids de la pulpe.............. = 500gr
Volume recueilli............... = 8cc

Ce volume est très faible par rapport au poids de matière; additionné de trois fois son volume d'eau, le liquide ne donne, après l'action des acides, qu'une réduction faible.

On peut donc, sans erreur appréciable, admettre que cette plante ne renferme que des traces d'hydrates de carbone solubles; la réserve hydrocarbonée est constituée par de l'amidon.

Le tableau suivant résume les résultats de ce quatrième chapitre.

PLANTES ÉTUDIÉES.

DISTRIBUTION		AMIDON	INULINE soluble	SUCRE de canne	SUCRES réducteurs initiaux
Ordre des Liliacées.	Famille des Liliinées.				
	Tribu des Liliées.				
	Genres : Hyacinthus (Jacinthe).	Amidon.	104gr,34	0	4gr,43
	Tulipa (Tulipe).	Amidon.	15gr,00	32gr,94	7gr,06
	Asphodelus (Asphodèle)	0	27gr,13	0	27gr,77
Ordre des Iridinées.	Famille des Amaryllidées.				
	Tribu des Amaryllées.				
	Genres : Amaryllis (Amaryllis).	Amidon.	0	7gr,76	0gr,78
	Polyanthes (Tubéreuse)	0	29gr,10	0	4gr,73
	Famille des Iridées.				
	Tribu des Morées.				
	Genre : Iris (Iris).	Amidon.	0	6gr,12	23gr,82
	Tribu des Ixiées.				
	Genre : Gladiolus (Glaïeul).	Amidon.	0	3gr,29	5gr,04
	Tribu des Sisyrinchiées.				
	Genre : Crocus (Crocus).	Amidon.	0	0	0

Le tableau précédent montre que :

1° Les végétaux étudiés présentent, au point de vue des hydrates de carbone solubles, des différences qualitatives et quantitatives très grandes ;

2° Dans aucun d'eux on ne rencontre les hydrates de carbone trouvés dans l'échalotte et dans l'oignon ;

3° L'inuline soluble, identique à celle de l'ail, existe seule comme réserve hydrocarbonée, non directement assimilable dans un genre voisin du genre Allium (genre *Asphodelus*) et dans le genre *Polyanthes* (tubéreuse) appartenant à une famille et à un ordre différents; en mélange avec l'amidon dans le genre *Hyacinthus* (jacinthe), en mélange avec l'amidon et le sucre de canne dans le genre *Tulipa* (tulipe), faisant partie, avec le genre Allium, d'une même tribu.

Ce corps n'est donc pas particulier à un genre ;

4° La présence ou l'absence de l'amidon est indépendante de l'ordre, de la tribu et même du genre auxquels appartient le végétal étudié; ainsi, l'asphodèle et la tubéreuse en sont dépourvues, tandis que la jacinthe, l'amaryllis et tous les autres en renferment.

Dans la jacinthe, il est remarquable que l'amidon existe comme matière hydrocarbonée de réserve, bien que à aucun moment de son développement on n'en trouve dans les feuilles, tandis que la tubéreuse qui n'en a pas dans les feuilles, n'en contienne pas non plus à l'état de réserve.

Nous savons en outre que le bulbe de jacinthe renferme plus d'amidon que d'inuline ;

5° Au point de vue de la nature de leurs réserves hydrocarbonées, les plantes étudiées présentent cinq types bien distincts :

1° Plantes renfermant de l'inuline soluble seule (asphodèle, tubéreuse) ;

2° Plantes renfermant de l'amidon seul (crocus) ;

3° Plantes renfermant de l'amidon et de l'inuline soluble (jacinthe) ;

4° Plantes renfermant de l'amidon et du sucre de canne (amaryllis, iris, glaïeul);

5° Plantes renfermant de l'amidon, de l'inuline et du sucre de canne (tulipe).

C'est là un fait important, car si l'on y joignait les types :

6° Plantes renfermant de l'inuline ordinaire et du synanthrose ou lévuline (topinambour);

7° Plantes renfermant du trétralose (*Aspergillus niger* et beaucoup d'autres champignons),

on aurait la liste à peu près complète de tous les hydrates de carbone que les représentants du monde végétal peuvent, à une certaine période de leur existence, mettre en réserve pour leur développement ultérieur.

Cette liste permettra de savoir à quel végétal on pourra s'adresser lorsqu'on voudra rechercher, par exemple, le mode de formation de ces hydrates de carbone lorsqu'ils existent seuls; l'ordre de l'apparition ou de la disparition de plusieurs de ces hydrates de carbone, lorsqu'ils sont mélangés dans une même plante.

CHAPITRE V

Répartition des hydrates de carbone dans un allium tout entier à différents degrés de développement.

Dans cette étude, chaque végétal est divisé en trois parties :

1° Extrémité des feuilles jusqu'à la région engainante;

2° Région engainante jusqu'à la naissance du caïeu ou du bulbe;

3° Caïeu ou bulbe.

Chaque partie est traitée séparément par l'éther suivant le mode déjà décrit et soumise ensuite à une forte pression.

Le liquide cellulaire est, avant examen, déféqué par addition de 10 centimètres cubes de la solution de sous-acétate de plomb dans 100 centimètres cubes de liquide.

Ail.

a. Ail très jeune; les caïeux commencent à se dessiner. Les extrémités seules des feuilles ont été étudiées.

Le liquide extrait a donné à l'analyse :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides.....	— $7^{div},6$	$2^{gr},92$ 0/0
Après l'action des acides.....	— 8^{div}	$3^{gr},00$

d'où pour la composition des sucres réducteurs :

Glucose $= 1^{gr},32$
Lévulose $= 1^{gr},68$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,27$$

Cette composition est voisine de celle du sucre interverti, avec un léger excès de lévulose.

Ces sucres réducteurs sont fermentescibles.

En effet, une partie du liquide cellulaire, débarrassé à froid de l'éther dissous et additionné d'un dixième de son volume d'eau de levure, est, après stérilisation, soumis à l'action d'une levure inversive.

Au bout de huit jours, la fermentation est terminée; la liqueur de Fehling n'accuse plus, dans le liquide fermenté, que des traces de réduction, après comme avant l'action des acides, et la rotation est à peu près nulle.

Indépendamment des sucres réducteurs, le liquide cellulaire ne renfermait donc aucun autre corps susceptible de fausser les résultats de l'analyse.

b. Ail plus âgé; les gousses commencent à se différencier dans le caïeu.

1° Extrémité des feuilles :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides.....	— 8^{div}	3^{gr},10 0/0
Après l'action des acides.....	— 8^{div}	3^{gr},10

d'où, pour les sucres réducteurs, la composition :

Glucose = 1^{gr},4
Lévulose = 1^{gr},7

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,2$$

Ces résultats sont identiques à ceux de l'expérience précédente.

Poids de matière traitée........ = 1200^{gr}
Volume recueilli............... = 1000^{cc}

Pour 1000 grammes de matière, en tenant compte de la dilution due à l'acétate de plomb :

Poids des sucres réducteurs........... = 27^{gr},12

répartis en :

$$\text{Glucose} = 12^{gr},56$$
$$\text{Lévulose} = 14^{gr},56$$
$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,2$$
$$\text{Inuline} = 0$$

2° Région engainante :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	-25^{div}	$4^{gr},67$ 0/0
Après l'action des acides....	-48^{div}	$9^{gr},09$

En admettant, comme on va le prouver, que le corps non réducteur est de l'inuline et que dans l'hydratation il ne se soit formé que du lévulose, le poids de ce dernier est

$$9,09 - 4,67 = 4^{gr},42,$$

et sa rotation $-\beta = -37^{div},7.$

Le poids d'inuline correspondant est

$$4,42 \times \frac{9}{10} = 3^{gr},98,$$

et sa rotation $-\alpha = -14^{div},3.$

K étant la rotation des sucres réducteurs initiaux, on doit avoir :

(1) $-\alpha + K = -25,$

(2) $-\beta + K = -48,$

d'où

(1) $K = -25 + 14,3 = -10^{div},7,$

moyenne $-10^{div},5,$

(2) $K = -48 + 37,7 = -10^{div},3,$

ce qui donne pour les sucres réducteurs initiaux :

$$\text{Glucose} = 2^{gr},20$$
$$\text{Lévulose} = 2^{gr},27$$
$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,12$$

Comme dans les feuilles, ils présentent sur le sucre interverti un léger excès de lévulose.

On est bien assuré de l'exactitude réelle et non accidentelle des valeurs de K, lorsqu'on a constaté : 1° par l'emploi de l'eau de baryte, la formation dans la liqueur du précipité caractéristique de l'inuline; 2° par la fermentation, l'existence d'un résidu non fermentescible donnant du lévulose par hydratation.

L'expérience suivante fournit cette dernière preuve.

Un matras contenant 100 centimètres du liquide analysé est, après stérilisation, ensemencé de levure inversive et placé dans une étuve à 25°.

Après dix jours, la fermentation a cessé et l'analyse de la liqueur donne :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides.....	-14^{div}	traces
Après l'action des acides.....	$-36^{div},3$	$4^{gr},20$ 0/0

d'où

Glucose $= 0$
Lévulose $= 4^{gr},20$

Le poids d'inuline correspondant est $4^{gr},20 \times \frac{9}{10} = 3^{gr},78$. Ce chiffre est un peu plus faible que celui trouvé $3^{gr},98$ par le calcul dans le même liquide avant fermentation. La différence $0^{gr},20$ 0/0 peut provenir de ce que, soit pendant la stérilisation à l'autoclave, soit pendant son séjour à l'étuve, cette petite quantité d'inuline a été saccharifiée et utilisée par la levure.

Poids de matière traitée........ $= 1200^{gr}$
Volume recueilli............... $= 1000^{cc}$

Donc, pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A.. $= 40^{gr},85$

répartis en :

Glucose $= 19^{gr},22$
Lévulose $= 21^{gr},63$

$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,12$

Poids d'inuline I.. $= 38^{gr},65$

$\frac{I}{A}$.. $= 0,94$

3° Caïeu :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 36^{div}	$3^{gr},57$ 0/0
Après l'action des acides....	— $78^{div},5$	$11^{gr},90$

Par un raisonnement identique à celui déjà appliqué à la région engainante, on trouve pour la rotation des sucres réducteurs initiaux, $K = -9^{div},5$ et pour leur composition :

Glucose $= 1^{gr},60$
Lévulose $= 1^{gr},97$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,23$$

La composition de ces sucres est à peu près constante dans tout le végétal.

100 centimètres cubes du liquide examiné, c'est-à-dire après défécation, contenaient $7^{gr},5$ d'inuline.

Poids des caïeux traités .... $= 900^{gr}$
Volume recueilli................ $= 650^{cc}$

Donc, pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A.. $= 27^{gr},08$

répartis en :

Glucose $= 12^{gr},13$
Lévulose $= 14^{gr},95$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,23$$

Poids d'inuline I.. $= 56^{gr},85$

$$\frac{I}{A}. = 2,1$$

Le tableau suivant résume les résultats précédents et ceux fournis antérieurement par l'étude des caïeux mûrs et récoltés depuis quatre mois.

A = sucres réducteurs initiaux = L + G.
L = lévulose.
G = glucose.
I = inuline.

PARTIES DU VÉGÉTAL	A	L	G	$\frac{L}{G}$	I	$\frac{I}{A}$
Extrémité des feuilles.	27gr,12	14,56	12,56	1,20	0,00	0,00
Région engainante....	40gr,85	21,63	19,22	1,12	38,65	0,94
Caïeux jeunes	27gr,08	14,95	12,13	1,23	56,85	2,10
....	....	....	....	....	....	....
Caïeux mûrs..........	0	0	0	0	215,00	∞

De ce tableau, il résulte immédiatement que :

1° Les extrémités libres des feuilles, colorées seules par de la chlorophylle, ne renferment que des sucres réducteurs ; ce sont donc les premiers hydrates de carbone tangibles résultant de l'assimilation chlorophyllienne.

Ces corps s'accumulent temporairement dans la région engainante pour s'écouler ensuite dans les caïeux. Quelle que soit leur quantité absolue, et quelle que soit la partie du végétal, en voie de développement, que l'on considère, ils se composent toujours de poids sensiblement égaux de glucose et de lévulose, car le rapport $\frac{L}{G}$ est voisin de 1.

Ces sucres réducteurs font défaut dans les caïeux mûrs et récoltés depuis quelques mois.

2° L'inuline, absente dans la partie verte des feuilles, apparaît dans la région engainante et va s'immobiliser dans les caïeux où, après maturation, elle forme à elle seule toute la réserve hydrocarbonée.

La proportion d'inuline formée va en augmentant du haut en bas du végétal par rapport aux sucres réducteurs et le rapport $\frac{I}{A}$ varie de 0 à ∞.

3° De son absence dans la partie verte des feuilles, on peut conclure qu'elle n'est pas un produit direct de l'assimilation.

Elle procède donc des sucres réducteurs, glucose et lévulose déjà formés ; de l'un d'eux seulement ou des deux à la fois.

Mais de ces deux sucres, l'un est dextrogyre et l'autre lévogyre ; quoique de même composition centésimale, ils ont une constitution moléculaire différente ; ils se comportent, par

exemple, de manière différente dans les réactions hydrogénantes d'ordre chimique ou physiologique : ainsi sous l'influence de l'amalgame de sodium (M. Bouchardat) ou d'un ferment organisé, récemment isolé par MM. Gayon et Dubourg, le lévulose seul donne de la mannite.

Enfin, tandis que le glucose dextrogyre résulte de l'hydratation de l'amidon, dextrogyre aussi, le lévulose résulte de l'inuline également lévogyre ; et, en admettant la réversibilité du phénomène, l'amidon dériverait du glucose, comme l'inuline, du lévulose, par déshydratation. On n'aurait pas, pour expliquer la formation de l'amidon ou de l'inuline, à faire intervenir des modifications moléculaires capables de changer le sens de la rotation.

Dès lors, du glucose et du lévulose, issus de l'action chlorophyllienne et cheminant ensemble dans les différentes parties du végétal, le lévulose, en totalité ou en partie, se mettrait en réserve sous forme non assimilable, l'inuline, tandis que tout le glucose et aussi peut-être une faible quantité de lévulose participeraient aux phénomènes vitaux.

De plus, la constance dans la composition des sucres réducteurs existant en différents points de la même plante, indiquerait la fixation d'une quantité de lévulose égale à celle du glucose disparu.

Échalotte.

a. Échalottes jeunes dans lesquelles les bulbes sont dessinés.

Comme pour l'ail, chaque végétal est divisé en trois parties, et les liquides extraits de chacune d'elles sont traités comme précédemment.

1° Extrémité des feuilles :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 3^{div},5	1^{gr},80 0/0
Après l'action des acides....	— 3^{div},5	1^{gr},80

d'où l'on déduit pour la composition :

Glucose $= 0^{gr},89$
Lévulose $= 0^{gr},91$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,02$$

soit celle du sucre interverti.

Poids de matière traitée........ $= 1500^{gr}$
Volume recueilli.............. $= 1400^{cc}$

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs........... $= 18^{gr},47$

répartis en :

Glucose $= 9^{gr},14$
Lévulose $= 9^{gr},34$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,02$$

Hydrates de carbone non réducteurs... $= 0.$

Les extrémités des feuilles ne renferment donc que des hydrates de carbone réducteurs.

2° Région engainante des feuilles :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	$- 11^{div},8$	$4^{gr},85$ 0/0
Après l'action des acides....	$- 15^{div},2$	$5^{gr},55$

La région engainante renferme des corps réducteurs comme les feuilles, et en même temps des corps non réducteurs.

Pour déterminer la composition des sucres réducteurs initiaux, nous prendrons, ainsi que nous l'avons déjà fait dans le troisième chapitre, comme pouvoir rotatoire des sucres réducteurs résultant de l'hydratation des hydrates de carbone non réducteurs le nombre

$$[\alpha]_D = -81°,$$

et pour les corps non réducteurs, en leur attribuant la composition du saccharose, celui de

$$[\alpha]_D = -25°,27.$$

Et nous avons vu que la rotation donnée par des solutions à 1 0/0 est

Pour les corps réducteurs.....	— 7div. sacch.,47
Pour les corps non réducteurs.	— 2div. sacch.,33

Dans l'expérience précédente, on a :

Sucres réducteurs initiaux.......	= 4gr,85
Sucres réducteurs totaux........	= 5gr,55
Sucres réducteurs formés	= 0gr,70

dont la rotation $0{,}70 \times 8{,}47 = -\beta = -5^{\text{div}},2$.

Le poids correspondant des corps non réducteurs est :

$$0{,}70 \times \frac{95}{10} = 0{,}66,$$

et leur rotation $0{,}66 \times 2{,}33 = -\alpha = -1{,}5$.

Donc

(1) $$-\alpha + K = -11^{\text{div}},8,$$

(2) $$-\beta + K = -15^{\text{div}},2,$$

d'où

(1) $$K = -11{,}8 + 1{,}5 = -10^{\text{div}},3,$$

moyenne $= -10^{\text{div}},1$,

(2) $$K = -15{,}2 + 5{,}2 = -10^{\text{div}},0.$$

Et la composition des sucres réducteurs initiaux 4gr,85, dont la rotation $= -10^{\text{div}},1$ est :

Glucose = 2gr,34
Lévulose = 2gr,51

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1{,}07$$

soit encore à peu près celle du sucre interverti :

Poids de matière traitée	= 1000gr
Volume recueilli...............	= 950cc

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A...	= 50gr,63

répartis en :

Glucose $= 24^{gr},43$
Lévulose $= 26^{gr},20$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,07$$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B $= 6^{gr},95$

$$\frac{B}{A} = 0,13$$

3° Bulbes :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	-32^{div}	$4^{gr},00$ 0/0
Après l'action des acides....	-87^{div}	$14^{gr},37$

Le calcul donne pour la rotation des 4 grammes de sucres réducteurs initiaux $K = -9^{div},3$.

Leur composition est :

Glucose $= 1^{gr},86$
Lévulose $= 2^{gr},14$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,15$$

Elle n'est pas très éloignée de celle du sucre interverti, mais l'excès du lévulose sur le glucose va en augmentant.

Tandis que le poids des sucres réducteurs initiaux diffère peu de celui existant dans la région engainante, le poids des hydrates de carbone non réducteurs augmente notablement et la réserve se constitue.

Poids de matière traitée........ $= 1900^{gr}$
Volume recueilli.............. $= 1500^{cc}$

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A... $= 34^{gr},74$

répartis en :

Glucose $= 16^{gr},16$
Lévulose $= 18^{gr},58$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,15$$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B $= 85^{gr},56$

$$\frac{B}{A} = 2,4$$

b. Échalottes jeunes ayant souffert de la chaleur et de la sécheresse. Les bulbes sont formés.

1° Extrémité des feuilles :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 1div	0gr,55 0/0
Après l'action des acides....	— 1div	0gr,55

d'où la composition :

Glucose = 0gr,28
Lévulose = 0gr,27

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,95$$

Bien que la proportion des sucres réducteurs qui ont pris naissance dans les parties vertes des feuilles soit plus faible que dans *a*, leur composition est encore celle du sucre interverti.

Poids de matière traitée .... = 100gr
Volume recueilli................ = 84cc

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A.... = 5gr,00

répartis en :

Glucose = 2gr,54
Lévulose = 2gr,46

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,95$$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B = 0

$$\frac{B}{A} = 0$$

2° Région engainante :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 8div	3gr,85 0/0
Après l'action des acides....	— 8div	3gr,85

Contrairement à ce qu'on a observé dans la région engainante des plantes développées dans des conditions normales de température et d'humidité, on ne trouve pas ici d'hydrates de carbone non réducteurs.

La proportion des sucres réducteurs est aussi plus faible que dans l'expérience précédente.

L'apport par les feuilles est très faible ; il n'y a probablement

pas d'excédent de la production sur la consommation et par suite pas de formation de réserve dans cette région. Du reste, la composition des sucres réducteurs est dans la région engainante ce qu'elle était dans les extrémités vertes.

On a en effet :

Glucose = 1gr,86
Lévulose = 1gr,99

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1{,}06$$

Poids de matière traitée......... = 300gr
Volume recueilli................ = 250cc

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A... = 35gr,23

répartis en :

Glucose = 17gr,03
Lévulose = 18gr,20

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1{,}07$$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B = 0gr

$$\frac{B}{A} = 0$$

3° Bulbes :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 37div	4gr,27 0/0
Après l'action des acides....	— 89div,4	14gr,28

La rotation calculée des sucres réducteurs initiaux 4gr,27 est K = — 14div,8, d'où la composition :

Glucose = 1gr,52
Lévulose = 2gr,75

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1{,}88$$

Poids de matière traitée......... = 650gr
Volume recueilli................ = 540cc

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A... = 38gr,96

répartis en :

Glucose = 13gr,86
Lévulose = 25gr,10

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1{,}88$$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B = $86^{gr},89$

$\frac{B}{A}$ 2, = 23

On voit cependant que, en qualité comme en quantité, les hydrates de carbone sont les mêmes que dans les bulbes jeunes précédemment étudiés.

Probablement donc, avant l'élévation de la température, les plantes *b* avaient dû fonctionner comme les plantes *a*.

c. Échalottes à peu près mûres :

Les feuilles sont jaunes et en partie fanées.

Les bulbes seuls ont été étudiés.

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— $37^{div},3$	$4^{gr},39$ 0/0
Après l'action des acides....	— 95^{div}	$15^{gr},44$

La rotation calculée K des sucres réducteurs initiaux est — $12^{div},7$, d'où la composition :

Glucose = $1^{gr},85$
Lévulose = $2^{gr},54$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,37$$

Poids de matière traitée .... = 550^{gr}
Volume recueilli................ = 420^{cc}

Et pour 1000 grammes de matière,

Poids des sucres réducteurs initiaux A... = $36^{gr},87$

répartis en :

Glucose = $15^{gr},54$
Lévulose = $21^{gr},33$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,37$$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B = $88^{gr},12$

$$\frac{B}{A} = 2,39$$

d. Échalottes mûres :

L'extrémité des feuilles et la région engainante sont presque desséchées complètement.

	Rotation.	Reduction.
Avant l'action des acides....	— $42^{div},6$	$4^{gr},50$ 0/0
Après l'action des acides....	— $107^{div},3$	$16^{gr},75$

La rotation calculée des $4^{gr},50$ de sucres réducteurs est $K = -15^{div},7$, d'où leur composition :

Glucose $= 1^{gr},70$
Lévulose $= 2^{gr},80$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,64$$

Poids de matière traitée......... $= 750^{gr}$
Volume recueilli................ $= 530^{cc}$

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A... $= 34^{gr},98$

répartis en :

Glucose $= 13^{gr},22$
Lévulose $= 21^{gr},76$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,64$$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B $= 90^{gr},38$

$$\frac{B}{A} = 2,58$$

Dans le tableau suivant, qui résume les résultats de cette étude, ne figurent pas les nombres fournis par les extrémités des feuilles et la région engainante des plantes *b*, comme n'étant pas, au moment de leur analyse, dans des conditions normales.

On y a joint ceux fournis par des bulbes récoltés depuis quatre mois, et consignés dans le chapitre III (échalotte).

Échalotte.

PARTIES DU VÉGÉTAL	SUCRES réducteurs initiaux $A = L + G$	GLUCOSE G	LÉVULOSE L	RAPPORT $\frac{L}{G}$	HYDRATES DE CARBONE non réducteurs B	RAPPORT $\frac{B}{A}$
Extrémité des feuilles *a*	$18^{gr},47$	$9^{gr},14$	$9^{gr},33$	1,02	0	0
Région engainante... *a*	$50^{gr},63$	$24^{gr},43$	$26^{gr},20$	1,07	$6^{gr},95$	0,13
Bulbes.............. *a*	$34^{gr},74$	$16^{gr},16$	1[illegible]$^{gr},58$	1,15	$85^{gr},86$	2,40
Id. .... *b*	$38^{gr},96$	$13^{gr},86$	$25^{gr},10$	1,88	$86^{gr},89$	2,23
Id. .... *c*	$36^{gr},87$	$15^{gr},54$	$21^{gr},33$	1,37	$88^{gr},12$	2,39
Id. .... *d*	$34^{gr},98$	$13^{gr},22$	$21^{gr},76$	1,64	$90^{gr},38$	2,58
Id. vieux..........	$28^{gr},78$	$10^{gr},21$	$18^{gr},56$	1,80	$86^{gr},74$	3,01

Du tableau précédent il résulte que :

1° Dans un même végétal, le poids des sucres réducteurs initiaux est maximum dans la région engainante; ceux-ci, formés dans la partie verte des feuilles, s'accumulent donc temporairement dans la région engainante avant de s'écouler dans le bulbe.

Quels que soient les poids absolus, leur composition est voisine de celle du sucre interverti, mais dans tous les cas le poids de lévulose est un peu supérieur à celui du glucose, et cette différence croît de l'extrémité des feuilles au bulbe.

2° Les hydrates de carbone non réducteurs, qui représentent la réserve non assimilable, absents dans les parties terminales des feuilles colorées en vert par la chlorophylle, apparaissent dans la région engainante et vont s'accumuler dans le bulbe.

3° De leur absence dans les extrémités vertes des feuilles, on doit conclure qu'ils ne sont pas un produit direct de l'assimilation du carbone. Ils n'ont pu prendre naissance qu'aux dépens du glucose et du lévulose déjà existants.

Or nous savons que ces hydrates de carbone donnent par hydratation un mélange de glucose et de lévulose dans le rapport $\frac{G}{L} = \frac{1}{12}$, et si l'on admet, hypothèse bien vraisemblable, que le glucose qu'ils renferment provienne exclusivement de celui formé dans les cellules vertes et non du lévulose, comme le lévulose proviendrait exclusivement du lévulose de même origine que le glucose, le dépôt de 13 grammes de ces hydrates de carbone de réserve immobiliserait donc 12 grammes de lévulose pour un gramme de glucose. Dès lors les 11 grammes de glucose qui ne participeraient pas à la combinaison devraient se retrouver dans les sucres réducteurs existant en même temps que les hydrates de carbone non réducteurs. Mais le rapport $\frac{L}{G}$ montre que dans ces sucres réducteurs il y a au contraire plus de lévulose que de glucose.

Donc ce glucose a été utilisé par la plante, soit seul, soit en même temps qu'une certaine quantité de lévulose. Du reste,

cette préférence de la plante pour le glucose devient manifeste, si l'on considère la composition des sucres réducteurs, dont la proportion varie peu et qui existent dans les bulbes à différents degrés de développement, depuis leur formation jusqu'à leur maturité et même après la récolte. En effet le rapport $\frac{L}{G}$ varie de 1,15 à 1,80 avec un maximum 1,88.

4° La formation de ces hydrates de carbone non assimilables pourrait s'expliquer ainsi :

Les cellules à chlorophylle seules fixent le carbone de l'acide carbonique pour en faire du glucose et du lévulose en proportions égales.

Ces deux sucres circulent ensemble du haut en bas de la plante. Dans les régions où l'apport dépasse la consommation, ils se mettent en réserve, et la constitution de cette réserve serait réglée par l'emploi même que ferait la plante des sucres réducteurs existants. Comme dans ce cas, elle consomme le glucose de préférence au lévulose; ce dernier non utilisé immédiatement s'immobilise en totalité ou en partie, en même temps qu'une faible proportion de glucose.

5° Dans le temps qui s'est écoulé depuis leur récolte, quatre mois environ, les bulbes, pendant cette période de repos, ont employé une partie des sucres réducteurs et aussi une partie de la réserve.

Oignon.

J'ai suivi le développement de la variété oignon blanc seulement.

Comme précédemment, chaque partie du végétal a été, avant pression, traitée par l'éther.

Le liquide cellulaire recueilli est déféqué par le sous-acétate de plomb, dans la proportion de 10 centimètres cubes de sous-acétate pour 100 centimètres cubes de liquide.

a. Les bulbes ovoïdes sont de la grosseur d'une noix.

1° Extrémité des feuilles :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 6^{div}	2^{gr},40 0 0
Après l'action des acides....	— 6^{div}	2^{gr},40
	Différence.	0^{gr},00

d'où la composition :

$$\text{Glucose} = 1^{gr},08$$
$$\text{Lévulose} = 1^{gr},32$$
$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,2$$

Si par évaporation on réduit 300 centimètres cubes à 50 centimètres cubes, on a :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 35^{div},5	14^{gr},00 0 0
Après l'action des acides....	— 35^{div},5	14^{gr},00

d'où

$$\text{Glucose} = 6^{gr},28$$
$$\text{Lévulose} = 7^{gr},72$$
$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,2$$

Les extrémités des feuilles ne renferment donc que des sucres réducteurs, dont la composition est voisine de celle du sucre interverti [1], et qui disparaissent en totalité sous l'influence d'une levure alcoolique.

Poids de matière traitée	= 1390^{gr}
Volume recueilli	= 1160^{cc}

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A...	= 22^{gr},03

---

(1) M. A. Meyer (*Bot. Zeit.*, 1885, et *Annales agronomiques*, t. II, p. 306) a trouvé dans les feuilles d'oignon 2^{gr},5 de sucres réducteurs pour 100 centimètres cubes et en même temps 0^{gr},7 de sucres non réducteurs. L'existence de corps non réducteurs dans le liquide cellulaire analysé tient peut-être à ce que M. Meyer a pris en même temps que les extrémités libres des feuilles une faible partie de la région engainante où l'on trouve en effet des corps non réducteurs. Dans ce cas, les résultats seraient tout à fait concordants.

Le même auteur a trouvé que les sucres réducteurs existant dans les feuilles de poireau ont à peu près la composition du sucre interverti. J'ai répété l'expérience et j'ai obtenu les mêmes résultats.

répartis en :

Glucose = $9^{gr},91$
Lévulose = $12^{gr},12$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,2$$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B = 0

$$\frac{B}{A} = 0$$

2° Région engainante :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	$-8^{div},5$	$3^{gr},41$ 0/0
Après l'action des acides....	$-10^{div},6$	$3^{gr},87$
	Différence.	$0^{gr},46$

Le calcul donne, pour la rotation des sucres réducteurs initiaux $3^{gr},41$, $K = 7^{div},3$, et leur composition est :

Glucose = $1^{gr},63$
Lévulose = $1^{gr},73$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,1$$

Il existe donc des sucres réducteurs de même composition que dans les extrémités et aussi une faible quantité de corps non réducteurs.

Poids de matière traitée .... = 600^{gr}
Volume recueilli................ = 440^{cc}

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A... = $27^{gr},50$

répartis en :

Glucose = $13^{gr},14$
Lévulose = $14^{gr},36$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,1$$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B = $3^{gr},47$

$$\frac{B}{A} = 0,13$$

3° Bulbes :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	$-9^{div},8$	$3^{gr},25$ 0/0
Après l'action des acides....	-25^{div}	$6^{gr},08$
	Différence.	$2^{gr},83$

Valeur calculée de K = — $3^{div},7$, d'où la composition des sucres réducteurs initiaux $3^{gr},25$

Glucose = $1^{gr},80$
Lévulose = $1^{gr},45$

$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,80$

Poids de matière traitée......... = 650^{gr}
Volume recueilli................ = 480^{cc}

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A... = $26^{gr},36$

répartis en :

Glucose = $14^{gr},59$
Lévulose = $11^{gr},77$

$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,80$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B = $21^{gr},81$

$\frac{B}{A} = 0,83$

Les sucres réducteurs initiaux ont, comme dans les parties supérieures du même végétal, une composition qui s'éloigne peu de celle du sucre interverti.

Mais tandis que dans les régions aériennes le lévulose domine, dans le bulbe au contraire il y a excès de glucose.

Le poids des hydrates de carbone non réducteurs est presque égal, dans ces jeunes bulbes, à celui des sucres réducteurs.

b. Les bulbes ont la grosseur d'un œuf.

1° Région engainante :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 10^{div}	$4^{gr},34$ 0/0
Après l'action des acides....	— $15^{div},8$	$5^{gr},37$
	Différence.	$1^{gr},03$

La valeur calculée de K = — $8^{div},5$, et la composition des $4^{gr},34$ de sucres réducteurs initiaux est :

Glucose = $2^{gr},14$
Lévulose = $2^{gr},20$

$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,02$

Poids de matière traitée......... $= 610^{gr}$
Volume recueilli................ $= 430^{cc}$

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A... $= 33^{gr},62$

répartis en :

Glucose $= 16^{gr},58$
Lévulose $= 17^{gr},04$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 1,02$$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B $= 15^{gr},13$

$$\frac{B}{A} = 0,44$$

Sauf une plus grande proportion d'hydrates de carbone de réserve, les résultats sont identiques à ceux fournis par l'analyse de la même partie de *a*.

2° Bulbes :

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	$- 15^{div},3$	$4^{gr},16$ 0/0
Après l'action des acides....	$- 45^{div},5$	$9^{gr},80$
	Différence.	$5^{gr},64$

La valeur calculée de $K = - 3^{div},6$, et la composition des $4^{gr},16$ de sucres réducteurs initiaux est :

Glucose $= 2^{gr},39$
Lévulose $= 1^{gr},77$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,74$$

Poids de matière traitée......... $= 1000^{gr}$
Volume recueilli................ $= 750^{cc}$

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A... $= 34^{gr},27$

répartis en :

Glucose $= 19^{gr},69$
Lévulose $= 14^{gr},58$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,74$$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B $= 44^{gr},23$

$$\frac{B}{A} = 1,29$$

c. Bulbes un peu plus gros que les précédents.

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 15^{div}	$4^{gr},54$ 0/0
Après l'action des acides....	— 41^{div}	$9^{gr},43$
	Différence.	$4^{gr},89$

La valeur calculée de K = — $4^{div},3$, et la composition des sucres réducteurs initiaux $4^{gr},54$ est :

Glucose = $2^{gr},57$
Lévulose = $1^{gr},97$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,76$$

Poids de matière traitée......... = 650^{gr}
Volume recueilli............... = 500^{cc}

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux B... = $38^{gr},38$

répartis en :

Glucose = $21^{gr},73$
Lévulose = $16^{gr},65$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,76$$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B = $39^{gr},31$

$$\frac{B}{A} = 1,02$$

d. Les bulbes ont à peu près terminé leur accroissement; la région engainante a perdu sa turgescence; son diamètre a diminué, et elle ne soutient plus qu'avec peine les parties terminales des feuilles, presque toutes jaunes.

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 16^{div}	$5^{gr},00$ 0/0
Après l'action des acides....	— 35^{div}	$8^{gr},55$
	Différence.	$3^{gr},55$

La valeur calculée de K = — $8^{div},3$, et la composition des sucres réducteurs initiaux 5 grammes est :

Glucose = $2^{gr},57$
Lévulose = $2^{gr},43$

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0,94$$

Poids de matière traitée .... = 800gr
Volume recueilli .... = 600cc

Et pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A... = 41gr,25

répartis en :

Glucose = 21gr,20
Lévulose = 20gr,04

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0{,}94$$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B = 27gr,78

$$\frac{B}{A} = 0{,}67$$

e. Bulbes mûrs. La partie engainante n'est cependant pas complètement desséchée.

	Rotation.	Réduction.
Avant l'action des acides....	— 14div	5gr,45 0/0
Après l'action des acides....	— 25div,3	7gr,62
	Différence.	2gr,17

La valeur calculée de K = — 9div,3, et la composition des sucres réducteurs initiaux 5gr,45 est :

Glucose = 2gr,78
Lévulose = 2gr,67

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0{,}96$$

Poids de matière traitée .... = 700gr
Volume recueilli .... = 515cc

Pour 1000 grammes de matière :

Poids des sucres réducteurs initiaux A... = 44gr,14

répartis en :

Glucose = 22gr,51
Lévulose = 21gr,63

$$\frac{\text{Lévulose}}{\text{Glucose}} = 0{,}96$$

Poids des hydrates de carbone non réducteurs B = 16gr,64

$$\frac{B}{A} = 0{,}37$$

Le tableau suivant résume les résultats de cette étude et

ceux fournis par les bulbes d'oignon blanc récoltés depuis quatre mois environ. (Chapitre III : *Oignon.*)

PARTIES DU VÉGÉTAL	SUCRES réducteurs initiaux $A = L + G$	GLUCOSE G	LÉVULOSE L	RAPPORT $\frac{L}{G}$	HYDRATES DE CARBONE non réducteurs B	RAPPORT $\frac{B}{A}$
Extrémité des feuilles *a*	22gr,03	9gr,91	12gr,12	1,20	0	0
Région engainante... *a*	27gr,50	13gr,14	14gr,36	1,10	3gr,47	0,13
Id. ... *b*	33gr,62	16gr,58	17gr,04	1,02	15gr,13	0,44
Bulbes............... *a*	26gr,36	14gr,59	11gr,77	0,80	21gr,81	0,83
Id. .... *b*	34gr,27	19gr,69	14gr,58	0,74	44gr,23	1,29
Id. .... *c*	38gr,38	21gr,73	16gr,65	0,76	39gr,31	1,02
Id. .... *d*	41gr,25	21gr,22	20gr,04	0,94	27gr,78	0,67
Id. .... *e*	44gr,14	22gr,51	21gr,63	0,96	16gr,64	0,37
Id. vieux........ *f*	50gr,87	28gr,13	22gr,74	0,80	9gr,57	0,18

De ce tableau, il résulte que :

1° Dans les différentes parties d'une même plante et au même moment, les sucres réducteurs qui existent seuls à l'extrémité verte des feuilles s'accumulent dans la région engainante et le bulbe. Leur poids est à très peu près le même dans ces deux dernières portions (*a* et *b*).

Quels que soient leurs poids absolus, ils sont formés de glucose et de lévulose dans des proportions peu éloignées de celles qui constituent le sucre interverti. Cependant leur composition varie selon la région considérée : tandis que le lévulose domine à l'extrémité des feuilles, le glucose est en excès dans le bulbe, et la diminution relative du lévulose est graduelle du haut en bas de la plante ; on a en effet :

a. Extrémité des feuilles.... $\frac{L}{G} = 1,20$
Région engainante....... » $= 1,10$
Bulbe.................. » $= 0,80$

b. Région engainante...... $= 1,02$
Bulbe.................. $= 0,74$

2° Dans les différentes parties d'une même plante et au même

moment, les hydrates de carbone non réducteurs, absents à l'extrémité des feuilles, apparaissent dans la région engainante et atteignent leur maximum dans le bulbe. En effet, le tableau indique pour ces corps :

a.	Extrémité des feuilles....	= 0
	Région engainante	= 3gr,47
	Bulbe..................	= 21gr,81
b.	Région engainante......	= 15gr,13
	Bulbe..................	= 44gr,23

Ces corps étant identiques à ceux contenus dans l'échalotte, leur formation s'expliquerait de la même manière.

La diminution croissante du rapport $\frac{L}{G}$, à mesure que prend naissance la réserve hydrocarbonée, pourrait provenir de ce que dans l'oignon le lévulose passe plus rapidement que dans l'échalotte à l'état non assimilable.

3° Dans les bulbes à différents états de développement, la réserve, après avoir passé par un maximum (*b*) décroît jusqu'à la maturité (*e*) et aussi après la récolte des bulbes mûrs, jusqu'à l'époque de leur analyse (*f*). La différence de l'état *b* à l'état *f* est de 34gr,46.

Donc à partir de l'état *b* la dépense étant supérieure à l'apport, une partie de la réserve a repris la forme assimilable. En effet, la proportion des sucres réducteurs trouvés dans les bulbes a augmenté de 16gr,60 de l'état *b* à l'état *f*.

Mais ce poids est de beaucoup inférieur même à celui de la réserve disparue, 34gr,46, et à plus forte raison inférieur à celui des sucres réducteurs que, par hydratation, donneraient ces 34gr,46; donc une partie de ces sucres réducteurs a été consommée par la plante.

Le retour à la forme assimilable des hydrates de carbone de réserve rend disponible un poids de lévulose douze fois plus grand que celui du glucose, et si la plante continuait à utiliser principalement le glucose, on devrait trouver dans les sucres réducteurs existants une augmentation de la proportion de lévulose.

Or le rapport $\frac{L}{G}$ accuse, au contraire, partout, de l'état *b* à l'état *f*, une légère prédominance du glucose; il faut donc admettre qu'à partir de l'état *b* la plante a consommé plus de lévulose que de glucose.

Dès lors, suivant la période du développement des bulbes, les cellules ne traiteraient pas toujours de la même manière un mélange de glucose et de lévulose; elles consommeraient de préférence tantôt l'un, tantôt l'autre de ces sucres.

CONCLUSIONS DU CHAPITRE V

L'étude du développement de trois représentants du genre Allium (Ail, Échalotte, Oignon) nous montre que, pour les trois, les hydrates de carbone issus de l'action chlorophyllienne, et formés dans les cellules vertes des feuilles, sont un mélange de glucose et de lévulose à peu près dans les proportions qui constituent le sucre interverti.

Ces deux sucres participent aux phénomènes de la vie en quantités inégales : dans l'ail, tout le glucose disparaît, et tout ou partie du lévulose se met en réserve sous forme d'inuline soluble; dans l'échalotte et l'oignon, une partie seulement du glucose est utilisée par la plante, et le reste s'immobilise en même temps que tout ou partie du lévulose, en donnant des hydrates de carbone dans lesquels, après hydratation, le rapport $\frac{G}{L} = \frac{1}{12}$.

On a même vu l'oignon manifester, dans la première période de son développement, période d'accumulation de la réserve, une préférence marquée pour le glucose, tandis que dans la deuxième, où il s'attaque à la réserve déjà formée, il consomme plus de lévulose que de glucose.

Donc dans les végétaux étudiés les cellules ne traitent pas

de la même manière le glucose et le lévulose que leur a fournis l'assimilation chlorophyllienne.

Ce sont là des phénomènes de même nature que ceux signalés en 1856 par Dubrunfaut (1), étudiés par MM. Bourquelot (2), Gayon et Dubourg (3) sur la fermentation élective des sucres.

Certaines levures font fermenter le glucose de préférence au lévulose; d'autres font fermenter le lévulose de préférence au glucose. Les unes utilisent exclusivement l'un des sucres avant de s'attaquer à l'autre, qui disparaît à son tour; les autres utilisent les deux en même temps, mais en proportions différentes.

N'est-ce pas en profitant des propriétés électives des moisissures que M. Pasteur (4) a, le premier, démontré l'existence des racémates; que plus tard M. Lebel (5) a pu constater dans l'alcool amylique l'existence d'alcools isomères de pouvoirs rotatoires différents; que M. Fischer a pu vérifier sur les sucres synthétiques, obtenus par lui, quelques points de ses idées théoriques? Enfin M. Grimbert (6), dans son travail sur le *Bacillus orthobutylicus,* a vu que sur 200 parties de sucre interverti soumises à l'influence de cet infiniment petit, il restait à la fin d'une fermentation :

Glucose....	0
Lévulose...	80

Il semble donc que la cellule végétale, qu'elle vive isolée, comme la levure, ou en colonies dans un végétal pluricellulaire, agit, dans sa jeunesse au moins, avant une différenciation profonde, de la même manière sur les aliments hydrocarbonés assimilables. Elle prend tantôt le glucose de préférence au lévulose, tantôt le lévulose de préférence au glucose, tantôt l'un ou l'autre indifféremment.

(1) Dubrunfaut, *C. R.*, t. XLII, p. 901, 1856.
(2) M. Bourquelot, *Ann. de ch. et de phys.*, 6e série, t. IX, 1886.
(3) MM. Gayon et Dubourg, *C. R.*, avril 1890.
(4) M. Pasteur, *C. R.*, t. XLVI, 1858.
(5) M. Lebel, *C. R.*, 1876.
(6) M. Grimbert, *thèses* (Paris), 1893.

RESUMÉ ET CONCLUSIONS GÉNÉRALES

Dans le premier chapitre, nous avons indiqué la méthode suivie pour l'extraction du liquide cellulaire contenu dans une plante quelconque.

Cette méthode est applicable à toute partie d'un être organisé.

Dans le deuxième chapitre, nous avons constaté que les caïeux d'ail à l'état de vie ralentie renferment une réserve hydrocarbonée constituée par un corps unique et nouveau : l'inuline soluble.

L'état de cette inuline établit qu'elle diffère essentiellement de celle retirée du topinambour ou du dalhia par une solubilité en toutes proportions dans l'eau.

Elle ne se dépose pas dans les cellules, comme celle du topinambour, sous forme de sphéro-cristaux, lorsqu'on traite les caïeux d'ail par de l'alcool concentré.

Le microscope ne peut donc pas déceler sa présence dans les cellules.

Dans le troisième chapitre, on a vu que les hydrates de carbone non assimilables et solubles contenus dans les bulbes d'échalotte et d'oignon à l'état de vie ralentie, sont lévogyres et non réducteurs comme l'inuline de l'ail ; mais ils fermentent en présence d'une levure alcoolique, tandis que, dans les mêmes conditions, l'inuline de l'ail n'est pas attaquée.

Ils se distinguent encore de ce dernier corps en ce qu'ils ne forment pas de précipité avec l'eau de baryte en excès.

Ils sont différents et de l'inuline et de tous les hydrates de carbone connus.

Ils se présentent donc comme des corps nouveaux; leur étude plus complète a été remise à une date ultérieure.

Les sucres réducteurs assimilables qui existent en même temps dans les bulbes d'échalotte et d'oignon sont un mélange de glucose et de lévulose, avec prédominance légère du lévulose dans l'échalotte, du glucose dans l'oignon. Donc les hydrates de carbone mis en réserve par des végétaux d'un même genre peuvent être différents.

Dans aucun des monocotylédones étudiés dans le quatrième chapitre, on n'a trouvé les hydrates de carbone que contiennent les bulbes d'échalotte ou d'oignon. Au contraire, l'inuline soluble existe seule dans la tubéreuse, l'asphodèle; en mélange avec l'amidon dans la jacinthe; en mélange avec l'amidon et le saccharose dans la tulipe.

Comme pour l'amidon, sa présence ou son absence sont indépendantes de l'ordre, de la famille et du genre auxquels appartiennent les végétaux considérés.

L'amidon formant à lui seul la réserve hydrocarbonée dans le crocus, il en résulte une assez grande diversité dans la nature des hydrates de carbone mis en réserve dans les parties souterraines de plantes voisines du groupe des monocotylédones.

Nous avons vu qu'à ce point de vue elles présentent cinq types bien distincts.

L'étude, faite dans le cinquième chapitre, du développement de trois représentants du genre Allium établit que :

1° Dans les trois, les extrémités vertes des feuilles ne contiennent que du glucose et du lévulose dans des proportions très voisines de celles qui constituent le sucre interverti;

2° La réserve prend naissance aux dépens de ces sucres;

3° La formation de cette réserve résulte d'une action différente des cellules sur le glucose et le lévulose.

L'exemple de la jacinthe va nous permettre d'appliquer à des végétaux renfermant de l'amidon comme réserve hydrocarbonée, les conclusions tirées du genre Allium.

Nous avons vu (quatrième chapitre) que les bulbes de cette plante, à l'état de vie ralentie, contiennent de l'inuline soluble et de l'amidon en proportions inégales; il y a plus d'amidon que d'inuline.

Or, il n'existe à aucun moment d'amidon dans les feuilles; Bœhm (1) a le premier constaté le fait. Donc l'amidon du bulbe n'a pu, comme l'inuline, prendre naissance qu'aux dépens des sucres réducteurs formés dans les feuilles.

La présence simultanée et en proportions inégales de deux corps donnant par hydratation, exclusivement l'un du glucose, l'autre du lévulose, s'expliquerait en supposant que la plante a eu pour le glucose et le lévulose une préférence alternative.

Dès le printemps, nous tenterons la vérification expérimentale de cette hypothèse.

Mais l'observation de la jacinthe serait à elle seule suffisante pour éliminer l'amidon comme produit direct de l'assimilation chlorophyllienne.

C'est l'opinion de M. Schimper (2), qui, dans un mémoire sur la formation des hydrates de carbone dans les feuilles, conclut nettement de ses recherches :

1° Que la formation du glucose précède toujours celle de l'amidon;

2° Que l'amidon formé pendant l'assimilation provient du glucose;

3° Mais que l'amidon ne se développe dans les plastides que lorsque la solution de glucose contenue dans les feuilles dépasse un certain degré de concentration, variable d'une espèce à l'autre, de sorte que certaines plantes ne forment jamais d'amidon dans les conditions normales, tandis que d'autres, dont les plastides sont moins exigeants, en forment

(1) Bœhm, *Bot. Zeit*, 1883.
(2) M. Schimper, *Bot. Zeit*, 1885.

avec abondance alors que la solution de glucose est relativement faible.

Au point de vue de la formation de l'amidon, l'exemple de la jacinthe serait une nouvelle preuve de l'exactitude des conclusions de M. Schimper.

Enfin, la chlorophylle ayant dans tous les végétaux verts une constitution constante, il paraît rationnel d'admettre que les produits hydrocarbonés résultant de son action sur l'acide carbonique à la lumière solaire sont constants.

Si, comme nous le pensons, ils apparaissent sous forme de sucre interverti, la nature des hydrates de carbone mis en réserve dans un même végétal ou dans des végétaux différents serait la conséquence, soit d'une préférence, exclusive ou relative, continue ou alternative, des cellules pour le glucose ou le lévulose, soit pour les mêmes corps d'une égale indifférence.

En un mot, les cellules productrices des hydrates de carbone suivraient une loi unique; celles qui les consomment les utiliseraient de manières différentes, suivant leur aptitude ou leur nécessité; leur action serait comparable à celle qu'elles exercent sur les éléments minéraux ou organiques constitutifs des milieux où elles vivent et se développent.

Nous espérons reprendre bientôt ces recherches.

CONTRIBUTION

A L'ÉTUDE

DES ARSÉNIATES ET DES ANTIMONIATES CRISTALLISÉS

PRÉPARÉS PAR VOIE HUMIDE

PAR M. H. GOGUEL,

CHARGÉ DE CONFÉRENCES DE MINÉRALOGIE A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE BORDEAUX.

INTRODUCTION

Dans l'état actuel de la science il est généralement facile, étant donné un arséniate naturel, de l'identifier avec une espèce déjà décrite, ou de l'en différencier, par la seule observation de ses propriétés cristallographiques et optiques, et cela, sans avoir besoin de recourir à l'analyse chimique.

Au contraire, pour les arséniates qui ne sont connus qu'artificiels, ce précieux moyen d'identification manque complètement ou à peu près. Lorsqu'on a fait la synthèse d'un de ces arséniates, on ne peut, sans analyse préalable, rien préjuger sur son identité, sous peine de grossières erreurs.

C'est que les propriétés physiques de ces corps ont été fort peu étudiées. Si, en effet, on excepte les arséniates artificiels qui sont les reproductions d'espèces minérales et qui ont à ce titre intéressé les minéralogistes : adamine, olivénite, scorodite, pharmacolite, et les arséniates alcalins, en particulier ceux de soude si complètement étudiés par M. Dufet avec ceux d'argent, on ne trouve plus sur les arséniates produits par voie humide que quelques données vagues et incomplètes réparties dans les dictionnaires, les traités de chimie et les rares travaux spéciaux publiés sur cette question (1).

(1) Notamment : Coloriano, thèse de la Faculté des sciences de Paris sur les arséniates cristallisés, 1886. — Lefèvre, dans une thèse portant le même titre, a étudié spécialement les arséniates produits par voie sèche. Paris, 1891.

La remarque que je viens de faire à propos d'une classe de sels pourrait d'ailleurs être étendue à tous les cas où la synthèse chimique ne fournit que des produits mal cristallisés ou en cristaux très petits, car les chimistes sont, en général, bien peu familiarisés avec la pratique cristallographique et, en particulier, avec les procédés d'observation si élégants qui emploient le microscope polarisant à platine tournante.

Il en résulte ce contraste frappant que, tandis que le pétrographe peut, presque toujours, reconnaître une espèce minérale, même en très petits cristaux inclus dans une roche, par une simple observation optique, le chimiste qui se trouve en présence d'un corps que l'on ne peut obtenir qu'à l'état microcristallin, est rarement pourvu de données suffisantes pour en faire la reconnaissance exacte à l'aide du microscope et sans analyse quantitative. C'est à propos des arséniates que ce fait m'avait vivement frappé, et ainsi je fus amené à former le projet de contribuer à compléter l'étude cristallographique de ceux de ces sels qui étaient déjà connus.

Pour cela, il me fallait les reproduire. J'utilisai d'abord les procédés déjà essayés avec succès, ce qui me procura l'occasion de les appliquer à quelques cas nouveaux, comme on le verra à propos des métaux : baryum, cobalt, mercure.

D'autre part, les produits obtenus de la sorte n'étant pas toujours suffisants pour les observations microscopiques que je désirais faire, je dus m'ingénier à trouver de nouveaux procédés qui, parfois, me donnèrent des sels déjà connus, mais en échantillons plus beaux, et d'autres fois, me donnèrent des produits tout à fait inédits.

Parmi tous les corps que j'ai étudiés, j'ai réuni, pour constituer ce travail, d'une part, ceux déjà connus dont j'ai pu faire une observation cristallographique présentant quelque intérêt, et, d'autre part, parmi les arséniates nouveaux que j'ai préparés, ceux dont je pouvais indiquer le procédé de

préparation d'une façon suffisamment précise pour qu'on pût les reproduire à volonté.

En ce qui concerne la classe des sels dont je me suis occupé, les procédés de synthèse employés jusqu'à ce jour se résument ainsi :

1° Attaque du métal par l'acide arsénique en solution plus ou moins concentrée, à une température convenable.

2° Double décomposition d'un sel du métal et d'un arséniate alcalin.

3° Attaque d'un arséniate par l'eau, qui le transforme en un autre plus basique.

Dans le premier cas, c'est la solution d'acide arsénique qui est le dissolvant qui permet la cristallisation. Dans le deuxième cas, l'agent permettant la cristallisation paraît être plutôt la solution du sel alcalin pour les arséniates alcalino-terreux, et la solution du sel du métal lourd dans les autres cas ; mais alors la cristallisation est longue à se produire et nécessite souvent des températures élevées, le dissolvant étant très faible.

Dans le troisième cas, le dissolvant est l'eau acidulée par l'acide enlevé au sel métallique attaqué ; il est encore très faible ; aussi ce procédé ne fournit-il, le plus souvent, que des produits médiocres au point de vue cristallographique. Le produit obtenu est toujours basique.

C'est le premier procédé, où l'acide arsénique est le dissolvant, quelquefois énergique, si la solution est concentrée, qui fournit les corps les mieux cristallisés, généralement des sels acides. Mais les métaux autres que les alcalinoterreux ne sont souvent attaqués que bien faiblement par l'acide arsénique en dissolution. Les difficultés sont grandes alors pour obtenir un arséniate cristallisé par ce procédé. Il faut un temps parfois très long, des températures élevées et, par suite, des tubes scellés, dont la petite capacité limite la quantité du produit obtenu, qui est souvent très minime, et dont la rupture aux

fortes températures occasionne parfois de fâcheux contretemps.

J'ai constaté qu'il est très possible d'attaquer plus facilement, non pas le métal, mais son oxyde, par l'acide arsénique; cette méthode réussit entre autres pour le nickel, le cobalt et l'aluminium; mais voici un procédé beaucoup plus général que j'ai employé avec succès :

Il consiste à faire réagir, à une température convenable, l'acide arsénique sur un sel du métal tel que son acide mis en liberté soit un dissolvant nul ou très faible de l'arséniate à obtenir.

L'acétate m'a donné de très bons résultats pour une longue série de métaux comprenant le baryum, le strontium, le calcium, le zinc, le cuivre, le nickel, le cobalt et l'uranium.

Si à une solution d'un acétate on ajoute une solution d'acide arsénique, on obtient un précipité floconneux qui, généralement, se redissout dans un léger excès d'acide arsénique. Si on chauffe alors le mélange, au besoin en tube scellé, on voit toute la liqueur se prendre en gelée à une température variable suivant le métal de l'acétate; puis, à une température supérieure, cette gelée se contracte, perd son eau et cristallise.

Cette production préalable de gelée se retrouve encore lorsqu'on attaque un métal par l'acide arsénique et même dans d'autres cas; c'est, en somme, un fait très fréquent dans la synthèse des arséniates.

Dans certains cas, l'arséniate obtenu en tube scellé est susceptible de se redissoudre complètement par refroidissement dans la liqueur acide, et il m'a paru qu'à peu d'exceptions près ces sels, lorsqu'ils sont solubles dans l'acide arsénique, le sont plus à froid qu'à chaud, ce qui est souvent important à considérer pour la récolte des produits de synthèse obtenus.

La méthode que je viens d'indiquer ne donne pas de résultats lorsque l'arséniate à produire est totalement insoluble dans

l'acide acétique et dans l'acide arsénique ; mais alors on peut, au lieu de l'acétate, s'adresser à un sel dont l'acide puisse intervenir comme dissolvant plus énergique. L'azotate m'a réussi pour le mercure et aussi pour le plomb ; dans ce dernier cas, avec une légère modification du procédé.

Pour ce qui est de l'analyse des produits obtenus, j'ai trouvé dans les traités classiques ou dans les travaux de mes devanciers des méthodes suffisantes. Il m'est cependant arrivé d'y faire quelques modifications que l'on trouvera indiquées à propos des sels d'aluminium et d'uranium.

Les procédés que j'ai cités ne sont pas les seuls par lesquels j'ai tenté de faire des arséniates. J'aurais, dès l'origine de mes recherches, vivement désiré reproduire la série naturelle des orthoarséniates tribasiques à huit molécules d'eau du type érythrine. C'est malheureusement sans succès que j'ai multiplié les expériences dans ce but. Je n'ai obtenu qu'un arséniate de zinc ayant même composition brute, mais probablement une autre formule.

M. Hautefeuille m'avait donné le conseil d'étudier parallèlement les antimoniates. C'est avec une grande persistance que j'ai multiplié les essais en vue d'obtenir des sels de cette famille nettement cristallisés. Je n'en ai obtenu que trois : de magnésium, nickel et cobalt, dont j'ai pu faire une étude assez complète qui me paraît présenter quelque intérêt, surtout au point de vue de leur type chimique.

Avant de passer en revue les résultats de mes recherches, je tiens, en terminant cette courte introduction, à remercier très vivement M. le docteur Ch. Blarez, professeur de chimie à la Faculté de médecine de Bordeaux, qui a bien voulu m'ac-

corder dans ses laboratoires une hospitalité qui m'a permis d'exécuter ces recherches;

Ainsi que mon excellent ami M. Alfred Lacroix, professeur au Muséum, dans le laboratoire duquel j'ai pu parfaire autant que possible la partie cristallographique de ce travail;

Et, enfin, MM. Denigès et Barthe, professeurs agrégés de la Faculté de médecine de Bordeaux, et Laborde, chimiste de la Station agronomique, qui ont bien voulu y contribuer en mettant à ma disposition soit leurs instruments, soit leurs connaissances sur certains points spéciaux.

PREMIÈRE PARTIE

ARSÉNIATES

Calcium.

Historique. — Sur les arséniates de calcium on trouve des renseignements sommaires dans le Dictionnaire de Wurtz (1) et dans l'Encyclopédie, ainsi que dans certains traités de chimie.

Dans ces ouvrages on cite : l'arséniate monocalcique soluble et cristallisable, mais sans renseignements cristallographiques; l'arséniate bicalcique, qui se prépare en ajoutant de l'arséniate disodique à du chlorure de calcium. Il est dit (2) que, quant à sa teneur en eau, on admet $As^2O^5,2CaO,6H^2O$.

Ailleurs (3) on mentionne AsO^4CaH, sous l'autorité de Salkowski, mais sans indiquer de teneur en eau de cristallisation et aussi sans indication cristallographique.

Mieux connu est l'arséniate $AsO^4CaH + 2H^2O$, ou pharmacolite, bien étudié soit comme produit naturel par M. Des Cloizeaux (4), soit comme produit artificiel par MM. Joly et Dufet (5).

La haïdingérite, arséniate naturel de formule $AsO^4CaH + H^2O$, a été étudiée par M. Des Cloizeaux (6) très complètement au point de vue cristallographique; mais en ce qui concerne sa composition chimique, elle est moins certainement connue. En

(1) Wurtz, *Dictionnaire*, art. *Arséniate*.
(2) Nivoit, *Encyclopédie*, art. *Calcium*, 3e cahier, p. 99.
(3) Wurtz, *Dictionnaire*, 1er supplément, p. 28.
(4) Des Cloizeaux, *Bull. Soc. Min.*, t. XI, p. 192.
(5) Dufet, *Bull. Soc. Min.*, t. XI, p. 187 et 192.
(6) Des Cloizeaux, *Manuel de minéralogie*, t. II, p. 366 et 367, et *Bull. Soc. Min.*, t. XI, p. 195.

effet, tandis que les minéralogistes (1) s'accordent en général sur la formule $AsO^4CaH + H^2O$, Debray (2) a donné comme haïdingérite artificielle un arséniate de formule $AsO^4CaH + 1\frac{1}{2}H^2O$, et M. Des Cloizeaux, dans son ouvrage récemment paru, attribue également cette formule à la haïdingérite naturelle.

En somme, la pharmacolite naturelle ou artificielle est seule bien connue; la haïdingérite est encore douteuse. Les autres arséniates de chaux n'ont pas été étudiés cristallographiquement.

J'ai cherché à élucider cette question; voici les recherches que j'ai faites et leurs résultats.

Orthoarséniate bibasique de calcium.

AsO^4CaH.

Je l'ai préparé de la façon suivante : On dissout un équivalent de carbonate de chaux dans un peu plus d'un équivalent d'acide arsénique en solution dans l'eau; soit 5 grammes environ de carbonate dans 80 centimètres cubes d'une solution contenant 15 grammes d'acide.

La liqueur filtrée, mise en tube scellé et chauffée entre 150° et 200°, laisse déposer une certaine quantité de petits cristaux d'arséniate de chaux qu'il faut recueillir rapidement, le tube étant encore chaud, car par un refroidissement lent au sein de la liqueur mère, ils s'y redissoudraient complètement.

Analyse. — Pour analyser ce corps, j'y ai dosé l'eau par perte de poids; puis, la matière anhydre ayant été dissoute dans l'acide chlorhydrique étendu, la chaux a été séparée à l'état de sulfate en présence de l'alcool, et, après évaporation de ce dernier et reprise par l'eau, l'arsenic a été séparé et pesé à l'état d'arséniate ammoniaco-magnésien.

Voici les résultats fournis par mes plus beaux échantillons,

(1) Groth, *Tabellarisches Ubersicht der Mineralien.*
(2) *Annales de chimie et de physique*, 3e série, t. LXI, p. 419.

reconnus très homogènes après examen au microscope polarisant :

	I	II	Calculé.
H^2O....	5,14 0/0	5,12 0/0	5,00 0/0
CaO....	30,70	30,91	31,11
As^2O^5...	63,56	63,61	63,88
	99,40	99,64	99,99

La matière ayant été bien convenablement desséchée dans l'air sec, on ne constate aucun départ d'eau au-dessous de 180°. Cette eau doit donc être considérée comme étant de constitution, et l'analyse conduit à la formule

$$AsO^4 \begin{cases} \diagup\!\!\diagup Ca \\ \diagdown H. \end{cases}$$

Ce corps est parfaitement soluble dans les acides forts et dans l'acide arsénique en solution concentrée.

Propriétés physiques. — C'est une belle matière formée de petits cristaux pouvant atteindre jusqu'à un millimètre de diamètre, incolores et transparents, brillants, de forme parallélipipédique, un peu aplatis suivant une de leurs faces.

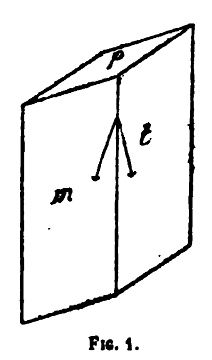


Fig. 1.

Ils appartiennent au système triclinique et peuvent être représentés par le symbole *p*, *m*, *t*, (001) (1$\bar{1}$0) (110), conformément à la figure 1, si on prend pour face *t* (110) la face habituellement la plus développée.

Malgré leur petitesse, ils sont mesurables; on trouve au goniomètre :

ANGLES DES NORMALES.

m t	(1$\bar{1}$0) (110)	56°58',
p m	(001) (1$\bar{1}$0)	82°8',
p t	(001) (110)	102°57'.

Les cristaux sont en général sensiblement allongés parallèlement à l'arête *m t*.

En lumière polarisée, les extinctions se font :

Dans *m*, à 38° de l'arête *m t*, cette direction est positive.
Dans *t*, à 18° id. id., cette direction est positive.

En lumière convergente, on voit dans *t* un des axes optiques incliné sur cette face; un autre axe se voit incliné sur la face *m*.

C'est donc la normale optique qui se projette sur les faces *m* et *t*, suivant les directions d'extinction indiquées plus haut et sur la figure, et le corps est biaxe négatif.

Arséniate bibasique de calcium (haïdingérite).

$$AsO^4CaH + H^2O.$$

A. A une solution de chlorure de calcium en excès (30 grammes environ dans 200 centimètres cubes d'eau) on ajoute 1-2 centimètres cubes d'acide arsénique pur en solution à 50 0/0, puis de l'arséniate disodique.

Les premières additions de ce corps ne produisent pas de précipité; mais bientôt il apparaît. Lorsqu'il est assez abondant, on place le tout dans une étuve à 70°, où le précipité, d'abord floconneux, ne tarde pas à cristalliser. On peut alors ajouter de nouvelles quantités d'arséniate disodique, produisant de nouveaux précipités qui cristallisent à leur tour. On obtient ainsi une notable quantité du produit cherché.

Si la température était plus élevée, voisine du point d'ébullition de la solution de chlorure de calcium, c'est le corps précédent que l'on obtiendrait.

B. A 45 centimètres cubes d'une dissolution à 10 0/0 d'acétate de calcium on ajoute 5 centimètres cubes d'une dissolution d'acide arsénique à 50 0/0. La liqueur reste limpide; mais si on la place dans une étuve chauffée à 100°-105°, il s'y dépose bientôt d'abondants cristaux d'arséniate de chaux.

Analyse. — Pour analyser ce corps, j'ai, comme pour le précédent, dosé l'eau par perte de poids, la chaux à l'état de

sulfate, et l'acide arsénique à l'état d'arséniate ammoniaco-magnésien ou par différence.

	Trouvé				Calculé pour
	A		B		
	I	II	III	IV	$AsO^4CaH + H^2O$.
H^2O......	13,59	13,7	13,83	13,88	13,63
CaO......	28,24	28,1	28,36	28,26	28,28
As^2O^5.....	57,51	58,2	57,81	57,86	58,08
	99,34	100,0	100,00	100,00	100,00

L'eau part complètement entre 150° et 300°, la molécule d'eau d'hydratation partant entre 150° et 180° environ, ce qui conduit à la formule

$$AsO^4 \begin{matrix} // Ca \\ \backslash H \end{matrix} + H^2O,$$

admise par Groth et quelques autres pour la haïdingérite.

Propriétés physiques. — Les propriétés physiques du corps que nous étudions concordent du reste avec celles de ce minéral. Il est blanc, formé de lamelles souvent rectangulaires, aplaties suivant un clivage (*fig.* 2). Elles s'éteignent parallèlement à leurs côtés et montrent, en lumière convergente, des phénomènes indiquant une bissectrice obtuse négative, perpendiculaire à la face d'aplatissement. Le système cristallin est donc bien déterminé ainsi comme étant orthorhombique. Les lamelles sont positives suivant l'allongement; elles sont peu biréfringentes.

Fig. 2.

On se rappelle que M. Des Cloizeaux donne de la haïdingérite la description suivante :

« Rhombique, clivage g^1, axes optiques dans h^1, bissectrice » obtuse négative perpendiculaire à g^1. »

Ce qui concorde complètement avec les propriétés du produit étudié, si on y prend la face d'aplatissement pour g^1.

J'ai donc lieu de penser que c'est bien là de la haïdingérite artificielle; la formule $AsO^4CaH + H^2O$ serait alors bien établie pour ce minéral.

Strontium.

J'extrais de l'article *Strontium* de l'Encyclopédie chimique [1] ce qui suit : « Arséniate de strontiane $As^2O^5(StO)^2$, ressemble à » l'arséniate de baryte; il cristallise dans l'acide acétique en » lamelles presque rectangulaires; il peut aussi se combiner » avec l'ammoniaque... (Baumann). »

Je n'ai rien trouvé de plus complet sur les arséniates de strontium.

Orthoarséniate distrontianique.

$AsO^4SrH.$

Préparation. — En appliquant au strontium les procédés qui m'avaient réussi pour le calcium, j'ai obtenu un produit bien cristallisé.

A. Un premier procédé est le suivant : 10 grammes de chlorure de strontium sont dissous dans 100 centimètres cubes d'eau, et la liqueur est portée à l'ébullition après qu'on l'a additionnée de 2 grammes environ d'acide arsénique; puis, le ballon étant retiré du feu, on y ajoute de l'arséniate disodique tant qu'il se forme un précipité, et on maintient ensuite le tout à 100° dans une étuve, où le précipité ne tarde pas à cristalliser.

Ce procédé donne un produit abondant, mais moins beau et moins homogène que le suivant.

B. A un équivalent d'acétate de strontium en solution à 10 0/0 on ajoute un équivalent d'acide arsénique en solution concentrée, et on place le vase contenant le tout dans une

---

(1) *Encyclopédie, Strontium*, t. III, 4e cahier, p. 30.

étuve à 100°-105°, où il se produit rapidement un beau précipité cristallin.

Analyse. — Les produits obtenus ont été soumis à l'analyse de la façon suivante : L'eau, qui dans les échantillons bien homogènes part au-dessus de 242°, et au-dessous de la température de fusion du zinc, a été dosée par perte de poids; puis, le corps ayant été dissous dans l'acide chlorhydrique, la strontiane a été pesée à l'état de sulfate et l'acide arsénique à l'état d'arséniate ammoniaco-magnésien. On déduit par différence :

	Trouvé			Calculé pour
	A		B	AsO^4SrH.
H^2O.....	4,69	4,03	4,10	3.96
SrO.....	45,21	45,31	45,29	45,49
As^2O^5...	(pesé) 49,31	(diff.) 50.66	(pesé) 50,27	50,55
	99,21	100,00	99,66	100,00

Les échantillons sur lesquels j'ai fait les analyses B étaient très beaux et très homogènes; les nombres trouvés pour eux conduisent très exactement à la formule

$$AsO^4 \begin{cases} Sr \\ H. \end{cases}$$

Ce corps est facilement soluble dans les acides.

Propriétés physiques. — Petits cristaux incolores transparents assez frustes. Cependant, par un examen attentif, on reconnaît qu'ils sont tricliniques, tout à fait comparables à ceux de l'arséniate de chaux de même formule.

Ils sont aplatis suivant la face *t*, et les angles plans qu'elle présente sont très voisins de ceux que l'on calculerait d'après les données angulaires de la page 91.

Les propriétés optiques sont tout à fait analogues à celles de AsO^4CaH (voir p. 91, fig. 1) : l'extinction dans *t* se fait à 31° environ de l'arête *m t*. Dans la face *t* on voit un axe optique incliné, et le plan des axes est voisin d'un plan perpendiculaire à l'arête *m t*. Le corps est biaxe négatif.

Orthoarséniate distrontianique hydraté.

$AsO^4SrH + H^2O$.

En refaisant l'arséniate $AsO^4SrNa + 9H^2O$ décrit déjà par M. Joly (1) et en suivant son procédé, c'est-à-dire en mettant en présence dans deux vases concentriques deux dissolutions : l'une d'azotate de strontium, l'autre d'arséniate disodique, communiquant entre elles par une mince couche de liquide, j'ai constaté que, en outre des cristaux cubiques de cet arséniate, il se produisait dans le vase contenant le sel strontianique des cristaux différents, prismatiques, assez beaux, ayant jusqu'à un centimètre et plus de long.

Analyse. — Analysés comme le sel précédent, ils m'ont donné :

	Trouvé.		Calculé.	
H^2O (H^2O à 160°)....	7,2	10,7	7,33	11,00
($\frac{1}{2}$ H^2O au rouge).	3,5		3,67	
SrO..............	42,0		42,16	
As^2O^5............	47,3		46,84	
	100,0		100,00	

L'eau partant à raison de une molécule au-dessous de 160°, le reste, pour la plus grande part, entre 195° et 240°, on est conduit à admettre une demi-molécule d'eau de constitution et une molécule d'eau d'hydratation.

Ce qui conduit à la formule

$$AsO^4 \begin{cases} // Sr \\ \backslash H \end{cases} + H^2O.$$

Propriétés physiques. — Ce corps se présente sous la forme de beaux prismes incolores appartenant au système orthorhombique, terminés par un pointement à quatre faces (*fig.* 3).

(1) Joly, *C. R.*, . CIV, p. 905.

Les faces de ce pointement sont très arrondies et leurs angles ne sont pas mesurables; mais les faces latérales du prisme sont très nettes et donnent avec une bonne exactitude les mesures suivantes :

m h[1]	(110) (100)	44°5′	(normales),
m m	($\bar{1}$10) (110)	88°10′.	

Ces cristaux présentent un clivage très facile suivant h^1.

Si on observe une lame de clivage en lumière polarisée, on constate qu'elle est perpendiculaire à une bissectrice obtuse positive, les axes optiques se trouvant dans le plan g^1.

FIG. 3.

On voit que les propriétés optiques par rapport au clivage sont les mêmes que dans la haïdingérite.

Baryum.

Les renseignements bibliographiques que l'on peut trouver sur les arséniates de baryum sont identiques à ceux que l'on trouve sur les sels de strontium et tout aussi incomplets.

Orthoarséniate bibarytique anhydre.

AsO^4BaH.

Comme les sels correspondants de calcium et de strontium, ce sel n'a encore été décrit nulle part.

Préparation. — *A.* On met en tube clos 20 centimètres cubes d'une solution d'acétate de baryum à 10 0/0 avec 5 centimètres cubes d'une solution d'acide arsénique à 50 0/0, et l'on chauffe aux environs de 200°. La solution, d'abord limpide, laisse déposer à cette température une matière blanche cristallisée.

B. En préparant l'arséniate décrit dans le paragraphe sui-

vant, il m'est arrivé, dans des conditions que je ne saurais préciser exactement comme température et proportions, d'obtenir, en faisant cristalliser dans l'acide acétique l'arséniate de baryum obtenu en précipitant un sel barytique par l'arséniate disodique, des cristaux relativement volumineux ayant même composition que le corps précédent.

Analyse. — L'eau a été dosée dans ce produit par perte de poids; son départ n'a lieu qu'au-dessus de 180°, et elle doit être considérée comme étant de constitution.

Dans la solution du produit anhydre dans une petite quantité d'acide chlorhydrique, la baryte a été séparée à l'état de sulfate et pesée sous cette forme; l'acide arsénique reste déduit par différence.

Voici les résultats obtenus :

	Trouvé. A	Trouvé. B	Calculé pour AsO^4BaH.
H^2O	3,5	3,4	3,25
BaO	55,1	55,0	55,24
As^2O^5....	41,4	41,6	41,51
	100,0	100,0	100,00

Ce qui conduit à la formule

$$AsO^4 \begin{cases} /\!/ Ba \\ \backslash H. \end{cases}$$

Ce sel est facilement soluble dans les acides.

Propriétés physiques. — Préparé par le procédé *A*, il se présente sous la forme de paillettes blanches très déchiquetées, mais appartenant sûrement au système triclinique.

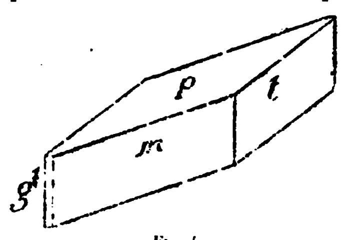


Fig. 4.

Préparé par le procédé *B*, il présente de jolis cristaux tricliniques ayant jusqu'à un demi-centimètre de long (*fig. 4*). Ils sont très mesurables au goniomètre et donnent, à 5 ou 6 minutes près, les angles suivants :

ANGLES DES NORMALES

m t	56°30'
p m	85°4'
p t	103°23'30"
t g^1	56°16'
m g^1	67°11'.

Les cristaux sont un peu aplatis suivant *p* et allongés suivant *pm*; la face h^1 est très petite quand elle existe.

Orthoarséniate bibarytique hydraté.

$AsO^4BaH + H^2O$.

Dans les ouvrages de chimie on trouve, en plusieurs endroits, qu'il est facile d'obtenir l'arséniate bibarytique cristallisé. Le Dictionnaire de Wurtz dit entre autres (1) : « L'arséniate » $BaHAsO^4 + H^2O$ s'obtient en versant goutte à goutte un arsé» niate alcalin bimétallique dans du chlorure de baryum; le » précipité qui se forme d'abord disparaît, et l'on obtient bientôt » une masse cristalline, peu soluble dans l'eau, soluble dans » l'acide acétique, d'où il cristallise facilement en *octaèdres à » base carrée*. (Schieffer.) » Cette indication cristallographique est la seule que j'aie pu trouver sur ce sel, et on verra qu'elle ne coïncide nullement avec les faits que j'ai observés.

Cette non-coïncidence m'a, comme conséquence, conduit à chercher à varier les moyens employés pour reproduire cet arséniate cristallisé. Voici les divers procédés de préparation que j'ai essayés :

Préparation. — ***A***. On le prépare, comme l'indique M. Joly (2), en neutralisant l'acide arsénique par la baryte en présence de la phtaléïne du phénol. On obtient ainsi un précipité gélatineux qui se transforme en un sel cristallisé parfois en grandes lamelles identiques à celles que l'on obtient :

A'. En opérant pour le baryum comme M. Dufet a opéré pour

(1) Wurtz, *Dictionnaire*, t. I, p. 403.
(2) Joly, *C. R.*, t. CII, p. 316.

le calcium lorsqu'il a fait la synthèse de la pharmacolite [1], c'est-à-dire en mettant en présence dans deux vases concentriques de l'azotate de baryte et de l'arséniate disodique, les deux dissolutions étant réunies par une mince couche d'eau supérieure. Sur les parois se forment de beaux cristaux lamellaires d'arséniate bibarytique ayant jusqu'à un demi-centimètre de large sur un centimètre de long.

B. J'ai aussi produit cet arséniate cristallisé en précipitant l'acétate de baryum par l'acide arsénique et laissant le précipité quelque temps en digestion dans la liqueur mère à 60°.

C. En précipitant le chlorure de baryum par l'arséniate disodique et laissant le précipité digérer à froid dans la liqueur mère.

D. Enfin, en laissant digérer et cristalliser dans l'acide acétique l'arséniate bibarytique préparé rapidement par le procédé précédent.

Analyse. — Tous ces procédés m'ont donné le même corps sous différents aspects.

Pour analyser les produits obtenus, après les avoir convenablement desséchés dans l'air sec, j'ai dosé l'eau par perte de poids; puis, la matière ayant été dissoute dans une petite quantité d'acide chlorhydrique, où elle est facilement soluble, j'ai précipité la baryte et l'ai pesée à l'état de sulfate. L'arsenic a été dosé à l'état d'arséniate ammoniaco-magnésien ou par différence.

Voici les résultats obtenus :

	Trouvé.						Calculé.
	A		B	C		D	
H^2O perdu au-dessous de 240°.	6,10			6,05			
$\frac{1}{2}$ H^2O au rouge........	3,05	9,15	9,2	3,24	9,29	9,2	9,15
BaO................		51,80	51,6		51,60	51,7	51,86
$\frac{1}{2}$ As^2O^5..............		39,00	39,2		39,10	38,7	38,98
		99,95	100,0		100,00	99,6	99,99

(1) Dufet, *Bull. Soc. Min.*, t. XI, p. 195.

Comme il est indiqué dans deux de ces analyses, ce corps perd une molécule d'eau au-dessous de 240° et une demi-molécule au rouge seulement. C'est donc bien un orthoarséniate bibasique à une molécule d'eau d'hydratation de formule

$$(AsO^4)\genfrac{}{}{0pt}{}{\diagup\!\!\!\!\diagup Ba}{\diagdown H} + H^2O.$$

Comme l'ont indiqué les différents auteurs, il est très soluble dans les acides et décomposable par l'eau chaude.

Propriétés physiques. — De quelque façon qu'il ait été préparé, ce corps est toujours *rhombique*. Préparé par les procédés *A* et *A'*, il se présente en grandes lamelles rectangulaires allongées et accolées par groupes (*fig.* 5). Leurs angles sont abattus par des troncatures à 45°, et elles sont striées parallèlement à leur longueur.

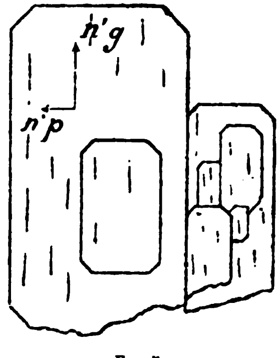


FIG. 5.

Elles polarisent vivement et s'éteignent parallèlement à leurs côtés.

La direction de l'allongement est positive; le plan des axes est perpendiculaire à cette face d'aplatissement, ainsi que la bissectrice obtuse (1).

Par les procédés *B* et *C*, le corps s'obtient en lamelles aplaties et allongées, très déchiquetées, appartenant évidemment aux mêmes formes que les précédentes.

Par le procédé *D*, cristallisation dans l'acide acétique à froid, l'arséniate bibarytique s'obtient en cristaux épais ayant trois à quatre millimètres de long et une forme extérieure analogue à celle du sulfate de baryte (*fig.* 6).

Les faces de ces cristaux, quoique n'étant pas très réfléchis-

(1) Lorsqu'on emploie le procédé *A'* on obtient en même temps des petits cristaux cubiques qui sont, comme M. Joly l'a montré, des cristaux d'arséniate double de baryum et de sodium.

santes, se prêtent cependant assez bien aux mesures goniométriques.

Ils sont nettement rhombiques.

Et si nous les orientons comme sur la figure ci-contre, les faces *m* feront entre elles un angle voisin de celui que nous avons constaté dans l'arséniate strontianique de même formule.

Nous verrons alors que ces cristaux présentent les formes dominantes *m* h^1.

Le goniomètre nous fournit les résultats suivants :

ANGLES OBSERVÉS (NORMALES).

m m sur h^1	$(1\bar{1}0)$ (110)	86°20′ avec une erreur max. de 10′.
m h^1	(100) (110)	43°10′ »
h^1 e_5	(100) (121)	68°15′ »
m e_5	(110) (121)	41°32′ moins exact.

Ce qui conduit aux paramètres

$$\breve{a} : \bar{b} : \overset{|}{c} :: 0{,}938 : 1 : 0{,}573.$$

Au point de vue optique, ces cristaux sont biaxes ; le plan des axes optiques est g^1 ; la bissectrice aiguë positive est parallèle à g^1 h^1, et par conséquent la bissectrice obtuse négative perpendiculaire à h^1.

J'ai pu tailler ces cristaux et, malgré leur petitesse, mesurer l'écartement des axes optiques.

$2E = 34°$ environ, avec une faible dispersion $\rho < v$. Il existe un clivage parallèle à h^1.

Ces cristaux sont isomorphes de ceux de strontiane de même formule, et probablement aussi de ceux de chaux $AsO^4CaH + H^2O$.

FIG. 6.

$$n_g - n_m = 0{,}007.$$

Zinc.

Historique. — Pour ce qui concerne les arséniates de zinc préparés par voie humide, on connaît jusqu'à présent :

Un arséniate monozincique cité par Berzélius et assez peu connu ;

Un arséniate bibasique $AsO^4ZnH + H^2O$;

Un arséniate tribasique amorphe cité par Salkowski, et un arséniate naturel, la köttigite, à huit équivalents d'eau ;

Enfin, l'adamine $AsO^4Zn(ZnOH)$, ce dernier parfaitement étudié par M. Friedel ([1]) tant comme produit naturel que comme produit artificiel.

C'est le seul dont les propriétés physiques soient connues.

Arséniate bibasique de zinc hydraté.

$$AsO^4ZnH + H^2O.$$

Debray ([2]) a préparé ce corps en précipitant le sulfate de zinc par l'arséniate d'ammoniaque, et laissant cristalliser le précipité par digestion dans la liqueur à 100° pendant quinze jours ; Demel ([3]), en évaporant une solution de six parties d'oxyde de zinc dans cent parties d'acide arsénique en solution aqueuse ; Coloriano ([4]), en maintenant à l'ébullition avec de l'eau distillée la liqueur filtrée provenant de l'attaque du zinc par l'acide arsénique dissous.

De ces trois auteurs, ce dernier parle seul des propriétés physiques de ce sel en disant : « Ce corps cristallise en aiguilles » blanches groupées en houppes, appartenant au système ortho » ou clinorhombique. »

Pour mieux étudier ce corps, j'ai dû le préparer, et après

([1]) Friedel, *B. S. M.*, t. II. — Des Cloizeaux, *id.*, I, 30. — Coloriano, thèse, p. 20.
([2]) Debray, *Bull. Soc. Chim.* (2), II, p. 14.
([3]) Demel, *Deutsche chem. Ges.*, XII, p. 1279.
([4]) Coloriano, thèse, p. 18.

avoir essayé les procédés que je viens d'énumérer, je me suis arrêté au suivant :

Préparation. — A 100 centimètres cubes d'une solution d'acétate de zinc à 10 0/0 on ajoute 30 centimètres cubes d'une solution d'acide arsénique à 50 0/0, et on porte le tout dans l'étuve à 100°. Là, le précipité gélatineux qui s'était d'abord formé cristallise.

Pour arriver à une cristallisation complète, il m'a fallu, en général, moins de vingt heures. Le corps cristallisé n'a qu'à être lavé par décantation et recueilli sur un filtre.

Analyse. — Pour l'analyse, j'ai, après l'avoir suffisamment desséché dans l'air sec, dosé l'eau par perte de poids; celle-ci s'en va en partie au-dessous de 180°, — une molécule à très peu près, — puis le reste à la température de fusion du plomb.

Le zinc a été dosé par voie sèche à l'état de sulfure, en transformant l'arséniate par le soufre au rouge dans un courant d'hydrogène. L'arsenic a été déduit par différence.

	Trouvé.		Calculé.
H^2O	12,2	12,3	12,10
ZnO	39,9	36,0	36,32
As^2O^5	51,9	51,7	51,57
	100,0	100,0	100,00

Ce qui conduit bien à la formule

$$AsO^4 \begin{matrix} // Zn \\ \diagdown H \end{matrix} + H^2O.$$

Propriétés physiques. — C'est une belle matière blanche à éclat soyeux, appartenant au système monoclinique, se présentant en fins cristaux souvent aplatis et développés suivant g^1 (010). Dans cette face, les extinctions se font, suivant la figure 7 ci-contre, à 23° de l'arête d'allongement dans ph^1 obtus. Cette direction est positive, et par elle passe un plan perpendiculaire à g^1 contenant les axes optiques dont la bissectrice obtuse est perpendiculaire à g^1.

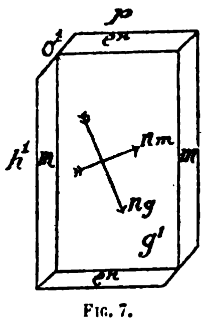


Fig. 7.

Le signe optique de ces cristaux est donc positif; ils sont peu biréfringents.

Si on admet, comme cela est indiqué sur la figure, que les lamelles g^1 observées sont limitées par des faces m et e^n formant biseaux et des faces o^1, on trouve au réticule du microscope : $h^1 o^1 = 40°25'$, $h^1 p = 87°25'$ (angles des normales). Ces lamelles présentent parfois une mâcle suivant h^1 qui les fait paraître rhombiques.

Orthoarséniate de zinc.

$As^4O^{16}Zn^5H^2$.

N'ayant pas réussi du premier coup (1) à préparer l'arséniate bibasique de zinc par le procédé Coloriano, j'ai fait quelques essais en ayant recours au tube scellé. Ces essais m'ont fourni un arséniate bien cristallisé, mais que je n'ai trouvé cité nulle part comme ayant déjà été obtenu.

Préparation. — Voici exactement comment il a été préparé : Du zinc en excès a été attaqué par une dissolution concentrée d'acide arsénique (à 50 0/0 environ). Après deux jours de digestion, la liqueur surnageante a été filtrée et mise en tube clos avec son volume d'acide arsénique à 25 0/0, puis chauffée au bloc Wisnegg.

Au-dessous de 100°, on voit se précipiter une gelée blanche dont la cristallisation commence vers 180° et se complète après quelques heures de chauffe vers 200°.

Pour recueillir ce produit, plus soluble à froid qu'à chaud dans la liqueur mère, il est très nécessaire de laisser refroidir et d'ouvrir le plus rapidement possible le tube, en recevant immédiatement son contenu dans un vase plein d'eau distillée froide.

J'ai analysé cet arséniate comme le précédent. L'eau ne

(1) J'ai réussi plus tard en tube scellé, au voisinage de 120°, et j'ai eu le corps précédent.

l'abandonne qu'à une température assez élevée pour qu'on doive la considérer comme étant de constitution.

	Trouvé.		Calculé pour
	I	II	$As^4O^{16}Zn^5H^2$.
H^2O......	1,7	1,9	2.04
ZnO......	46,1	46,0	45,86
As^2O^5.....	52,2	52,1	52,09
	100,0	100,0	100,00

Ces résultats peuvent être représentés ainsi :

$$
\begin{array}{l}
AsO^4 = Zn \\
\quad\quad\;\; \searrow Zn \\
AsO^4 \swarrow\!- H \\
\quad\quad\;\; \searrow Zn \\
AsO^4 \swarrow\!- H \\
\quad\quad\;\; \searrow Zn \\
AsO^4 \swarrow\!= Zn
\end{array}
$$

l'analyse indiquant cependant un très léger déficit d'eau et un très léger excédent de zinc, qui se compensent.

Ce corps est soluble à froid : facilement dans l'acide chlorhydrique, moins dans l'acide azotique; soluble à chaud dans la potasse et la soude.

Propriétés physiques. — Il se présente en belles paillettes blanches nacrées, groupées en rosettes.

Ces lamelles, aplaties, ont la forme de parallélogrammes dont l'angle obtus est de 130°; l'angle aigu est souvent abattu par une petite facette.

Comme l'indique la figure 8, l'extinction se fait à 14° de la direction d'un clivage, qui est rendu visible par des stries parallèles au plus grand côté du parallélogramme.

Cette direction est positive. En lumière convergente, on constate que ces cristaux sont biaxes et que l'un des axes est à peu près perpendiculaire sur la face d'aplatissement.

Fig. 8.

Ce caractère, joint à l'extinction, détermine les cristaux que

nous étudions comme *tricliniques*, à moins toutefois qu'ils ne soient aplatis suivant une face *m* d'un prisme monoclinique, ce qui paraît cependant peu probable, la face *m*, dans le système monoclinique, n'étant pas une direction d'aplatissement bien fréquente.

Pyroarséniate trizincique hydraté.

$$As^2O^7(ZnOH)^2Zn + 7H^2O.$$

Debray (1) a, comme nous l'avons vu, en précipitant une solution de sulfate de zinc par l'arséniate d'ammoniaque, produit un arséniate acide. Cherchant à obtenir le même produit, j'ai précipité l'acétate de zinc par l'arséniate disodique; mais le produit obtenu, tout différent de celui de Debray, s'est trouvé être un arséniate trizincique.

Salkowski (2) avait déjà constaté que si on précipite le sulfate de zinc par une solution d'arséniate neutre de soude, il se forme un précipité gélatineux qui, séché à 100°, a pour formule $(AsO^4)^2Zn^3 3H^2O$.

De mon côté, ajoutant à 100 centimètres cubes d'une solution d'acétate de zinc à 10 0/0, 10 centimètres cubes d'une solution d'arséniate de zinc à 25 0/0, puis laissant le précipité gélatineux en digestion dans la liqueur pendant plusieurs semaines, je l'ai vu cristalliser.

La matière recueillie, bien homogène et entièrement cristallisée, a été soumise à l'analyse suivant le même procédé que les arséniates précédents.

Voici les résultats obtenus :

	Trouvé.		Calculé.
H^2O	22,92	23,33	23,33
ZnO	39,41	39,61	39,40
As^2O^5	37,67	37,06	37,27
	100,00	100,00	100,00

ce qui conduit à la formule brute

$$(AsO^4)^2Zn^3.8H^2O,$$

(1) *Bull. Soc. Chim.* (2), II, 24.
(2) Salkowski, *Journ. für prakt. Chem.*, CIV, p. 162.

analogue à la formule de la köttigite, cet arséniate naturel que l'on trouve ayant la composition

$$(AsO^4)^2(Zn.Co.Ni.)^3.8H^2O,$$

et dont la cristallographie est peu connue.

La formule développée de ce corps serait alors

$$\begin{matrix}(AsO^4)=Zn & \\ & \searrow Zn + 8H^2O. \\ (AsO^4)=Zn & \nearrow\end{matrix}$$

Mais si on étudie de près la façon dont il perd son eau, on constate les faits suivants :

De 0 à 98°, le corps ne perd pas d'eau;

A 100°, elle commence à partir; la perte est déjà de 3,39 0/0 à 105° ($H^2O = 2,92$ 0/0); à 155°, elle est de 18,9 0/0, et à 200°, de 20,5 0/0 ($7H^2O = 20,419$ 0/0); à 220°, elle est de 20,9 0/0; à 275°, 21 0/0; enfin, entre 300° et le rouge faible, elle atteint 23,3 0/0. On voit que la perte d'eau subit une sorte d'arrêt entre le départ de la septième molécule d'eau et le départ de la huitième.

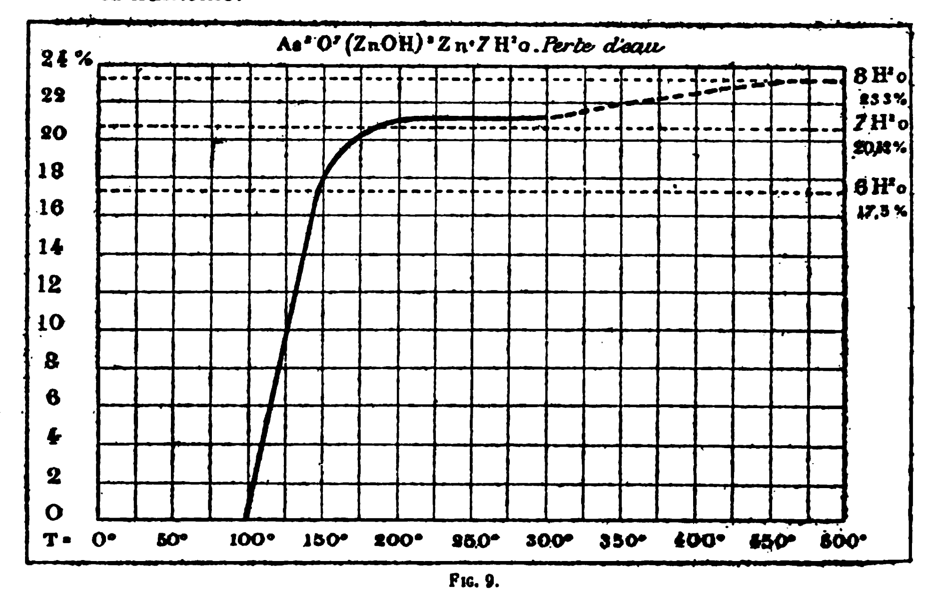


Fig. 9.

Ce fait est plus visible sur la figure 9, où il se traduit par un palier dans la courbe de départ de l'eau.

Il semble donc que l'on doit considérer la huitième molécule d'eau comme étant de constitution et non d'hydratation, la formule du corps devenant alors

$$As^2O^9Zn^3H^2 + 7H^2O,$$

qui peut s'interpréter ainsi :

$$As^2O^7Zn\,(ZnOH)^2 + 7H^2O,$$

ou en développant,

$$\begin{array}{lll} AsO^3 & — & ZnOH \\ | & & \\ O & > & Zn \quad + 7H^2O \\ | & & \\ AsO^3 & — & ZnOH. \end{array}$$

Le corps que nous étudions serait alors un pyroarséniate basique.

Propriétés physiques. — Les propriétés cristallographiques sont difficiles à établir; la matière se présentant avec un aspect blanc, soyeux, est formée d'aiguilles excessivement fines à extinctions obliques.

Tout ce que l'on peut en dire avec certitude, c'est qu'elles appartiennent à un système oblique, qu'elles sont optiquement positives suivant leur allongement, peu biréfringentes, et que l'angle maximum d'extinction dans la zone d'allongement est de 30° à 35°.

Cadmium.

Ce qui est connu (1) sur les arséniates de cadmium peut se résumer ainsi : il en a été préparé répondant aux types $(AsO^4)^2Cd^2$, $AsO^4CdH + H^2O$, $(AsO^4)^4Cd^5H^2 + 2H^2O$, puis un arséniate basique $(AsO^4)^2Cd^5 +$ Aq.

(1) *Encyclopédie chimique: Cadmium,* p. 314. — Salkowski, *Journ. für prakt. Chem.*, CIV, p. 129. — Demel, *Deutsche chem. Gesell.*, 1879, p. 1281. — Coloriano, thèse, p. 45.

Le second seul a été obtenu cristallisé par Demel et Coloriano, qui ne l'ont cependant pas décrit au point de vue cristallographique.

De mon côté, j'ai obtenu à l'état cristallin le pyroarséniate anhydre.

Pyroarséniate bibasique de cadmium.

$As^2O^7Cd^2$.

Préparation. — On introduit dans un tube scellé 15 centimètres cubes d'une solution contenant 25 0/0 d'azotate de cadmium, 10 centimètres cubes d'eau contenant 1 gramme d'acide arsénique libre et 8 centimètres cubes d'une solution d'arséniate disodique à 20 0/0.

La liqueur reste limpide, mais il s'y produit un précipité amorphe, gélatineux dès que l'on commence à la chauffer.

Ce précipité cristallise en quelques heures entre 180° et 200°.

Analyse. — Après avoir constaté que ce corps est anhydre, je l'ai dissous dans une petite quantité d'acide chlorhydrique; puis, après avoir ajouté assez d'acide tartrique pour qu'ensuite, en saturant la dissolution par l'ammoniaque, la liqueur reste claire, j'ai précipité l'acide arsénique à l'état d'arséniate ammoniaco-magnésien, qui a été séché à 102° et pesé.

Dans la liqueur filtrée, le cadmium a été précipité par le sulfhydrate d'ammoniaque et pesé, après lavages convenables au sulfure de carbone et dessiccation à 100°.

	Trouvé.	Calculé.
As^2O^5......	47,3	47,33
CdO.......	53,1	52,67
	100,4	100,00

ce qui conduit à la formule

$$As^2O^7 \begin{matrix} /\!\!/ Cd \\ \backslash\!\!\backslash Cd \end{matrix}$$

pour laquelle les nombres ont été calculés. Le corps est donc un pyroarséniate de cadmium anhydre.

Propriétés physiques. — C'est une matière cristalline d'un blanc jaunâtre, appartenant au système ***rhombique,*** en très petits cristaux groupés par quatre, et difficiles à étudier plus complètement.

Cuivre.

Orthoarséniate bibasique de cuivre.

$AsO^4CuH + H^2O.$

Analyse. — Debray [1] a déjà préparé ce corps en maintenant en digestion avec de l'eau à 70° le liquide provenant de l'attaque du carbonate de cuivre par l'acide arsénique, mais il n'a donné sur lui aucun renseignement cristallographique.

Pour combler cette lacune, j'ai d'abord reproduit ce corps par le procédé de Debray, mais sans résultat bien satisfaisant au point de vue de l'observation microscopique des cristaux.

J'en ai obtenu de bien plus nets par un procédé qui consiste à abandonner à une évaporation lente une liqueur d'acétate de cuivre précipitée par un très léger excès d'acide arsénique.

La gelée d'arséniate de cuivre cristallise peu à peu pendant l'évaporation du liquide, et, en fin d'opération, un simple lavage enlève au produit cristallin obtenu son léger excès d'acide arsénique.

Analyse. — J'ai dosé l'eau par perte de poids, le cuivre à l'état de sulfure et l'acide arsénique à l'état d'arséniate ammoniaco-magnésien.

	Trouvé.		Calculé.		
H^2O de 100° à 250°.	8,17	12,00 0/0	$2H^2O$ =	8,13	12,20
au rouge....	3,83		H^2O	4,06	
CuO		36,10	2CuO		35,86
As^2O^5		51,42	As^2O^5		51,94
		99,52			100,00

[1] Debray, *Annales de chimie et de physique,* 3e série, t. LXI, p. 419.

Le corps que j'ai obtenu est donc bien le même que celui de Debray; il a pour formule

$$(AsO^4) \langle {}^{Cu}_{H} + H^2O.$$

Il est soluble dans les acides et décomposé par l'eau bouillante, qui, à la longue, le transforme en olivénite.

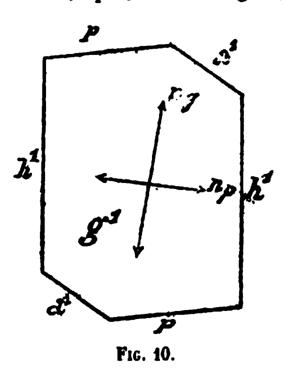


Fig. 10.

Propriétés physiques. — C'est une matière bien cristallisée, d'un vert d'eau clair, se présentant en lamelles parallèles au plan g^1 d'un prisme monoclinique (*fig.* 10).

La face d'aplatissement est limitée par un contour hexagonal légèrement allongé, suivant un des côtés que nous admettrons comme représentant la face h^1, prenant pour trace de la face p celui des deux autres côtés qui fait avec h^1 l'angle le plus voisin de 90°; l'autre sera a^1.

Au réticule du microscope, on trouve alors :

$p\ h^1$ obtus	(001) (100) =	96°30′ *
$p\ h^1$ aigu	(001) ($\bar{1}$00)	35°12′
$h^1\ a^1$	($\bar{1}$00) ($\bar{1}$01)	125°30′ *

Ces mesures permettent d'avoir le rapport de deux des paramètres

$$\breve{a} : \bar{b} : \acute{c} = 1 : ? : 0,8219 \qquad \beta = 83°30.$$

La biréfringence est énergique :

$$n_g - n_p = 0,0752 \text{ [1]};$$

l'extinction dans g^1 a lieu à 13° environ de h^1, dans l'angle aigu $p\,h^1$. Cette direction correspond à n_g, la direction perpendiculaire dans g^1 à n_p, n_m étant perpendiculaire à cette face.

Le plan des axes optiques est en effet parallèle à g^1.

(1) Par la méthode G. Friedel, *B. S. M.*, t. XVI, p. 22.

Orthoarséniate tribasique de cuivre.

$(AsO^4)^2Cu^3$.

Ce corps a été préparé par Coloriano [1] par l'attaque directe du cuivre par l'acide arsénique.

Au point de vue physique, cet auteur dit seulement que les cristaux en sont clinorhombiques ou tricliniques, s'éteignant à 26°, et d'un dichroïsme remarquable.

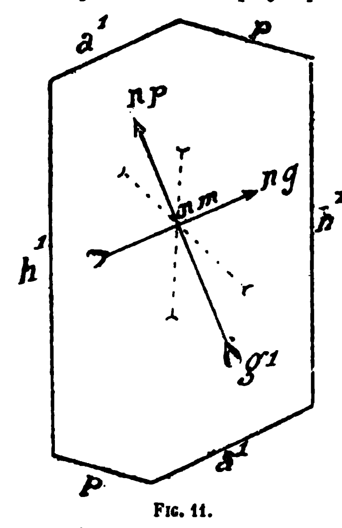


Fig. 11.

Je dois à l'obligeance de M. Friedel quelques cristaux de ce corps préparés par Coloriano. Voici leur description cristallographique :

Ce sont tantôt de petits prismes, tantôt des paillettes appartenant au système monoclinique (*fig.* 11). Lorsque ces cristaux sont aplatis, c'est suivant g^1, et au réticule du microscope on peut faire les mesures suivantes :

$p\ h^1$ aigu	(001) ($\bar{1}$00)	78°24′
$a^1\ p$	(101) (001)	142°24′,

ce qui conduit à

$$\breve{a} : \bar{b} : \overset{|}{c} = 1 : ? : 0{,}6790 \qquad \beta = 78°24'.$$

En lumière polarisée, l'extinction se fait à 23° de h^1 dans ph^1 aigu. Cette direction est négative ; elle correspond à n_p, et celle qui lui est perpendiculaire dans g^1 à n_g, car, en lumière convergente, on constate que le plan des axes optiques est parallèle à g^1.

On peut du reste parfois observer h^1 et y voir un axe très

(1) Coloriano, thèse, p. 30.

oblique dont la position indique n_p comme bissectrice aiguë; le corps est donc optiquement négatif.

Les cristaux observés suivant g^1 sont nettement polychroïques; ils sont :

Suivant n_p, vert;
» n_g, bleu.

Argent.

Orthoarséniate triargentique.

AsO^4Ag^3.

MM. Joly et Dufet (1), après avoir étudié l'arséniate monoargentique, passent à l'arséniate triargentique, et ce dernier auteur dit : « Il appartient au système cubique et est connu » cristallisé sous la forme b^1. »

En faisant des essais infructueux pour obtenir l'arséniate diargentique cristallisé, j'ai pu compléter la connaissance cristallographique de ce sel.

Voici dans quelles circonstances :

Si à une solution concentrée chaude d'acide arsénique on ajoute de l'azotate d'argent, il se forme un précipité qui se dissout et, par refroidissement, la liqueur laisse déposer des cristaux d'arséniate triargentique.

Si on réchauffe la liqueur, si on y ajoute une nouvelle quantité d'azotate d'argent, on peut par refroidissement obtenir une nouvelle récolte de cristaux, et ainsi de suite.

Mais il arrive parfois que, après plusieurs opérations et probablement sous l'influence de l'acide azotique mis en liberté, les cristaux, qui étaient d'abord des dodécaèdres rhomboïdaux, finissent par être, d'abord pour un certain nombre, puis tous,

(1) Joly et Dufet, *C. R.*, t. CV, p. 1073. — Dufet, *B. S. M.*, XI, p. 36 et 276.

de longs prismes noirs d'aspect à peu près hexagonal, terminés par un pointement à trois faces.

Analyse. — Soumis à l'analyse, je leur ai trouvé la composition suivante, en dosant l'argent à l'état de chlorure et l'acide arsénique par différence :

	Trouvé.	Calculé.
Ag^3O......	75,8	75,31
As^2O^5......	24,2	24,69
	100,0	100,00

ce qui conduit bien à

$$AsO^4 \begin{cases} Ag \\ Ag \\ Ag \end{cases}$$

J'ai encore obtenu de ces prismes en faisant réagir en tube clos l'acide arsénique sur le sulfate d'argent et, dans des circonstances un peu différentes, une poussière rouge de petits tétraèdres ayant la même composition.

C'était en étendant d'eau la liqueur qui m'avait donné les prismes dont j'ai parlé en premier lieu.

Propriétés physiques. — Quelle que soit sa forme extérieure, l'arséniate triargentique est toujours rouge rubis par transparence et isotrope, comme on peut s'en convaincre en taillant en lames très minces ses cristaux, inclus dans de la gomme laque, par exemple.

Il est donc toujours cubique, mais tétraédrique. Les prismes obtenus se trouvent, du reste, presque toujours groupés, et souvent par quatre, orientés suivant les directions des axes ternaires du cube. Les faces de leurs pointements correspondent alors aux faces b^1 du dodécaèdre rhomboïdal.

Ces groupements, souvent plus complexes, sont en réalité des squelettes de tétraèdres cubiques.

Quant à cette forme, elle se rencontre également, comme il a été dit, dans des cristaux très petits.

Ce corps est donc bien cubique mais hémiaxe non centré.

Mercure.

Aucun arséniate de mercure n'avait été indiqué comme ayant été obtenu cristallisé avant que Coloriano (1) ne publiât son procédé de synthèse de l'arséniate trimercureux, qu'il a d'ailleurs étudié bien sommairement au point de vue physique, se contentant de dire qu'il est rhombique et polychroïque.

Auparavant, on avait préparé : l'arséniate $(Hg^2)HAsO^4$ obtenu en ajoutant de l'acide arsénique à de l'azotate mercureux, et le pyroarséniate $Hg^2As^2O^7$ obtenu en chauffant le précédent.

Le métaarséniate $(Hg^2)(AsO^3)^2$ obtenu en traitant le précédent par l'acide arsénique, ou en faisant bouillir l'oxyde mercureux avec un excès de cet acide; il se présente sous la forme d'une poudre blanche.

Enfin, l'arséniate mercurique que l'on obtenait sous forme de poudre jaune en ajoutant de l'arséniate disodique à une solution de bichlorure de mercure.

Tous ces sels restaient inconnus au point de vue cristallographique (2).

Pour ma part, j'ai réussi à préparer et à étudier à l'état de cristaux trois arséniates de mercure.

Métaarséniate mercureux.

$(AsO^3)^2(Hg^2)$.

En chauffant, en tube clos, du mercure métallique avec une solution d'acide arsénique, en suivant les indications données par Coloriano dans sa thèse (3), j'ai bien obtenu le même produit que lui, comme je l'indique plus loin; mais, m'étant proposé de rechercher si on pourrait obtenir le même résultat

(1) Coloriano, thèse, p. 49.

(2) Wurtz, *Dictionnaire*, I, 403. — Joannis, *Encyclopédie*, t. III, 14e cahier, p. 232.

(3) *Loc. cit.*

à plus basse température, j'employai de l'acide arsénique plus concentré (50 à 75 0/0) et suivis attentivement l'opération, inspectant de temps à autre le contenu de mon tube.

Je constatai alors que, dans ces conditions, le mercure était déjà attaqué à 150° après plusieurs heures de chauffe et que ces globules s'encroûtaient de petits cristaux blancs formant parfois autour d'eux de véritables coques.

L'opération, poursuivie assez longtemps et refaite plusieurs fois, me donna de ce corps une quantité suffisante pour l'étude et l'analyse.

Propriétés chimiques et analyse. — Cette matière blanche se dissout assez facilement à froid dans l'acide azotique, d'où son mercure est précipité par l'acide chlorhydrique. C'est donc un sel mercureux.

Chauffé en tube fermé, il se décompose en changeant de couleur, il devient jaune, rouge et brun, et perd du mercure, mais ne perd pas d'eau; c'est donc un sel anhydre.

La quantité du corps dont je pouvais disposer étant trop petite pour me permettre une analyse en poids suffisamment exacte, j'ai employé pour le dosage du mercure dans ce corps le procédé indiqué par M. Laborde. 16 centigrammes une fois, 18 une autre fois du corps à étudier, ont été dissous dans l'eau régale. Celle-ci respecte le mercure métallique finement divisé qui se trouve mélangé à la prise d'essai, de sorte que l'on peut recueillir celui-ci, le sécher, le peser et corriger de son poids celui de la prise d'essai.

Dans la solution, le mercure est ramené à l'état de sel mercurique que l'on dose volumétriquement par la liqueur de protochlorure d'étain [1]; l'acide arsénique est déduit par différence.

---

[1] Dans ce cas, pour ne pas être gêné par le dissolvant si fortement oxydant, il faut procéder de la façon suivante : le corps étant dissous dans la plus petite quantité possible d'eau régale, on l'étend à un titre connu, puis à une quantité de dissolution contenant $0^{gr},1$ de matière à analyser; on ajoute 5 centimètres cubes d'une dissolution d'acétate d'ammoniaque à 10 0/0 et on sature par l'ammoniaque; enfin, on rend de nouveau la liqueur acide par un léger excès d'acide acétique. On dose alors le mercure par la liqueur titrée de protochlorure d'étain.

M. Denigès, le savant agrégé de chimie de la Faculté de médecine, a bien voulu contrôler les nombres ainsi trouvés en employant le procédé Personne tel qu'il a été amené récemment à le modifier (1). Je donne son résultat dans la deuxième colonne :

	Trouvé.		Calculé pour
	I	II	$(AsO^3)^2(Hg^2)$
Hg^2O	63,3	63,8	64,4
As^2O^5	36,7	36,2	35,6
	100,0	100,0	100,0

ce qui conduit à la formule d'un métaarséniate mercureux.

$$(AsO^3)^2(Hg^2) \quad \text{ou} \quad \begin{array}{l} AsO^2 - Hg \\ \;|\;\;\; \\ O\;O \quad\;\; | \\ \;|\;\;\; \\ AsO^2 - Hg. \end{array}$$

Propriétés physiques. — Ce corps, dans les belles préparations, se présente en petits cristaux brillants et transparents, d'un blanc légèrement jaunâtre, sensibles à la lumière, sous l'action de laquelle ils noircissent à leur surface.

Ils appartiennent au système hexagonal et revêtent la forme

(1) Procédé de dosage du mercure dans un sel mercureux par le procédé Personne, modifié par M. Denigès : 1 gramme du produit est dissous à chaud dans quelques centimètres cubes de HCl additionnés d'un peu d'AzO^3H ou de ClO^3H et d'eau. La dissolution effectuée, le tout est porté à l'ébullition pendant quelques minutes, puis étendu après refroidissement à 100 centimètres cubes.

D'autre part, on a mis dans un vase de Bohême 10 centimètres cubes d'une solution d'iodure de potassium équivalant, volume à volume, à une solution de sublimé corrosif N/10, et on y a ajouté 2 gouttes de bisulfite de soude liquide du commerce à 40°, destiné à empêcher la mise en liberté d'iode par les produits chlorés de la solution du corps à analyser.

Cette solution est alors versée dans l'iodure jusqu'à l'apparition d'un précipité rouge permanent très léger, identique à celui obtenu dans le titrage de IK par $HgCl^2$.

On lit alors la quantité employée de la solution du corps à analyser. Ce volume contenait 0gr,01 de Hg. Il est facile de calculer la teneur en mercure de la prise d'essai.

de prismes courts aplatis suivant p et limités par des faces $b^{1/2}$. Quelques-uns peuvent atteindre jusqu'à un millimètre de largeur et se prêtent à une mesure goniométrique (*fig.* 12).

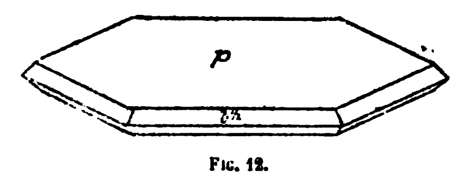


Fig. 12.

On trouve pour les angles des normales :

$p\ b^{1/2}$	$(0001)(1\bar{1}01)$	60°12′	calculé 60°,19′
$b^{1/2} b^{1/2}$	$(1\bar{1}01)(1\bar{1}0\bar{1})$	59°41′ *	

avec une approximation de 5′ environ pour l'angle $b^{1/2} b^{1/2}$ qui conduit aux paramètres :

$$b : c = 1 : 1,5096.$$

Optiquement, ces cristaux sont très réfringents et très biréfringents ; ils sont uniaxes positifs, montrant très nettement la croix noire et ses anneaux.

Orthoarséniate trimercureux.

$AsO^4(Hg^2)^3$.

Ce corps a été produit pour la première fois par Coloriano (1) en faisant « réagir en tube clos vers 230° 35 centimètres cubes » d'une solution d'acide arsénique contenant 5 grammes d'acide » sur 5 grammes de mercure métallique. La réaction a lieu » très lentement ; ainsi, après huit heures de chauffe, à peine » aperçoit-on quelques cristaux adhérents à la surface du mer- » cure ; ce n'est qu'après soixante heures de chauffe que la » cristallisation est un peu plus avancée, c'est-à-dire que les » cristaux sont assez gros mais pas très nombreux ».

Ce procédé, comme on le voit, est fort long, puisqu'il exige soixante heures pour obtenir une très petite quantité du corps, sans compter que la température de 230° est déjà si élevée que les tubes n'y résistent pas toujours, faisant éprouver quelquefois à l'expérimentateur d'ennuyeux déboires par leur explosion.

(1) Coloriano, thèse, p. 49.

Et encore, Coloriano ajoute que, dans le produit obtenu, « malheureusement il y a du mercure très finement divisé qui » se sépare dans la réaction et qui adhère à la surface des cris- » taux, » en sorte qu'il faut trier à la loupe les quantités à analyser.

Après avoir usé du procédé ci-dessus, j'ai eu la bonne fortune, au cours de mes recherches, d'en trouver un autre infiniment plus commode pour préparer en abondance l'arséniate trimercureux.

Le voici dans toute sa simplicité : de l'azotate mercureux est dissous dans une quantité d'eau modérée à la faveur d'un léger excès d'acide azotique. On y ajoute de l'acide arsénique en solution, qui produit dans la liqueur un précipité. On porte le tout dans une étuve que l'on chauffe lentement à 50° ou 60° et que l'on maintient un certain temps à cette température.

Les proportions qui m'ont paru les plus favorables sont :

Azotate mercureux.....	5gr
Acide azotique.........	1cc
Eau..................	50cc

la dissolution étant faite et *froide* (1), on y ajoute une solution contenant

Acide arsénique........	5gr

Dans l'étuve, le précipité, d'abord jaune, se transforme en quelques instants en arséniate trimercureux anhydre, bien cristallisé, de couleur variant du rouge brun au brun, suivant que les éléments cristallins sont plus ou moins gros.

Le corps ainsi obtenu est absolument homogène; toutefois, si on laissait trop longtemps la préparation à l'étuve, il s'y transformerait en partie en arséniate mercurique jaune.

Propriétés chimiques et analyse. — Les propriétés chimiques de ce corps ont été indiquées par Coloriano. Il est anhydre;

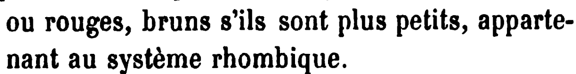
(1) Si la liqueur est déjà chaude avant d'être mise à l'étude, la transformation est trop rapide et le produit peu joli.

pour l'analyser, je l'ai dissous dans l'acide azotique en très petite quantité, d'où le mercure a été précipité par le chlorure de sodium et pesé à l'état de protochlorure. L'acide arsénique est déterminé par différence (colonne I).

J'ai aussi déterminé le mercure par le procédé Laborde (II) et le procédé Denigès (III), indiqués au chapitre précédent.

	Trouvé.			Calculé.
	I	II	III	
Hg^2O.......	84,8	84,9	84,55	84,44
As^2O^5......	15,2	15,1	15,45	15,56
	100,0	100,0	100,00	100,00

On voit que le procédé Denigès m'a donné le meilleur des résultats; ceux-ci conduisent à la formule :



$$
\begin{array}{l}
sO^4 = (Hg^2) \\
\quad \diagdown (Hg^2) \\
AsO^4 \diagup= (Hg^2).
\end{array}
$$

Propriétés physiques. — Obtenu par le nouveau procédé que je viens d'indiquer, ce sel se présente en petits cristaux bruns ou rouges, bruns s'ils sont plus petits, appartenant au système rhombique.

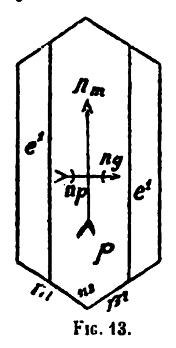


FIG. 13.

Ils sont trop petits pour être mesurables au goniomètre, quoique d'une grande netteté.

Les formes qu'ils présentent (*fig.* 13) peuvent être désignées par *m*, *p*, e^1; dans ce cas, ils sont allongés suivant $p\,g^1$ et aplatis suivant *p*.

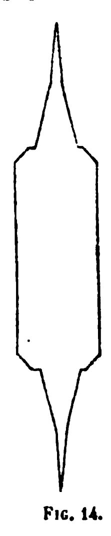
Mesuré au réticule du microscope, l'angle $mm = 118°$ environ, d'où

$$a : b : c = 0,601 : 1 : ?$$

En lumière polarisée, leur biréfringence est très énergique, leur extinction se fait parallèlement à $p\,h^1$ et $p\,g^1$.

Perpendiculairement à *p*, ils montrent deux axes optiques peu écartés autour d'une bissectrice aiguë négative. La disper-

sion des axes est très remarquable et comparable seulement à celle de la brookite. Le plan des axes est perpendiculaire à $p\ g^1$, comme l'indique la figure ci-contre.


Fig. 14.

Ces cristaux jouissent d'un polychroïsme très marqué; leur couleur est

Suivant n_g, vert brunâtre;
» n_m, brun;
» n_p brun plus clair.

Lorsque ce corps est préparé suivant la méthode de Coloriano, il se présente en longues paillettes allongées suivant g^1 et aplaties suivant p.

Dans certaines préparations faites avec de l'acide arsénique très concentré (75 0/0), les paillettes ont généralement revêtu la forme dessinée ci-contre (*fig.* 14) d'un rectangle plus ou moins allongé, auquel seraient venus se souder des triangles de plus en plus aigus.

Orthoarséniate trimercurique.

$(AsO^4)^2Hg^3$.

Cet arséniate n'a jamais été signalé, à ma connaissance, comme ayant été obtenu cristallisé.

Préparation. — Dans une petite quantité d'eau chaude additionnée de 1 centimètre cube d'acide azotique on dissout 6 grammes d'azotate mercureux et l'on complète à 25 centimètres cubes. On introduit alors cette solution dans un tube et on y ajoute 5 centimètres d'une solution d'acide arsénique à 50 0/0; on ferme le tube et on le chauffe jusque vers 180°.

Au bout de quelques heures de chauffe, le précipité amorphe que l'on avait obtenu à froid est entièrement cristallisé. Les cristaux sont alors des prismes plus ou moins allongés, jaune de miel. Si on emploie une liqueur beaucoup plus acide, en doublant, par exemple, les proportions des acides azotique et

arsénique, on obtient à la même température de fines aiguilles très longues et très fragiles jaune verdâtre; mais, dans les deux cas, les cristaux obtenus ont la même composition.

Propriétés chimiques, analyse. — Dissous à froid dans l'acide azotique, ce corps ne donne pas de précipité par l'acide chlorhydrique, dans lequel il se dissout d'ailleurs facilement. C'est donc un composé mercurique.

Chauffé en tube fermé, il brunit en dégageant du mercure, fond au rouge, puis se volatilise au rouge vif en continuant à se décomposer. On n'y constate pas la présence de l'eau.

Pour l'analyser, j'ai d'abord employé la séparation du mercure et de l'arsenic par le sulfhydrate d'ammoniaque; mais j'ai bientôt préféré le procédé de M. Laborde, et j'ai dosé le mercure par la liqueur titrée de protochlorure d'étain, l'arsenic restant déduit par différence.

Le premier résultat se rapporte aux cristaux jaune de miel, les deux autres aux cristaux jaune verdâtre :

	Trouvé.			Calculé.
	I	II	III	$(AsO^4)^2Hg^3$.
HgO......	73,6	74,2	73,5	73,8
As^2O^5.....	26.4	25,8	26,5	26,2
	100,0	100,0	100,0	100,0

Ce qui conduit à la formule

$$\begin{array}{l} AsO^4 - Hg \\ \quad\quad\;\; \searrow Hg \\ AsO^4 \swarrow\!= Hg \end{array}$$

Propriétés physiques. — Ce corps, comme je l'ai déjà dit plus haut, se présente, suivant le mode de sa préparation, soit en prismes jaune de miel pouvant atteindre jusqu'à un demi-centimètre de longueur, soit en aiguilles jaune verdâtre plus longues et plus fines.

Dans les deux cas, ces cristaux appartiennent au système monoclinique; ils sont limités par les mêmes formes domi-

nantes $m h^1$ $d^{1/2} g^1$ avec une face $b^{\frac{m}{n}}$ trop petite pour être mesurable.

Certains cristaux sont mesurables au goniomètre, avec une grande exactitude pour les faces du prisme. On y relève :

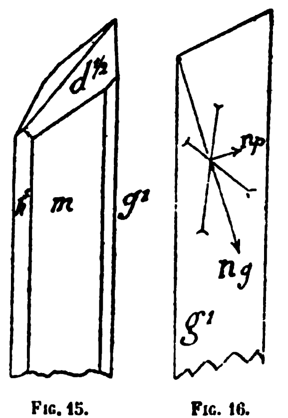


FIG. 15. FIG. 16.

$m\ h^1$	(110) (100)	39°54′
$m\ m$ sur h^1	(110) (1$\bar{1}$0)	79°59′
$d^{1/2} d^{1/2}$	(1$\bar{1}$1) (111)	47°18′

Le plan des axes optiques est g^1, un axe très oblique est visible dans h^1 (*fig.* 15).

L'extinction dans m se fait à 14-15° de $m h^1$; dans g^1, à 18° environ de $m h^1$ dans l'angle $p h^1$ obtus (*fig.* 16).

Cette direction est positive.

Ces cristaux, étant donnée la position de l'axe visible dans h^1 qui est très oblique vers n_g, ont donc pour bissectrice aiguë cette direction n_g et sont, par conséquent, biaxes positifs.

Nickel.

Il a déjà été produit un certain nombre d'arséniates de nickel cristallisés (1) par voie humide, sans toutefois que l'on puisse trouver sur eux de renseignements cristallographiques bien intéressants. Cela tient, sans aucun doute, à ce que les échantillons obtenus ne se prêtaient guère à ce genre d'observations. Pour ma part, je n'ai pas eu plus grand succès pour les arséniates déjà connus, mais j'ai pu en étudier assez bien un nouveau.

(1) Meunier, *Encyclopédie : Nickel*, p. 218. — Coloriano, thèse, p. 33 et suiv.

Pyroarséniate de nickel.

$As^2O^7(NiOH)^2H^2$.

Préparation. — Ce corps s'obtient en faisant agir l'acide arsénique sur l'acétate de nickel. Toutefois, les proportions de l'un et de l'autre doivent, je crois, être très exactement mesurées. Ce n'est, en effet, qu'après une longue série d'essais et un peu aidé par le hasard que j'ai réussi à préparer ce corps par cette voie. Voici comment j'ai opéré : à 10 centimètres cubes d'une solution contenant 1gr,25 d'acétate de nickel, j'ai ajouté 0gr,5 d'acide arsénique à 50 0/0, enfin j'ai étendu de 10-15 centimètres cubes d'eau.

Cette liqueur mise en tube clos est limpide; mais, chauffée, elle se prend en gelée au-dessous de 150° et commence à cristalliser à 180°; à 220°, la cristallisation se termine rapidement.

Analyse. — Pour analyser cette matière, j'ai dosé l'eau par perte de poids; le nickel a été dosé à l'état de sulfate, en le transformant d'abord en sulfure par le soufre dans un courant d'hydrogène et convertissant le sulfure en sulfate anhydre; l'acide arsénique a été dosé par différence.

	Trouvé.		Calculé.
H^2O......	8,9	9,0	8,65
NiO......	37,1	36,2	36,06
As^2O^5.....	54,0	54,8	55,29
	100,0	100,0	100,00

L'eau ne partant qu'au-dessus de 180°, et de telle façon que son départ n'est complet que bien au-dessus de la température de fusion du plomb, on doit la considérer comme étant de constitution; le corps se représente alors par la formule

```
AsO³—NiOH
 |  \H
 O
 |  /H
AsO³—NiOH
```

Il est facilement soluble dans les acides et décomposable par l'eau bouillante.

Propriétés physiques. — C'est une belle matière cristalline vert pomme, qui, au microscope, se présente sous la forme de lamelles aplaties appartenant au système monoclinique, ayant la forme de parallélogrammes allongés (*fig.* 17), dont les courts côtés sont formés par des biseaux.

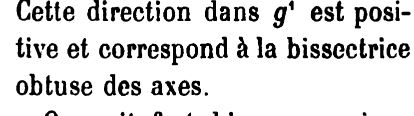


Fig. 17.

Si nous prenons ces biseaux pour faces *m* et le long côté pour *p*, la face d'aplatissement étant *g*¹, comme le montrent les phénomènes optiques en lumière convergente, au réticule du microscope on constate que l'angle $p h^1 = 45°30'$.

L'extinction se fait à 28° de h^1. Cette direction dans g^1 est positive et correspond à la bissectrice obtuse des axes.

On voit fort bien ceux-ci en lumière convergente, et on constate que leur bissectrice aiguë négative est perpendiculaire à g^1.

Ils sont assez biréfringents.

Remarque. — En employant les procédés de synthèse de Coloriano, j'ai produit un arséniate de nickel en belles paillettes octogonales d'un beau vert jaune, appartenant au système quadratique, optiquement uniaxes négatives.

Je n'ai pu, par leurs propriétés physiques, les identifier à aucun des produits obtenus par cet auteur. J'espère en obtenir ultérieurement une quantité suffisante pour l'analyse.

Cobalt.

Pyroarséniate de cobalt.

$As^2O^7(CoOH)^2H^2$.

Préparation. — On n'avait pas encore, jusqu'à présent,

essayé l'action directe de l'acide arsénique sur le cobalt métallique.

Cette action donnant de bons résultats avec les autres métaux du même groupe, j'ai cru devoir la tenter pour ce métal.

A. Un gramme de cobalt métallique en petits fragments est introduit dans un tube fermé à la lampe avec 20 centimètres cubes d'une solution d'acide arsénique pur à 50 0/0; l'attaque commence déjà à froid, et la liqueur devient rose en peu de temps. Si on chauffe le tube vers 150°, la réaction marche beaucoup plus vite, et l'on voit se former en abondance de petits cristaux prismatiques.

Ceux-ci sont nettement plus solubles à froid qu'à chaud dans la liqueur mère; et si à un moment donné on laisse le tube refroidir un peu lentement, on les voit disparaître, ou tout au moins diminuer notablement de quantité, tandis qu'apparaissent de nombreux cristaux d'acide arsénieux.

Il est donc bon, pour recueillir ce produit, d'ouvrir le tube lorsqu'il est encore chaud, dès qu'on peut le faire sans danger, vers 100°, et de refroidir brusquement son contenu en le versant rapidement dans un vase contenant de l'eau distillée froide. En opérant de la sorte, on obtient une matière cristallisée bien homogène et parfaitement exempte d'acide arsénieux.

Verneuil et Bourgeois, après avoir décrit leur reproduction de la scorodite [1], ont émis l'hypothèse qu'en traitant le cobalt comme ils avaient traité le fer, on obtiendrait probablement une scorodite de cobalt. C'est bien ce que j'ai fait; mais le corps obtenu, comme le montrera l'analyse, ne ressemble en rien à la scorodite.

B. J'ai encore obtenu le même corps en chauffant en tube scellé un mélange d'acétate de cobalt et d'acide arsénique dissous. Les proportions qui m'ont donné les plus beaux

---

[1] Verneuil et Bourgeois, *Bull. Soc. Min.*, III, p. 32.

produits sont : acétate de cobalt en solution à 20 0/0, 30 centimètres cubes; acide arsénique à 50 0/0, 10 centimètres cubes. Il faut chauffer pendant quelques heures à 180° au moins.

C. Enfin, en employant le procédé qui a donné à Coloriano (1) le sel $(As^2O^5)^2 5CoO 3H^2O$, c'est-à-dire en mettant 30 centimètres cubes d'une solution contenant 5 grammes d'acide arsénique en digestion sur 3 grammes de carbonate de cobalt; puis, au bout de quelques heures, étendant 15 centimètres cubes de cette liqueur filtrée de 35 centimètres d'eau et chauffant en tube clos à 235°, c'est encore le même corps que j'ai obtenu.

Analyse. — La matière ayant été convenablement desséchée dans l'air sec, l'eau y a été déterminée par perte de poids. La perte d'eau n'y commence qu'au-dessus de 300°. Dans la matière desséchée, le cobalt a été transformé en sulfure par le soufre dans un courant d'hydrogène, puis oxydé par l'acide azotique, et transformé, avec les précautions d'usage, en sulfate de cobalt, qui a été pesé. L'acide arsénique ainsi reste déduit par différence.

Voici les résultats obtenus par les différents produits :

	Trouvé.					Calculé.
	A		B		C	$As^2O^9Co^2H^4$
	I	II	III	IV	V	
H^2O....	8,8	8,6	8,6	8,7	8,7	8,65
CoO....	36,5	35,8	35,7		35,7	36,05
As^2O^5...	54,7	55,6	55,7		55,6	55,30
	100,0	100,0	100,0		100,0	100,00

Ces analyses conduisent à la formule brute

$$As^2O^9Co^2H^4,$$

que l'on pourrait interpréter

$$2(AsO^4CoH + \tfrac{1}{2}H^2O),$$

(1) Coloriano, thèse, p. 41.

en considérant ce corps comme un orthoarséniate hydraté; mais la perte d'eau ne se faisant, comme il a été dit, sentir qu'au-dessus de 300°, il paraît plus rationnel d'adopter la formule

$$\begin{array}{l} AsO^3 — CoOH \\ \;\;| \quad \diagdown H \\ \;\;O \\ \;\;| \quad \diagup H \\ AsO^3 — CoOH \end{array}$$

qui représente le corps comme un pyroarséniate sans eau d'hydratation.

Ce corps est facilement soluble dans les acides.

Propriétés physiques. — La matière obtenue dans le premier mode de préparation est en fines aiguilles, se feutrant facilement entre elles, d'un rose clair.

Les procédés B et C fournissent un produit en petits prismes radiés un peu plus gros que les précédents, d'un rose pourpre un peu plus foncé.

Tous ces cristaux appartiennent au système monoclinique, présentant les formes dominantes $g^1 h^1$. Dans g^1, l'extinction se fait à 16° de $g^1 h^1$ pour les produits des procédés B et C, et à 6-7° pour les autres. Dans les deux cas, cette direction est positive; elle correspond à n_g, et la direction qui lui est perpendiculaire dans g^1, à n_m. On constate, en effet, en lumière convergente, que les axes sont dans un plan perpendiculaire à g^1, passant par n_g, et que la bissectrice obtuse négative est perpendiculaire à g^1. Ces cristaux sont donc optiquement biaxes positifs.

Ils ne sont pas polychroïques.

Chrome.

J'ai essayé pour le chrome tous les procédés qui avaient réussi, soit à d'autres, soit à moi pour préparer par voie humide des arséniates d'autres métaux.

Mais malgré la variété de mes tentatives, je n'ai jamais pu obtenir d'arséniate cristallisé de ce métal.

Je pense qu'il n'y a guère lieu de s'en étonner, si l'on considère que le seul arséniate cristallisé de chrome qui soit connu, le pyroarséniate, et même l'orthoarséniate de chrome et de potasse, préparés par voie sèche par M. Lefèvre (¹), ont été trouvés par lui insolubles dans les acides, même concentrés.

Manganèse.

Orthoarséniate bibasique de manganèse.

$AsO^4MnH + H^2O.$

Ce sel a été préparé par Coloriano (²) en maintenant pendant quelque temps à l'ébullition, avec de l'eau, la liqueur filtrée provenant de la digestion de 4 grammes de carbonate de manganèse avec 60 centimètres cubes d'une dissolution d'acide arsénique à 20 0/0.

Cet auteur ne donne aucune description physique du produit qu'il a obtenu, se contentant de dire à ce sujet qu'« il est très bien cristallisé » et qu'« il a déjà été obtenu par Debray en suivant une autre méthode ».

Debray (³) l'avait en effet préparé en ajoutant de l'arséniate d'ammoniaque à un sel de manganèse. Il obtenait un précipité gélatineux, transformable, en huit à quinze jours, en un produit cristallisé; mais de ses propriétés physiques il dit seulement qu'« il est de forme plus difficile à mesurer que le phosphate correspondant ».

Désireux, pour ma part, d'étudier les propriétés cristallographiques de ce corps, je l'ai d'abord préparé par la méthode de Coloriano; mais je n'ai su obtenir ainsi qu'un produit très mal cristallisé, dont les cristaux fibreux et corrodés ne présen-

(¹) Lefèvre, *Sur les arséniates cristallisés*, thèse, p. 42 et 43.
(²) Coloriano, thèse, p. 22 et 23.
(³) Debray, *Bull. Soc. Chim.* (2), II, p. 14.

taient que rarement un angle mesurable et n'étaient pas susceptibles d'études microscopiques.

La méthode de Debray ne m'ayant pas mieux réussi, j'ai dû me préoccuper d'en trouver une autre. Voici celle à laquelle je me suis arrêté ; elle donne réellement un beau produit.

Préparation. — A une dissolution d'acétate de manganèse à 10 0/0 environ on ajoute, en léger excès, de l'acide arsénique en solution concentrée. Il se précipite une gelée blanche qui est laissée en digestion dans la liqueur à une température voisine de 75°. Au bout de vingt-quatre heures la gelée est presque totalement transformée en une belle matière cristalline d'un rose franc clair, qu'une simple décantation sépare du peu de gelée amorphe restée en suspension dans la liqueur mère.

Il est bon d'opérer dans une fiole ou un ballon complètement rempli de liquide et à peu près bouché, de façon à éviter autant que possible le contact de l'air. Si en effet on opérait dans un vase largement ouvert, une bonne partie de la gelée se suroxyderait, deviendrait brune, donnant difficilement un produit assez mal cristallisé et de couleur jaunâtre ou brunâtre. Cet inconvénient m'a paru se produire dans le procédé Coloriano.

Analyse. — Pour analyser le produit obtenu j'ai dosé l'eau par dessiccation à différentes températures, le manganèse à l'état de sulfure par voie sèche, et l'arsenic par différence. Voici les chiffres obtenus. Je place en regard les résultats de Coloriano :

	Trouvé.			Calculé.
	I	II	Coloriano	
H^2O	12,74	12,80	12,91	12,67
MnO	33,24	33,25	33,54	33,33
As^2O^5	54.02	53,95	54,55	53.99
	100,00	100,00	100,00	100,00

Ce qui conduit à la formule

$$AsO^4 \begin{matrix} \diagup\!\!\diagup Mn \\ \diagdown H \end{matrix} + H^2O$$

L'eau part entre 160 et 220°. Comme l'indique Coloriano, ce

corps est facilement soluble dans les acides, et décomposable par l'eau chaude.

Propriétés physiques. — Matière d'un rose franc, clair (et non rose chair), en petits cristaux lamellaires très nets, très groupés en rosettes.

Ces cristaux (*fig.* 18) appartiennent au système monoclinique, ils sont aplatis suivant g^1 et montrent sous la forme de stries les traces d'un clivage parallèle à h^1. Ce clivage permet parfois d'étudier sous le microscope des sections parallèles à h^1 et de bien établir, par conséquent, la symétrie du corps.

Dans la zone perpendiculaire à g^1, les cristaux sont limités par h^1 et par trois autres faces très nettes que j'ai appelées a^1, p^1 et o^1, puis, par d'autres plus petites et peu mesurables.

Au réticule du microscope Nachet, j'ai pu faire avec assez d'exactitude les mesures d'angles suivantes :

	Angles vrais.	Mesurés.	Calculés.
$a^1 o^1$	$(\bar{1}01)\ (101)$	99°54′	
$h^1 o^1$	$(100)\ (101)$	134°12′	
$h^1 a^1$	$(\bar{1}00)\ (101)$	126°54′	
$p\ h^1$ sur a^1	$(001)\ (\bar{1}00)$	83°30′	83°39′
$p\ h^1$ sur o^1	$(001)\ (100)$	96°30′	96°21′

Les trois premiers angles mesurés m'ont permis de calculer les paramètres de deux des axes cristallographiques :

$$a : b : c = 1 : ? : 0{,}8006$$
$$\beta = 83°30'.$$

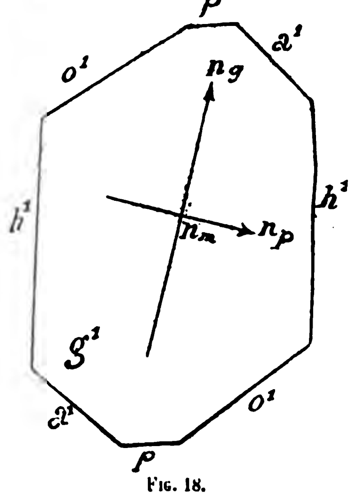


Fig. 18.

En observant ces lamelles en lumière polarisée parallèle, on constate que leur extinction a lieu à 20° de l'arête $h^1 g^1$ dans l'angle aigu $p h^1$. Cette direction, dans le plan g^1, correspond à n_g tandis que la direction perpendiculaire correspond à n_p; en lumière con-

vergente on constate en effet que les axes optiques sont dans le plan g^1.

$$n_g - n_p = 0,057.$$

Il faut remarquer l'isomorphisme de cet arséniate avec celui de cuivre du même type chimique et peut-être aussi avec l'arséniate de nickel, si on donne à ce dernier la notation $g^1 h^1 o^1$.

Aluminium.

Orthoarséniate d'aluminium.

AsO^4Al.

Coloriano (1) le premier a préparé cet arséniate d'aluminium en chauffant à 200° des solutions mélangées d'arséniate trisodique et de sulfate d'aluminium.

Le corps qu'il obtenait ainsi se présentait *en cristaux lenticulaires.*

J'ai réussi à produire le même corps en cristaux plus nets, en attaquant directement, en tube clos, l'alumine pure par l'acide arsénique en solution très concentrée : un gramme au plus d'alumine par 25 centimètres cubes d'une solution d'acide arsénique à 75 0/0.

Analyse. — Je dois à propos de l'analyse de ce corps faire une remarque : Coloriano s'est servi d'un procédé indiqué par M. Friedel, qui consiste à réduire l'arséniate par l'hydrogène au rouge et à peser l'alumine. Dans la plupart des essais que j'ai faits par cette méthode, l'alumine est restée grise, retenant de l'arsenic.

Pareille chose du reste a dû arriver à M. Lefèvre (2), puisqu'il prend, lui, la précaution de transformer d'abord l'arsenic en sulfure par le soufre avant de réduire par l'hydrogène ; opé-

---

(1) Coloriano, thèse, p. 47 ; *C. R.*, t. CIII, p. 274.
(2) Lefèvre, thèse, p. 40.

ration qu'il est obligé de répéter plusieurs fois avant d'obtenir une alumine de poids invariable.

Pour ma part j'ai procédé de la façon suivante : après avoir réduit autant que possible l'arséniate d'aluminium chauffé dans un tube de porcelaine par un courant prolongé d'hydrogène, j'ai purgé le tube par un courant d'acide carbonique, puis j'ai fait passer sur l'alumine du chlore, dilué d'abord dans de l'acide carbonique, afin d'éviter toute projection de matière. Ce gaz enlève le peu d'arsenic restant à l'état de chlorure très volatil.

L'alumine même au rouge retient du chlore et devient verdâtre, mais on le lui enlève facilement en purgeant de nouveau l'appareil avec de l'acide carbonique et finalement remplaçant progressivement ce gaz par de l'hydrogène qui enlève à l'alumine les dernières traces de chlore.

L'alumine est pesée et l'acide arsénique déduit par différence.

	Trouvé.		Calculé pour
	I	II	AsO^4Al.
Al^2O^3.....	30,7	30,8	30,93
As^2O^5.....	69,3	69,2	69,07
	100,0	100,0	100,00

Ces résultats conduisent bien à la formule

$$AsO^4Al$$

du corps étudié déjà par Coloriano.

Propriétés physiques. — Ce corps se présente en très petits cristaux blancs très brillants, octaédriques, très nets dans certaines préparations; ils appartiennent au système monoclinique, comme on peut s'en assurer par leur observation en lumière polarisée, surtout en lumière convergente, à l'aide de laquelle on peut constater qu'ils possèdent deux axes optiques moyennement écartés, dans un plan perpendiculaire à g^1 avec une bissectrice aiguë dans g^1.

La petitesse et la forme de ces cristaux ne permet guère de

préciser davantage leurs propriétés, avec quelque chance d'exactitude.

Plomb.

Orthoarséniate diplombique.

AsO^4PbH.

Je n'ai trouvé dans mes recherches bibliographiques aucune mention d'arséniate de plomb cristallisé obtenu par la voie humide. Il est bien dit quelque part (1) que, si on étend d'eau une dissolution d'arséniate de plomb dans l'acide azotique bouillant, on obtient par refroidissement un dépôt de lamelles cristallines d'arséniate de plomb ; mais les essais que j'ai faits en suivant cette indication ne m'ont pas conduit à ce résultat.

Pour ma part, en étendant modérément d'eau une solution d'arséniate de plomb dans l'acide azotique bouillant, j'ai bien obtenu par refroidissement un dépôt de cristaux, mais qui était toujours constitué par de l'azotate de plomb qui se dissolvait complètement par l'adjonction d'une plus grande quantité d'eau.

Ce n'est qu'après une longue série d'essais aussi infructueux que variés, que j'ai réussi à préparer par voie humide un arséniate de plomb cristallisé, et cela, par le procédé bien simple que voici :

On emplit un ballon d'une dissolution d'azotate de plomb à 5 0/0 que l'on porte à l'ébullition. On cesse de chauffer, et, le liquide étant en repos, on ajoute, pour chaque centaine de centimètres cubes de liqueur, d'abord 1 centimètre cube d'acide azotique pur, puis, par petites portions, 6 grammes environ d'acide arsénique en solution concentrée. Celui-ci, arrivant sur la liqueur plombique, y produit un précipité qui tombe immédiatement au fond du vase en une brillante pluie de lamelles cristallines.

(1) *C. R.*, t. CIII.

Les cristaux ainsi formés sont très déchiquetés et se prêtent mal à une observation physique. Mais si, après avoir opéré ainsi que je viens de le dire, on s'empresse de décanter la liqueur mère, et si on la laisse refroidir, il s'y forme encore de nombreux cristaux de même composition dont beaucoup, surtout ceux qui surnagent à la surface de la liqueur, sont susceptibles d'une très bonne étude microscopique.

Analyse. — Le corps ainsi obtenu perd son eau au-dessus de 200°, il ne se décompose pas au rouge. J'ai donc dosé l'eau par perte de poids à cette température. Le plomb a été dosé à l'état de sulfate, et l'acide arsénique à l'état d'arséniate ammoniaco-magnésien ou par différence.

Les résultats obtenus sont les suivants :

	Observé.		Calculé pour
	I	II	AsO^4PbH.
H^2O......	2,27	2,30	2,59
PbO......	63,73	63,77	64,27
As^2O^5.....	33,27	33,93 (par diff.)	33,14
	99,27	100,00	100,00

Ce qui conduit à la formule :

$$AsO^4 \begin{matrix} /\!\!/ Pb \\ \backslash H \end{matrix}$$

Propriétés chimiques et physiques. — Ce sel est insoluble dans l'eau, soluble dans l'acide azotique, même étendu.

Il se présente sous la forme de lamelles micacées d'un beau blanc d'argent, à éclat argentin, onctueuses au toucher comme du talc.

Les échantillons bien cristallisés sont constitués par de petites lamelles parallélogrammes qui doivent être considérées comme des sections g^1 d'un prisme monoclinique. Elles sont généralement un peu allongées suivant un des côtés et souvent limitées sur leurs bords par des biseaux (*fig.* 19).

Si on appelle h^1 le côté le plus allongé de cette section g^1, on trouve au réticule du microscope

$$p\,h^1\ (\text{aigu}) = 83°24'.$$

L'extinction en lumière polarisée se fait à 21-22° de h^1 dans l'angle $p\,h^1$ obtus. Cette direction est négative.

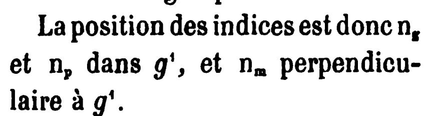


FIG. 19.

La face d'aplatissement g^1 étant observée en lumière convergente, on constate qu'elle contient le plan des axes, et, d'après les courbes isochromatiques observées, il est très probable que ceux-ci ont une bissectrice aiguë positive.

La position des indices est donc n_g et n_p dans g^1, et n_m perpendiculaire à g^1.

La biréfringence assez peu énergique ne peut être déterminée avec exactitude, les lamelles étant beaucoup trop minces.

Uranium.

Historique. — Dans le Dictionnaire de Wurtz, on trouve la mention suivante (1), que je cite dans sa brièveté : « Arséniate d'uranium $U^2O^3As^2O^5 + 5H^2O$, poudre insoluble jaune clair. » L'Encyclopédie (2), un peu plus complète, ajoute : « ... il se précipite quand on verse un arséniate de soude dans une solution d'azotate d'uranyle. »

Je n'ai rien trouvé d'autre sur les arséniates d'uranium; j'ai donc cherché à en préparer.

(1) Wurtz, *Dictionnaire*, t. I, p. 465.
(2) *Encyclopédie : Uranium*, p. 11.

Orthoarséniate bibasique d'uranyle.

$As^2O^7.[(U^2O^2)OH]^2H^2 + 8H^2O.$

J'ai cherché à préparer un arséniate bibasique d'uranyle; j'y suis parvenu très facilement par la méthode de l'acétate et de l'acide arsénique, qui m'en a fourni un très bien cristallisé.

Voici comment il faut opérer pour l'obtenir. On introduit dans un ballon une certaine quantité d'une solution d'acide arsénique à un taux quelconque, 10 0/0 par exemple; on place le ballon dans l'étuve à 75° environ, puis on y ajoute par petites quantités une solution d'acétate d'uranyle en quantité un peu moindre que celle qui produirait un précipité permanent. Laissant alors refroidir lentement la liqueur, on voit se former au fond du vase un précipité cristallin. Celui-ci étant formé, on reporte le tout à 75° et on y ajoute successivement de nouvelles quantités d'acétate; le précipité qui se forme chaque fois cristallise peu à peu sans qu'il soit désormais nécessaire de laisser refroidir la liqueur.

Propriétés chimiques, analyse. — Le corps obtenu est facilement soluble dans les acides forts.

Il perd une grande quantité d'eau, déjà bien au-dessous de 100°, et ne la perd entièrement qu'au rouge franc.

La chaleur ne décomposant pas l'arséniate lorsqu'il est anhydre, j'ai pu y doser l'eau par perte de poids.

Pour déterminer l'arsenic et l'urane, j'ai d'abord employé le procédé indiqué par Rivot [1]. L'arséniate d'urane est dissous dans l'acide chlorhydrique, puis l'acide arsénique est ramené à l'état d'acide arsénieux par un courant prolongé d'acide sulfureux. Ce réactif est ensuite expulsé par la chaleur et l'arsenic précipité à l'état de sulfure par l'hydrogène sulfuré, séparé par filtration, lavé convenablement, séché et pesé.

On chauffe alors la liqueur contenant l'urane pour expulser l'hydrogène sulfuré et rassembler le soufre. Celui-ci ayant été

---

(1) Rivot, *Traité de docimasie*, III, p. 182.

éliminé par filtration, on précipite l'urane en faisant agir sur la liqueur de l'ammoniaque en grand excès, pendant un temps très long, jusqu'à ce qu'elle ne présente plus de coloration jaune. L'uranate d'ammoniaque qui s'est formé, long et difficile à laver, est recueilli sur un filtre, grillé au moufle et ramené à l'état de U^3O^4.

Ce procédé est fort long et présente plusieurs difficultés, surtout pour la précipitation complète, le lavage et le grillage de l'uranate d'ammoniaque; aussi, quoiqu'il m'ait donné un assez bon résultat, j'ai cherché à opérer plus simplement.

J'ai constaté qu'on pouvait fort bien réduire l'arséniate d'urane par un courant d'hydrogène dans un creuset de porcelaine chauffé progressivement jusqu'au bon rouge. Après un temps suffisant, il ne reste qu'un oxyde d'urane, qui, par un grillage au moufle, est bientôt ramené à l'état de U^3O^4.

On obtient ainsi un bel oxyde vert dont la pesée donne un résultat très exact qui permet de déduire l'acide arsénique par différence. Ce procédé a sur le précédent le grand avantage de la rapidité, jointe à une exactitude au moins égale.

Les résultats que j'ai obtenus sont les suivants, la première analyse étant faite par le procédé Rivot :

	Trouvé.			Calculé pour
	I	II	III	$As^2O^5.2U^2O^3.10H^2O$
H^2O	17,8	18,52	18,6	18,34
U^2O^3......	59,3	58,42	58,3	58,22
As^2O^5.....	23,0	23,06	23,1	23,44
	100,1	100,00	100,0	100,00

Ces analyses fixent déjà la formule brute de cet arséniate, qui est

$$As^2O^5.2U^2O^3.10H^2O.$$

Mais pour mieux apprécier la valeur comparative des deux procédés de dosage de l'uranium que j'ai employés, il est préférable de faire abstraction de l'eau, qui, comme on vient de le voir, présente des variations notables d'une analyse à

l'autre, et de rapporter les résultats à la matière anhydre, parfaitement privée d'eau par un chauffage suffisant au rouge franc. On trouve alors :

	Trouvé. I	II	III	Calculé pour $As^2O^5(U^2O^3)^2$.
U^2O^3......	71,8	71,6	71,7	71,76
As^2O^5.....	28,1	28,4	28,3	28,54
	99,9	100,0	100,0	100,00

et l'on voit que le procédé rapide ne le cède en rien comme exactitude au procédé Rivot.

L'eau, ai-je dit, commence à partir au-dessous de 100°. Il est intéressant d'étudier de plus près son dosage, pour arriver à établir la formule exacte, probable, du corps que nous étudions.

On peut constater qu'il perd :

Trouvé.		Calculé sur $As^2O^5 2U^2O^3 10H^2O$.	
de 90° à 100°-115°.	10,6 0/0	$6H^2O$ =	11,00 0/0
entre 150° et 200°.	12,7	7 =	12,20
de 250°-300°......	14,5	8	14,70
au rouge sombre...	16,5	9	16,50
au rouge vif......	18,5	10	18,34

Jusqu'à 100° le corps perd de l'eau sans changer de couleur. En même temps qu'il perd la 9ème molécule d'eau, il devient jaune verdâtre, puis brun, et reste brun tombac quand il est anhydre.

Si on le chauffait trop longtemps au rouge blanc, il pourrait peut-être subir une très légère décomposition.

De ce qui précède, il paraît résulter que deux molécules d'eau au moins doivent être comptées comme eau de combinaison, celles qui partent au rouge et dont le départ est accompagné d'un changement de couleur.

Pour interpréter les faits dans ce sens, je propose la formule suivante :

$$\begin{array}{l} AsO^3 \begin{cases} (U^2O^2)OH \\ H \end{cases} \\ \quad | \\ \quad O \qquad\qquad + 8H^2O \\ \quad | \\ AsO^3 \begin{cases} H \\ (U^2O^2)OH \end{cases} \end{array}$$

représentant le corps étudié comme un pyroarséniate hydraté.

Propriétés physiques. — En paillettes micacées d'un beau jaune citron; ce sont des lamelles *p* d'un prisme quadratique.

Optiquement, elles sont uniaxes négatives et, malgré leur faible épaisseur, montrent très nettement la croix noire en lumière convergente.

Si l'on veut en faire une préparation dans le baume de Canada, on cesse presque complètement d'en voir les contours. Leur indice n_g est donc bien voisin de celui de ce milieu.

REMARQUE. — Si on chauffe à 100° le corps qui vient d'être décrit, on a vu qu'il perdait à cette température 6 molécules d'eau; et cependant, si pendant plusieurs jours on maintient des cristaux de cet arséniate à l'étuve à 100°, on constate avec surprise qu'ils sont restés biréfringents et qu'ils ne paraissent avoir perdu aucune de leurs propriétés optiques.

A-t-on alors affaire à un nouvel arséniate distinct du précédent? Il aurait pour formule

$$As^2O^7.(U^2O^3H)^2H^2 + H^2O.$$

Les analyses précédentes rapportées à la matière à 100° donnent en effet :

	Trouvé. I	II	III	Calculé.
H^2O......	8,26	8	8,03	8,25
U^2O^3.....	66,00	»	65,98	65,41
As^2O^5.....	(pesé) 25,34	»	(diff.) 25,99	26,34
	99,60		100,00	100,00

DEUXIÈME PARTIE

—

ANTIMONIATES

Les antimoniates alcalins ont fait l'objet de nombreux travaux; il n'en est pas de même des antimoniates des autres métaux.

Dans les dictionnaires (1) et traités de chimie, on trouve indiquée la préparation d'un certain nombre d'entre eux par double décomposition. Ils sont tous décrits comme amorphes, ou si peu cristallisés qu'on n'en peut donner de description cristallographique. On ne dit rien, en général, de leur teneur en eau.

Les travaux les plus récents faits sur les sels de cette famille sont dus : 1° à Beilstein et Blaese (2), qui ont émis l'opinion qu'il n'y a qu'un seul acide antimonique SbO^4H^3 donnant comme sels des orthoantimoniates monobasiques ou des méta-antimoniates. Leurs études ont porté surtout sur les sels alcalins.

Postérieurement, Ebel (3) a étudié un certain nombre d'antimoniates terreux au point de vue, dit-il, de leur constitution et de leurs propriétés. Il en cite quatorze sans indiquer sur eux autre chose que leur composition, et parmi ceux-ci se

(1) Sauf le 2e suppl. de Wurtz qui analyse les travaux cités plus bas.

(2) Beilstein et Blaese, *Bull. de l'Acad. des Sc. de Saint-Pétersbourg, N. S.*, I (XXXIII), p. 97-117, et *Deutsche chem. Gesell.*, 22 : *Referate*, p. 530.

(3) Ebel, *Deutsche chem. Gesell.*, t. XXII, p. 3044 (année 1889).

trouvent les antimoniates de nickel et de cobalt, dont il va être question plus loin.

Il émet sur eux *tous* l'avis que ce sont des *méta*-antimoniates, à l'exception des sels de sesquioxyde de fer et d'alumine.

Pour ma part, j'ai pu obtenir et étudier trois antimoniates bien cristallisés, et voici les résultats des études que j'ai pu faire sur eux.

Orthoantimoniate de magnesium hydraté.

$$(SbO^4)^2MgH^4 + 10H^2O.$$

Dans le Dictionnaire de Wurtz, on cite « le méta-antimoniate de magnesium $(Sbo^3)^2Mg$, flocons volumineux non cristallins ». Je n'ai rien trouvé d'autre sur ce sel.

Préparation. — Il s'obtient en ajoutant, jusqu'à formation d'un précipité permanent, une solution de pyroantimoniate de potasse (bi-méta-antimoniate de Fremy) à une solution bouillante de sulfate de magnesium, et laissant refroidir après filtration.

On recueille une matière blanche cristallisée très adhérente aux parois du vase.

Analyse. — Avant de l'analyser, j'ai parfaitement desséché dans l'air sec la matière à analyser, finement pulvérisée; puis j'ai dosé l'eau par perte de poids, après m'être assuré que ce corps, sous l'action de la chaleur, ne subit aucune autre perte de poids que celle due au départ de l'eau.

Sur une autre prise d'essai, j'ai dosé la magnésie après avoir dissous la matière dans une petite quantité d'acide chlorhydrique et avoir précipité l'antimoine de la dissolution, convenablement additionnée d'acide tartrique, par un courant prolongé d'acide sulfhydrique passant dans la solution chauffée à l'ébullition. Après filtration, dans la liqueur claire, la magnésie était précipitée, puis pesée à l'état de pyrophosphate anhydre.

L'acide antimonique a été déduit par différence.

	Trouvé.		Calculé.
H^2O......	37,8	37,4	37,54
MgO......		7,1	6,99
Sb^2O^5.....		55,5	55,47
		100,0	100,00

Ce qui conduit à la formule brute

$$Sb^2O^5.MgO.12H^2O.$$

La teneur en eau méritant un examen plus attentif, j'ai dosé l'eau à différentes températures pour savoir s'il n'y en avait pas une partie jouant le rôle d'eau de constitution.

Voici les résultats obtenus : le départ de l'eau commence au-dessous de 100° et se continue ainsi qu'il suit :

Température.	Perte observée.	Perte calculée pour
100°	23,4 0/0	$7H^2O = 21,90$ 0/0
110°	25,7	
130°	31,7	$10H^2O = 31,28$
140°	33,2	
150°	33,5	
180°	34,9	$12H^2O = 34,41$
200°	37,5 (moy.)	$12H^2O = 37,54$

De 200° au rouge blanc la perte est nulle.

Ce corps perd donc toute son eau au-dessous de 200°. Mais, jusqu'à cette température, il est intéressant de construire la courbe des quantités d'eau perdue en prenant ces quantités pour ordonnées et les températures pour abscisses.

Voici cette courbe entre 100° et 200°. On voit qu'elle présente une inflexion très notable entre 140° et 180°, inflexion qui indique, je pense, qu'une partie de l'eau est de constitution. Cette opinion me paraît bien appuyée par ce fait que ce corps contient le même nombre de molécules d'eau que les deux que je vais décrire plus loin, qu'il leur paraît très voisin cristallo-

graphiquement, et que ceux-ci, comme on va le voir, sont nettement des orthoantimoniates monobasiques.

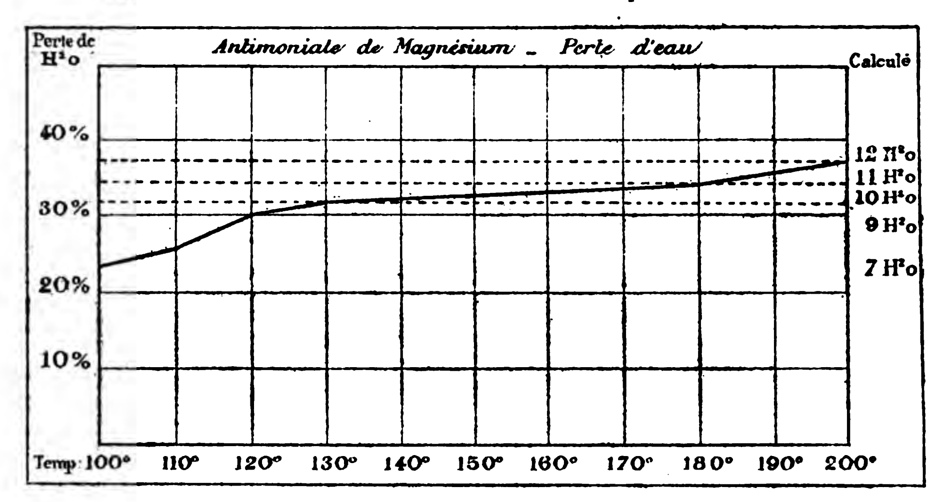


Fig. 20.

La formule du corps que nous étudions paraît donc, par analogie, devoir être

$$\begin{array}{l} SbO^3 \lessgtr \begin{array}{l} H \\ H \end{array} \\ \quad | \\ \quad O \qquad Mg + 10H^2O \\ \quad | \\ SbO^3 \lessgtr \begin{array}{l} H \\ H \end{array} \end{array}$$

formule très compatible avec la courbe ci-dessus.

Propriétés physiques. — Pendant l'analyse déjà, on est frappé par l'une d'elles; le corps, en effet, qui est resté blanc jusqu'à 200°, ou n'est devenu que très légèrement jaunâtre, devient, si on le chauffe au rouge, complètement gris noirâtre, ce qui est assez remarquable pour un sel de magnesium.

De plus, tandis que jusqu'à 200° il reste soluble facilement dans les acides, après avoir été chauffé au rouge il devient inattaquable, même par l'eau régale bouillante.

Au microscope, on constate que cette poudre cristalline est

formée de petits prismes hexagonaux, parfaitement réguliers en apparence. Leur observation optique seule révèle en lumière polarisée qu'ils sont rhombiques pseudo-hexagonaux, car elle fait constater des macles multiples.

Ces cristaux sont formés de deux pyramides hexagonales opposées par le sommet et formées chacune de 6 tétraèdres diversement orientés et d'un remplissage complétant le prisme hexagonal.

Si, en effet, on observe attentivement la base de ces cristaux avec l'aide du quartz teinte sensible, on la voit se diviser en six secteurs (*fig.* 21) optiquement positifs suivant leurs hauteurs. En lumière convergente on ne voit rien.

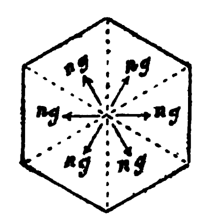


Fig. 21.

Si on observe les faces du prisme en lumière polarisée *parallèle,* on remarque avec surprise que chaque cristal présente une croix ou une hyperbole noire qui limite trois zones (*fig.* 22) : deux appuyées sur les bases, positives suivant l'axe du prisme, et l'autre médiane positive suivant une direction perpendiculaire.

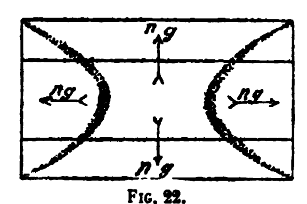


Fig. 22.

La croix ou les hyperboles sont le résultat de la compensation de ces trois zones à leur contact.

Pareil phénomène est rare dans les corps extérieurement hexagonaux.

Orthoantimoniate de nickel monobasique hydraté.

$$(SbO^4)^2NiH^4 + 10H^2O.$$

Ce corps est simplement cité par Ebel (1), qui n'indique ni son mode de préparation ni ses propriétés optiques.

Préparation. — Si, à une solution froide et concentrée de chlorure de nickel, on ajoute quelques centimètres cubes d'une solution de pyroantimoniate de potasse, on obtient un

(1) Ebel, *Deutsche chem. Gesell.,* 22 : *Referate,* p. 530.

précipité qui peut se transformer de manière à donner après plusieurs semaines quelques milligrammes d'antimoniate de nickel cristallisé.

On peut opérer plus rapidement en portant la solution de chlorure de nickel à l'ébullition, ajoutant un peu d'antimoniate de potasse, filtrant après quelques instants de digestion à l'ébullition et laissant refroidir pendant un jour, puis réchauffant la solution de chlorure, lui refaisant dissoudre un peu d'antimoniate de nickel et laissant de nouveau refroidir.

Il faut cependant renouveler l'opération un très grand nombre de fois pour obtenir une quantité analysable d'arséniate cristallisé. Celui-ci adhère assez fortement aux parois du vase, ce qui permet, pour l'avoir pur et propre, d'en brosser légèrement les cristaux pour les débarrasser du peu de matière amorphe qui les accompagne.

Analyse. — Sur une première prise d'essai, l'eau a été dosée par perte de poids à différentes températures. Une deuxième prise d'essai a été dissoute dans une petite quantité d'acide chlorhydrique. La solution étendue a été additionnée d'acide tartrique, et le tout porté à une température voisine de l'ébullition, soumis dans un ballon à un courant prolongé d'acide sulfhydrique. Le précipité d'antimoine bien rassemblé par l'ébullition a été séparé par filtration et lavé avec de l'eau additionnée d'acide sulfhydrique.

La liqueur filtrée a été évaporée et le résidu, grillé au moufle, a été transformé en sulfure par le soufre dans un courant d'hydrogène, puis en sulfate anhydre, et pesé à cet état.

Étant donné le peu de matière dont il était possible de disposer, l'antimoine a été déduit par différence, aucun autre procédé ne pouvant d'ailleurs être plus exact.

	Trouvé.	Calculé.
H^2O.......	35,4	35,41
NiO.......	12,3	12,24
Sb^2O^5.....	52,3	52,35
	100,0	100,00

Les nombres calculés se rapportent à la formule brute $Sb^2O^5.NiO.12H^2O$.

Il est intéressant d'étudier de plus près comment se fait le départ de l'eau, afin d'établir exactement le type chimique du corps étudié.

La matière commence à perdre son eau au-dessous de 100°, bien que toutes les précautions aient été prises pour la sécher auparavant, d'une façon complète, dans l'air sec. Elle en perd d'une façon régulière jusqu'aux environs de 200°; entre 200° et 250°, on constate un temps d'arrêt dans la perte d'eau, puis un changement de couleur; la matière, de verdâtre qu'elle était, devient jaune, et perd le reste de son eau au rouge sombre.

Voici le détail des pesées; en regard des pertes de poids constatées, je mets les nombres théoriques correspondant à certaines pertes de poids définies :

Température.	Perte observée.		Perte calculée pour
100°	21,2 0/0		$6H^2O = 21,61$ 0/0
180°	26,4		$9H^2O = 26,56$
195°	29,2		$10H^2O = 29,35$
205°	29,4	Changement de couleur	
250°	29,5		
rouge	35,4		$12H^2O = 35,41$

Ce temps d'arrêt dans la perte de l'eau, accompagné en outre d'un changement de couleur, indique bien que deux molécules d'eau sont de constitution.

Il faut donc attribuer au corps la formule

$$Sb^2O^5NiO2H^2O + 10H^2O,$$

ou

$$\begin{matrix} & & H \\ SbO^4 & \langle & H \\ & & Ni \\ SbO^4 & \langle & H \\ & & H \end{matrix} + 10H^2O$$

C'est un orthoantimoniate monobasique, dont l'analyse donne nettement raison à l'hypothèse de Beilstein et Blaese.

Ce corps, lorsqu'il est hydraté ou lorsqu'il contient encore deux molécules d'eau, est soluble dans les acides. Complètement déshydraté, il est insoluble même dans l'eau régale bouillante.

Propriétés physiques. — C'est une belle matière de couleur vert bleuâtre en cristaux tabulaires hexagonaux très nets. Constamment éteints en lumière polarisée parallèle, ils montrent en lumière convergente une croix noire correspondant à un axe optique positif. Ils paraissent assez biréfringents.

Orthoantimoniate de cobalt monobasique hydraté.

$$(SbO^4)^2CoH^4 + 10H^2O.$$

Ce que l'on peut écrire sur ce sel est la répétition textuelle de ce qui a été dit sur le sel correspondant de nickel; il est également cité par Ebel (1), qui n'indique que sa formule.

Préparation. — Elle peut encore se faire, soit à froid, soit à chaud, identiquement comme il a été dit pour le nickel, et dans les mêmes conditions.

Analyse. — Elle aussi a été faite par le procédé décrit au paragraphe précédent, dans lequel il suffit de substituer le mot *cobalt* au mot *nickel.*

Les résultats trouvés sont les suivants :

	Trouvé.		Calculé.
H^2O......	34,92	35,7	35,41
CoO......		11,9	12,24
Sb^2O^5.....		52,4	52,35
		100,0	100,00

Le premier dosage d'eau se rapportait à un échantillon préparé à froid.

Les mêmes remarques que précédemment peuvent se faire ici en ce qui concerne le départ de l'eau.

Si on l'étudie de près, on constate, à différentes températures, les pertes suivantes :

Température.	Perte observée.	Perte calculée pour
100°	22,1 0/0	$6H^2O = 21,61$ 0/0
113°	27,7	
170°	28,2	
180°	29,9	$10H^2O = 29,35$
196°	29,6	
240°	29,7 (1)	
fusion du plomb	34,2	
rouge	35,7	$12H^2O = 35,41$

De 100° à 180°, la matière passe du rose au violet et au bleu. A 240°, elle est gris bleu; mais à la température de fusion du plomb, elle devient noire et en même temps insoluble dans les acides forts.

On remarque que de 180° à 240°, la perte d'eau est nulle.

La formule du corps que nous étudions est donc identique à celle du corps précédent.

$$\begin{matrix} & \diagup H \\ SbO^4 & - H \\ & \diagdown \\ & \quad Co + 10H^2O \\ & \diagup \\ SbO^4 & - H \\ & \diagdown H \end{matrix}$$

C'est aussi un orthoantimoniate monobasique hydraté.

Propriétés physiques. — C'est une belle matière rose chair qui, préparée par le chlorure bouillant, se présente en cristaux hexagonaux; ce sont de minces paillettes à contours hexagonaux. Constamment éteintes entre les nicols croisés; optiquement uniaxes positives.

Cependant, dans certaines préparations faites à froid, les lamelles hexagonales sont légèrement allongées suivant une

---

(1) Le gain apparent provient de ce que les chiffres à 180° et à 196° n'ont pas été obtenus sur le même échantillon.

de leurs diagonales; et bien que leurs angles soient de 120°, elles sont légèrement biréfringentes et positives suivant leur plus grand diamètre.

Ce corps pourrait donc, en réalité, être pseudo-hexagonal.

CONCLUSIONS

ARSÉNIATES.

Désireux de contribuer à l'étude cristallographique des arséniates, j'ai commencé, pour me procurer des matériaux, par chercher à reproduire les corps déjà connus, en me servant des procédés indiqués par les auteurs précédents.

Ces procédés m'ont, en outre, donné des corps nouveaux susceptibles d'études cristallographiques, tandis que, d'autre part, parmi ceux déjà connus, certains se prêtaient mal à ce genre d'études.

Pour ceux-ci, j'ai dû chercher des méthodes nouvelles de préparation, et celles que j'ai trouvées, ayant une certaine généralité, m'ont encore fourni quelques sels inédits.

De la sorte, j'ai pu étudier les propriétés cristallographiques des arséniates suivants, que j'énumère en les classant suivant leur type chimique, en indiquant leur système de symétrie :

Métaarséniate.

$(AsO^3)^2(Hg^2)$ hexagonal.

Pyroarséniates.

$As^2O^7Cd^2$ rhombique.
$As^2O^7(NiOH)^2H^2$ monoclinique.
$As^2O^7(CoOH)^2H^2$ id.
$As^2O^7(ZnOH)^2H^2 + 7H^2O$ triclinique.
$As^2O^7[(U^2O^2)OH]^2H^2 + 8H^2O$ quadratique.

Orthoarséniates.

Anhydres :

AsO^4Ag^3 cubique tétraédrique.
$(AsO^4)^2(Hg^2)^3$ rhombique.
AsO^4Al monoclinique.
$(AsO^4)^2Cu^3$ id.
$(AsO^4)^2Hg^3$ id.
AsO^4PbH id.
AsO^4CaH triclinique.
AsO^4SrH id.
AsO^4BaH id.
$As^4O^{16}Zn^5H^2$ id.

Hydratés :

$AsO^4CaH + H^2O$ rhombique.
$AsO^4SrH + H^2O$ id.
$AsO^4BaH + H^2O$ id.
$AsO^4ZnH + H^2O$ monoclinique.
$AsO^4CuH + H^2O$ id.
$AsO^4MnH + H^2O$ id.

J'ai donné de ces corps une description cristallographique parfois très complète et, pour presque tous, entièrement inédite. Mais en outre, parmi eux, un certain nombre sont aussi inédits quant à leur préparation que quant à leurs propriétés physiques. Ce sont :

$(AsO^3)^2(Hg^2)$.
$As^2O^7(Cd^2)$.
$As^2O^7(NiOH)^2H^2$.
$As^2O^7(CoOH)^2H^2$.
$As^2O^7(ZnOH)^2H^2 + 7H^2O$.
$As^2O^7[(U^2O^2)OH]^2H^2 + 8H^2O$.
$(AsO^4)^2Hg^3$.
AsO^4CaH.
AsO^4SrH.
AsO^4BaH,
$As^4O^{16}Zn^5H^2$.
$AsO^4CaH + H^2O$.
$AsO^4SrH + H^2O$.

Enfin, je crois avoir eu le premier, à l'état cristallisé, l'arséniate

$$AsO^4PbH.$$

Comme conséquence de ce travail ressort l'existence d'un certain nombre de groupes isomorphes, dans la famille des arséniates : ainsi, les arséniates alcalinoterreux du type $AsO^4M''H$, formant une série de corps tricliniques; les arséniates alcalinoterreux du type $AsO^4M''H + H^2O$, formant une série rhombique qui paraît également isomorphe; de même que la série du même type chimique comprenant le zinc, cuivre, manganèse, qui est monoclinique.

Pour la synthèse des arséniates des types pyroarséniate ou orthoarséniate bibasique, j'ai employé un procédé consistant en ceci : faire réagir l'acide arsénique pur sur un acétate à une température convenable. On peut juger maintenant de sa valeur par l'énumération des corps bien cristallisés qu'il m'a fournis.

Il me paraît intéressant de mettre en regard de leur formule la température à laquelle ils ont été obtenus :

$AsO^4CuH + H^2O$	température ordinaire.
$AsO^4MnH + H^2O$	70° environ.
$As^2O^7[(U^2O^2)OH]^2H^2 + 8H^2O$	»
$AsO^4CaH + H^2O$	100°-105°.
$AsO^4ZnH + H^2O$	»
AsO^4SrH	»
AsO^4CaH	180°.
AsO^4BaH	»
$As^2O^7(CoH)^2H^2$	»
$As^2O^7(NiOH)^2H^2$	200°-230°.

On remarque dans ce tableau que, au-dessus de 180°, on ne produit pas, même par voie humide, de sel hydraté, tout au moins par ce procédé.

Une autre méthode : action de l'acide arsénique sur un

azotate, m'a donné AsO^4Hg^3 et $AsO^4(Hg^2)^3$, tandis que l'action de l'arséniate disodique sur l'azotate de plomb, en présence d'acide azotique libre, me donnait AsO^4PbH cristallisé.

Au point de vue analytique, j'ai indiqué une méthode nouvelle pour l'analyse des arséniates d'uranium et une légère modification du procédé de M. Friedel pour l'analyse de l'arséniate d'aluminium.

ANTIMONIATES.

Je n'ai pu préparer et étudier que trois antimoniates cristallisés. Ce sont, jusqu'à présent, les seuls qui aient été étudiés cristallographiquement.

Comme on l'a vu, tous les trois ont la même formule brute et peuvent être considérés comme étant isomorphes, étant tous hexagonaux ou pseudo-hexagonaux.

J'en ai fait l'analyse avec le plus grand soin, afin de bien établir le type chimique auquel ils appartiennent, et j'ai constaté que tous les trois contiennent de l'eau de combinaison. Je présente ici en un tableau d'ensemble les courbes indiquant

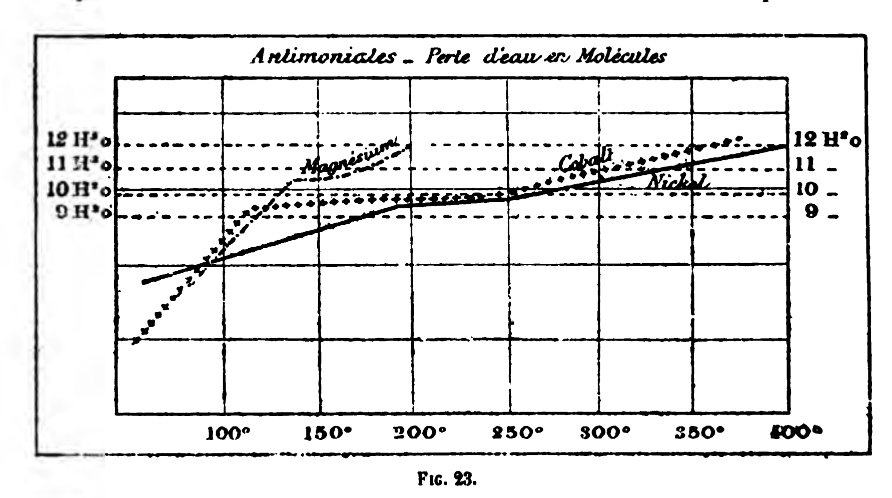


Fig. 23.

leurs pertes d'eau, dressées à la même échelle, prenant pour

abscisses les températures et pour ordonnées les quantités d'eau perdues exprimées en molécules.

Pour deux d'entre eux on doit, sans hésitation, admettre deux molécules d'eau de combinaison. C'est pour ceux de cobalt et de nickel, justement ceux dont les formules sont déjà citées par Ebel, lorsqu'il émet l'avis que tous les antimoniates, sauf ceux d'aluminium et de fer, sont des méta-antimoniates.

Quant au sel de magnésium, dont j'ai le premier donné la formule complète, on voit aussi qu'il contient de l'eau de combinaison. Son isomorphisme apparent avec les deux précédents m'a amené à lui attribuer la même formule.

En somme, les trois antimoniates cristallisés connus n'appartenant pas aux métaux alcalins sont des orthoantimoniates à dix molécules d'eau d'hydratation du type

$$\begin{matrix} & /H \\ SbO^4 & -H \\ & \backslash \\ & /M' + 10H^2O \\ SbO^4 & -H \\ & \backslash H \end{matrix}$$

Hexagonaux ou pseudo-hexagonaux.

ÉTUVAGE

DES

FARINES D'ARMEMENT

PAR M. LE Dr P. CARLES.

L'expansion coloniale française rend plus urgent que jamais le besoin d'assurer la conservation des matières alimentaires destinées à nos compatriotes d'outre-mer et surtout de la farine de froment qui doit former la base de leur alimentation.

Pour arriver à ces résultats, on s'est contenté pendant fort longtemps de ne traiter que des blés indigènes tendres récoltés dans des régions où le terrain et l'atmosphère sont généralement secs; on les passait à la meule sans mouillage et enfin on préservait leur farine de l'humidité marine en les logeant dans des tonneaux de bois bien clos. Ce système a suffi pendant de longues années.

Mais à la suite des facilités de communications qu'a procurées la vapeur, le commerce a trouvé plus avantageux, pour abaisser le prix des farines sans nuire à leurs qualités nutritives, de mélanger pour la mouture non seulement les blés des diverses contrées de l'Europe, mais même ceux du monde entier. Les blés demi-durs, plus substantiels, moins hygroscopiques et de conservation plus facile, sont entrés ainsi de plain-pied dans les minoteries. Mais comme leur texture est plus cornée, à cause de leur richesse en gluten, et qu'ils fournissent une farine moins blanche, on a pris l'habitude de mouiller ces blés avant la mouture, parce que cette humidité

artificielle détruit la consistance cornée (1) du gluten, rend la mouture plus facile et surtout produit une farine plus divisée, plus opaque et plus mate, c'est-à-dire plus blanche. Si nous ajoutons que ce mouillage facilite la séparation de la pellicule ou son du blé, ce qui augmente le rendement en farine et est un des facteurs de sa blancheur, on comprendra que les minotiers aient une tendance à généraliser l'application du mouillage préalable à toutes sortes de froment. Enfin, comme l'obtention de la blancheur reste toujours une des principales préoccupations des meuniers, qu'ils la produisent mieux avec les nouveaux moulins à cylindres en graduant la désagrégation du grain, et que cette désagrégation est facilitée par le mouillage, on en est arrivé non seulement à mouiller, mais même à laver à l'eau courante les blés avant la mouture afin d'entraîner les impuretés grisâtres adhérentes.

Malheureusement, en opposition avec tous ces avantages, le mouillage offre de grands inconvénients qu'on peut résumer en ces mots : *Il est la cause principale de l'altération des farines* (2).

Voilà pourquoi les farines d'aujourd'hui sont de moins bonne conservation que celles d'autrefois, provenant de grains non lavés et non mouillés, et pourquoi les minoteries qui fabriquent des farines de conserve sont obligées de les dessécher avant de les livrer à la boulangerie. Et comme, d'une part, cette altérabilité est d'autant plus grande que les produits sont plus anciens et transportés dans des régions à la fois plus humides et plus chaudes, telles que la plupart de nos colonies, et que, d'autre part, on n'a aucun moyen de vérifier si une farine provient de blés mouillés ou non mouillés, on comprend que l'administration de la marine et celle des colonies prennent leurs mesures pour assurer la conservation de cette

---

(1) Cette action bienfaisante du mouillage préalable du grain est plus sensible encore avec le riz, le salep..... qui ne donneraient à sec qu'une poudre rude et grisâtre.

(2) Balland, *Recherches sur les blés, les farines et le pain*, page 122.

denrée dans des pays et dans des milieux essentiellement défavorables à une longue garde.

Mais pour bien discuter les traitements imposés aux soumissionnaires, il y a lieu d'établir que l'humidité n'est que la cause secondaire du mal et que les causes directes ou premières sont multiples, comme nous allons le voir.

Parmi les principales, on distingue, en effet :

1° Les *œufs* que les insectes d'espèces nombreuses (charançons, alucites, mites diverses, etc.), ont déposés sur les grains de froment sur pied ou en grenier;

2° Les *spores* ou graines de moisissures, sans cesse transportées par les vents et retenues par le blé dans les mêmes conditions que précédemment (rouille, carie, charbon, penicillium, oïdium.....);

3° Les *germes de microbes* de toute nature, libres dans l'atmosphère, et tout aussi nombreux partout où les blés sont conservés ou moulus;

4° Enfin les *ferments solubles ou diastases* (céréaline et autres) que le blé porte en réserve au-dessous de sa robe et autour de son embryon (1) et auxquels viennent se joindre plus tard ceux que sécrètent les insectes, les spores et les microbes dès qu'ils prennent vie, afin de rendre les éléments constituants du froment propres à leur assimilation (2).

Or, pour que les œufs des insectes que nous avons nommés les premiers, éclosent, il faut que la température s'élève au-dessus de 12 degrés. Mais il suffit, d'autre part, de les chauffer vers 55 degrés pour empêcher leur éclosion, pour les stériliser, comme on dit communément aujourd'hui. Cette action de la chaleur s'explique par la propriété qu'ont les albuminoïdes qui les constituent de se coaguler de 55 à

(1) Balland, *loc. cit.*, p. 82-83.

(2) C'est pour une cause absolument semblable que l'homme et les animaux supérieurs sécrètent de la pepsine dans l'estomac, de la pancréatine dans l'intestin.. ., afin de rendre liquides et assimilables le gluten et l'amidon du pain ou des graines.

75 degrés, comme cela arrive au blanc d'œuf au contact du feu.

Les spores des moisissures sont les *pires ennemis de la farine*. Elles ont l'évolution plus facile et la vie plus tenace; c'est-à-dire qu'elles éclosent à une température plus basse (1) et que pour les stériliser sûrement on est obligé d'atteindre de plus hauts degrés (2). Ainsi, Payen a vu les spores d'un champignon qui pousse dans la mie de pain, l'*Oïdium aurantiacum*, résister à une chaleur de 120 degrés, et Pasteur des spores de *Penicillium glaucum*, moisissure tout aussi commune, germer après avoir été portées à 108 degrés (3). Mais il ne faut pas oublier que ces spores périssent à une température beaucoup plus basse si elles se trouvent dans l'eau (4) ou même dans un milieu humide (5). Enfin, notons bien que si leur température de prédilection est 30-40 degrés, *la dose d'humidité du milieu dans lequel elles se trouvent alors possède sur leur germination et leur prolifération une influence capitale* (6).

Quant aux microbes : levures, mycodermes, micrococcus, bactéries, bacilles, vibrions, leur histoire est, au point de vue qui nous intéresse, assez semblable à celle des spores des moisissures. L'action du calorique sur leurs germes est pareille, mais les adultes sont plus sensibles à l'influence de la chaleur et plus encore à celle du froid qui, dès + 12 + 10 + 8 degrés, les fait tomber en léthargie. Eux aussi n'ont d'action que si le milieu est fort humide.

Lorsque l'humidité gagne lentement la farine, ils agissent par îlots, par places, en liquéfiant le gluten de cette farine, le rendant acide, en déterminant la formation irrégulière d'agglomérations désignées en minoterie sous le nom de matons. Si l'humidité

---

(1) 1°-2° Voir *Chim. biol.* Duclaux, p. 97. Le *Penicillium glaucum* pousse très bien dans les caves de Roquefort, dont la température est voisine de 2 et 3 degrés.

(2) *Id.*, p. 101.

(3) *Id.*, p. 101.

(4) D'après Schmidt, le *Penicillium glaucum* périt dans l'eau à 61° (*id.*, p. 101).

(5) 58°, 62°, 74°, 78°, 70°, 73°. Hoffmann, *loc. cit.*, p. 101.

(6) *Id.*, p. 98.

envahit plus brusquement la masse, ils sont précédés ou agissent de concert avec les moisissures qui, elles aussi, liquéfient et acidifient le gluten.

Les *diastases* ne préexistent guère à l'état de liberté dans la farine fraîche; elles sont plutôt, comme nous l'avons déjà fait pressentir, la conséquence de l'évolution de tous les ferments figurés que nous venons de passer en revue. Cependant leur préexistence est admise par certains chimistes, tels que Mège-Mouriès, Balland (1) et Girard (2). Quoi qu'il en soit, nous devons retenir que ces ferments solubles sont stérilisés vers 55-60° degrés; et que pour exercer leur action nocive ils exigent impérieusement la présence d'une certaine quantité d'eau anormale, de ce qu'on est convenu d'appeler humidité.

En résumé, de toutes ces espèces de parasites et d'agents nocifs des farines, il n'en est qu'une seule qui puisse exercer son action nuisible sans l'intervention de l'humidité, ce sont les œufs d'insectes divers. Tous les autres réclament absolument l'intervention de l'eau et *leur rôle pourra être* d'autant plus actif et partant *plus préjudiciable que la proportion de cette eau sera plus élevée, que le degré d'hydratation des farines sera plus fort.*

Par conséquent, stériliser les œufs d'insectes, atteindre autant que possible les spores des moisissures ainsi que certains germes microbiens et surtout réduire l'humidité à son minimum, tel doit être rationnellement le but à poursuivre pour assurer la conservation des farines d'armement.

Voyons maintenant quels sont les moyens qu'emploie pour cela l'industrie et ceux que réclament les Administrations françaises.

Dans certaines régions du Midi, surtout pendant les mois secs de l'été, on a la prétention d'arriver à communiquer aux

---

(1) *Loco citato*, p. 207 et 127. Balland attribue à ces diastases, peut-être à tort, la décomposition lente du gluten et la production d'alcaloïdes toxiques dans les vieilles farines.

(2) *Documents sur les falsifications des matières alimentaires*, p. 505.

farines les qualités requises pour l'exportation en les exposant à l'air sur de vastes surfaces qu'on renouvelle et qu'on multiplie sans cesse à l'aide du pelletage à bras ou mécanique.

Il nous semble difficile, pour ne pas dire impossible, d'atteindre par ce moyen le but poursuivi. Que l'aérage, que le pelletage invitent les insectes parfaits à abandonner la farine; que ces manœuvres gênent l'évolution de leurs œufs en incubation, on n'en saurait douter; mais la majeure partie des œufs résiste et ne manquera pas, à l'heure de l'éclosion, de produire des dégâts. Quant aux spores et aux germes de microbes, un pareil traitement n'est pas fait pour les gêner beaucoup. Reste l'humidité. Comme la dose que retient la farine est toujours en relation constante d'équilibre avec l'état hygrométrique de l'air, il est difficile par ce moyen de réduire sensiblement le taux d'hydratation initial. Dans tous les cas, il est impossible que ces farines aient les mêmes chances de conservation que celles dont il va être parlé.

Aujourd'hui, en effet, les Administrations françaises chargées de ravitailler les colonies et certaines places fortes exigent que les farines, avant la mise en baril ou en caisses métalliques, soient étuvées dans un courant d'air chaud. En principe, l'étuvage est une opération des plus logiques, puisqu'il a pour but non seulement d'enlever à la farine l'eau de mouillage et une partie de l'eau de végétation, mais même de stériliser les œufs d'insectes et quelques spores microbiens. Son application à nos denrées peut être toujours vérifiée, car toute farine desséchée de façon à perdre à la fois l'eau de mouillage du blé et les deux centièmes de celle que possédait normalement le grain, *augmente toujours de poids* lorsqu'on l'expose vingt-quatre heures à l'air. On a bien dit et cru longtemps que cette reprise était constamment égale à la proportion d'eau normale enlevée par l'étuvage; mais les faits démontrent que c'est là une hypothèse gratuite. Toute reprise à l'air est influencée par son degré hygrométrique, si bien que telle farine qui reprend aujourd'hui 2 0/0 s'arrêtera de 0,80 à 1,20 si le temps est très

sec et le baromètre haut, et pourra, au contraire, dépasser 2,50 si l'atmosphère est pluvieuse et saturée d'humidité.

Mais par cela seul qu'une farine titre 11 0/0 d'hydratation (1) et que son aptitude de reprise à l'air est positive, il ne s'ensuit pas qu'elle possède absolument les qualités d'une farine de longue conserve ou d'exportation; car elle peut très bien avoir été étuvée à une température trop basse et impuissante à porter atteinte à la vitalité des œufs d'insectes, des spores de moisissure et des germes microbiens.

C'est assurément sous l'empire de cette idée que, depuis peu de temps, les cahiers des charges de certains ports français, plus sévères, à cause de la destination de la marchandise, ou désireux d'être plus logiques que d'autres, imposent à leurs fournisseurs un étuvage de la farine à 105 degrés pendant cinq heures; mais ils tolèrent encore 11 0/0 d'hydratation.

Il est sûr qu'en théorie et comme conséquence de ce que nous avons écrit sur l'action de la chaleur à l'endroit des parasites de la farine, c'est là un moyen ferme d'avoir une farine de conservation assurée. Du reste, l'expérience démontre qu'une farine préparée dans ces conditions et mise en bouillie avec de l'eau ordinaire est essentiellement résistante à l'aigrissement et à l'envahissement des moisissures et des microbes. Mais que penser de cette tolérance de 11 0/0 d'hydratation accordée à une farine restée pendant cinq heures dans un courant d'air à 105 degrés? Cette dernière clause n'est-elle pas infirmative de la première? C'est ce dont nous sommes absolument convaincu.

En dehors de cette considération, il faut reconnaître que l'application de la chaleur à 105 degrés est difficile sur de grandes masses, qu'elle est onéreuse et dans les circonstances ordinaires impraticable.

Pour qu'on s'en rende compte, rappelons que, comme l'Administration se réserve d'assister aux opérations prescrites, le minotier ne peut les commencer que le lendemain de l'adjudi-

---

(1) Qui a été le degré exigé pendant fort longtemps.

cation; et qu'on ne lui accorde que douze jours en moyenne pour faire ses livraisons. Eh bien! supposons le cas d'une fourniture très ordinaire, de 100,000 kilogrammes par exemple, échue à une minoterie de bonne importance pouvant sécher 1,000 kilogrammes à l'heure, soit 25,000 par jour, réclamant par conséquent quatre jours pour le lot total. Avec le séjour ordinaire d'une heure à l'étuve, le minotier pourra arriver à temps. Mais si au lieu de cela on lui impose cinq heures d'étuvage, le temps strictement nécessaire à ses opérations devra être quintuplé et il lui faudra vingt jours pour faire le même travail. De cette façon, la livraison deviendra impossible non seulement si l'étuvage est fait à proximité du port d'embarquement, mais plus encore, si, comme c'est le cas le plus ordinaire, il faut envoyer la marchandise sur un point éloigné de la côte française.

Nous espérons démontrer plus loin que de pareilles exigences sont inutiles.

En présence des difficultés dont nous venons de parler, les nouveaux cahiers des charges ne fixent plus de durée d'étuvage, mais ils exigent que le degré de chaleur de l'étuve soit de 72 degrés centigrades et que la farine n'en sorte hydratée que de 5 à 7 0/0 (en moyenne à 6 0/0).

Il faut convenir qu'au point de vue de la destruction des parasites, c'est-à-dire de la garantie de sa conservation, la différence avec les conditions précédentes est bien grande, et en nous basant sur des essais comparatifs faits avec des farines déshydratées *industriellement* jusqu'à 5 et 6 0/0, nous trouvons que le point de chauffe est trop bas. Si ce degré est suffisant pour stériliser les œufs d'insectes et tuer leurs chrysalides, il est absolument incapable d'atteindre les spores et germes de la plupart des microbes; aussi avons-nous constaté que des farines *livrées par l'industrie en cet état* (1) s'aigris-

(1) Non seulement leur degré d'hydratation était bien de 5 et 6 0/0, mais après exposition à l'air pendant 24 heures, elles reprenaient 6 et 8 0/0 d'humidité. La dessiccation était donc réelle. — (Cette reprise à l'air était faite sur 5 grammes de farine étendue dans une capsule de verre plate de 30 grammes de capacité.)

saient et se peuplaient de moisissures et de microbes aussi vite qu'une farine non chauffée, lorsqu'on mouillait fortement l'une et l'autre. Du reste, il ne faut pas oublier qu'à cette température, pour réduire l'hydratation à 6 0/0 il est nécessaire de tenir la farine quatre à cinq heures à l'étuve, ce qui, nous l'avons démontré, peut souvent rendre les livraisons irréalisables dans le temps fixé.

Après avoir pesé les intérêts administratifs et ceux des minotiers, il nous a semblé que des conditions intermédiaires entre les deux précédentes concilieraient les parties et donneraient satisfaction aux déductions scientifiques. Nous proposerions plutôt le chauffage progressif (1) de 50 à 85 degrés pendant une heure et demie. Les essais que nous avons pratiqués nous portent à penser que, soumise à cette température, une farine serait suffisamment stérilisée et que son degré d'hydratation réduit à 8 ou 9 0/0 serait capable de maintenir les spores les plus réfractaires. Enfin la durée d'étuvage laisserait aux adjudicataires le temps de faire leurs livraisons dans les délais voulus sous la surveillance administrative.

Voici au surplus quelques expériences que nous avons faites sur des lots d'un kilogramme de farine sortant tous d'un même sac :

Le premier a été conservé comme type et témoin, sans traitement.

Le second a été chauffé dans une étuve à courant d'air à 72 degrés avec les précautions prescrites jusqu'à ce que l'hydratation soit tombée à 6 0/0.

Le troisième a été chauffé graduellement jusqu'à 85 degrés pendant une heure et demie. Au sortir de l'étuve son taux d'hydratation égalait 8 0/0.

Le quatrième a été étuvé avec les mêmes précautions à 105 degrés pendant cinq heures. Il est bien entendu que

(1) Afin d'éviter dans certaines circonstances la saccharification de l'amidon.

l'essai de contrôle a démontré que son degré d'hydratation à 100 degrés était nul ([1]).

En plaçant des prises de ces farines sous la même incidence lumineuse il était évident que la nuance jaune du type s'atténue avec le degré de chauffe et qu'à 105 degrés elle devient absolument blanche. Il en est de même du pelotonnage à la main qui devient presque nul dans cette dernière circonstance.

Chacune de ces prises délayée dans cinq fois son poids d'eau a fourni une odeur différente sur laquelle nous allons revenir; mais au point de vue des modifications chimiques nous n'avons pu trouver aucune différence sensible, ni dans l'aspect microscopique de l'amidon, ni dans les doses de glycose ou de dextrine formées, ni dans l'action polarimétrique.

Quant aux modifications lentes, nous avons noté dans ces bouillies farineuses que le n° 1, au bout de trente-six heures, était aigre et le lendemain plein de bactéries.

Le n° 2 ne s'était aigri que le troisième jour.

Le n° 3 ne s'aigrissait pas, mais prenait le cinquième jour une odeur d'altération avec apparition de bactéries.

Le n° 4 se conduisait sensiblement de la même façon que le précédent.

Mais voici qui se rapproche davantage de la pratique :

Cinq grammes de chacun de ces échantillons ont été placés dans une nacelle de verre et mis à flotter sur un bain d'eau recouvert d'une cloche. La température était de 18 à 20 degrés.

Dans cette atmosphère saturée d'humidité, tous les échantillons ont fini par être successivement atteints de moisissures, mais avec une résistance et un aspect différents ([2]) : Le n° 1 (témoin non chauffé) était couvert le cinquième jour de moisissures jaunes *Oïdium aurantiacum* et le sixième, de moisissures bleues *Penicillium glaucum*. Pour le n° 2 (chauffé

([1]) Si cette farine était restée quelques heures seulement à l'air, elle aurait certainement repris 1 à 3 0/0 d'humidité.

([2]) Il nous a paru que 15 0/0 était le degré d'hydratation ou d'humidité nécessaire pour l'évolution *facile* des moisissures.

à 72 degrés) il y a eu retard de vingt-quatre heures dans l'apparition des mêmes parasites, mais pas de différence sensible dans leur proportion ou leur espèce. Le n° 3 (chauffé à 85 degrés) non seulement a résisté un jour de plus, mais il était visible déjà que les spores en germination formaient des îlots moins nombreux et moins copieux. Les espèces jaunes surtout baissaient notablement. Enfin pour le n° 4 (chauffé à 105 degrés), le retard s'est encore accentué d'un jour dans la germination des moisissures, les îlots se sont un peu plus raréfiés et les moisissures bleues étaient aussi nombreuses que les jaunes.

Quant aux grosses bactéries, elles n'ont apparu en petit nombre que lorsque le milieu devenu nettement acide était déjà impropre à tout usage alimentaire, même pour les animaux les moins délicats.

A la suite de ces expériences, nous avons cru nécessaire d'en faire une dernière, encore plus pratique que les précédentes. Elle résidait dans une épreuve de panification. A cet effet, les 4 kilogrammes de farines précédents, munis d'un simple numéro d'ordre, ont été remis à un boulanger et panifiés séparément en notre présence, dans des conditions absolument parallèles. Comme il était facile de le prévoir, l'absorption de l'eau a varié selon le degré d'hydratation de chaque farine; les nombres notés étaient 600-760-800-817. Au pétrissage, le praticien qui opérait, et qui ignorait les traitements appliqués aux farines, a vite fait deux catégories : les n°s 1-2 d'une part et 3-4 de l'autre. Cette différence reposait non seulement sur ce que les deux derniers avaient, disait-il, plus de *corps,* mais surtout parce qu'ils répandaient au pétrissage une odeur très prononcée de malt (orge germé et desséché des brasseurs).

Quant aux pains, ils n'ont présenté aux sens aucune différence, si ce n'est une odeur de gâteau manifeste, le premier jour, dans les n°s 3 et 4.

Enfin, quoiqu'il soit avéré aujourd'hui que lorsqu'un pain

est suffisamment cuit et d'un volume ordinaire, tous les germes qu'il renferme ont été stérilisés (1), nous avons tenu à nous assurer que chacun des nôtres remplissait ces conditions, du moins au point de vue des spores de moisissures. A cet effet, un fragment de chacun d'eux a été soumis à une longue humidité dans les mêmes conditions que les farines. Or, l'expérience nous a montré que dans les quatre échantillons des moisissures se développaient sur la croûte (2) en nombre et en espèces semblables, mais que la mie, quoique fort ramollie, restait vierge de parasites.

CONCLUSIONS.

Comme la pratique du mouillage du blé s'est aujourd'hui généralisée dans la grande minoterie; qu'elle est la cause principale de l'altération hâtive des farines et qu'il n'y a aucune façon de vérifier si une farine provient ou non de blés mouillés, on a dû chercher un moyen d'assurer la conservation des farines obtenues par un procédé quelconque de meunerie.

L'étuvage seul permet d'arriver à ce résultat, parce qu'il stérilise les œufs d'insectes ainsi que quelques microbes et spores de moisissures, et surtout parce qu'il fait de la farine suffisamment desséchée un milieu impropre à la germination et à la pullulation de ceux de ces spores ou microbes qui ont résisté à l'action de la chaleur.

Il y a deux moyens de reconnaître que les farines ont été étuvées :

Le premier consiste à les exposer à l'air. Si elles ont été desséchées de façon à perdre l'humidité provenant du mouillage

---

(1) A. Balland, *loc. cit.*, p. 237.

(2) Cela tient à ce que, dès la sortie du four, la croûte s'est ensemencée des spores qui voltigent toujours aussi bien dans les boulangeries que dans nos propres habitations.

du blé et aussi 2 0/0 de leur hydratation naturelle, elles reprendront toujours à l'air une proportion d'humidité qui sera en rapport avec le degré hygrométrique du jour.

Dans le second moyen, on se borne à doser l'hydratation actuelle de la farine, parce que le taux de l'hydratation obtenu est toujours en rapport plus ou moins étroit avec le degré de chaleur du courant d'air de l'étuve et surtout avec la durée de l'étuvage.

En principe, une farine sera de conserve d'autant plus certaine qu'elle aura été plus chauffée et plus déshydratée ; mais en rapprochant les résultats de nos essais de laboratoire de ceux que l'industrie peut pratiquement réaliser, il nous paraît qu'une farine sera dans les conditions voulues pour se conserver longtemps en mer et dans les colonies si elle a été chauffée à 85-90° de façon à ramener son taux d'hydratation à 8 ou 9 0/0 (1).

---

(1) Le minimum d'hydratation des farines premières du commerce est de 11 0/0. (Balland, *loc. cit.*, p. 94.)

DOSAGE

DE

LA GLYCÉRINE

DANS LES LIQUIDES FERMENTÉS

PAR M. J. LABORDE

PRÉPARATEUR A LA STATION AGRONOMIQUE DE BORDEAUX.

I

La glycérine est, après l'alcool et l'acide carbonique, le produit le plus important de la fermentation alcoolique. On la dose d'ordinaire par la méthode bien connue de M. Pasteur; mais, même avec les modifications de détail qu'on y a apportées, le procédé est long et peu pratique dans le cas d'analyses nombreuses et simultanées; il est, en outre, tout à fait inexact et inapplicable dans le cas des liquides plus ou moins sucrés.

Les méthodes imaginées depuis M. Pasteur ne sont ni plus rigoureuses ni plus rapides; aussi les chimistes qui se sont occupés de l'analyse du vin ont-ils rarement pu procéder avec fruit à un dosage général et précis de la glycérine dans les liquides soumis à leur examen.

La méthode que je propose ici me paraît devoir combler cette lacune, car elle donne des résultats satisfaisants avec tous les liquides complètement ou incomplètement fermentés.

II

Comme dans les méthodes ordinairement employées, le dosage comprend deux opérations distinctes : l'extraction de la glycérine et la détermination de son poids. Nous allons

d'abord indiquer la dernière, qui est générale, la première étant susceptible de variations suivant les cas.

Pour éviter les longueurs et les incertitudes qu'entraîne la dessiccation de la glycérine dans le vide, la détermination de son poids est basée sur l'action qu'exerce sur elle, à chaud, l'acide sulfurique concentré, et qui est représentée par la formule suivante :

$$C^3H^8O^3 + SO^4H^2 = C^3 + SO^2 + 5H^2O.$$

C'est de la quantité de charbon produite qu'on déduit la quantité de glycérine correspondante. Pour que la réaction se passe suivant l'équation ci-dessus, il faut opérer comme suit :

Supposons que l'on ait une solution aqueuse de glycérine contenant 1 gramme au plus et $0^{gr},1$ au moins de ce corps; on l'introduit dans un matras de 250 centimètres cubes, avec 10 gouttes d'acide sulfurique, et l'on fait bouillir au bain de sable pour concentrer cette dissolution acide. Pendant cette opération, la glycérine est *entièrement retenue* par l'acide sulfurique, car, en liqueur acide, il n'y a pas de pertes par entraînement si on évite, bien entendu, les projections dues à une ébullition trop vive.

Lorsqu'il ne reste plus que 2 centimètres cubes environ de liquide dans le matras, on ajoute 5 à 6 centimètres cubes d'acide sulfurique concentré, on ferme avec un bouchon de caoutchouc portant un tube effilé et ouvert de 50 centimètres environ de hauteur, et l'on chauffe sur le bain de sable de façon à élever rapidement la température du liquide, lequel noircit fortement.

Vers 150°, une réaction vive commence, de l'acide sulfureux se dégage avec des vapeurs blanches d'eau et d'acide sulfurique; la température monte aux environs de 200° et s'y maintient à peu près fixe grâce à l'eau condensée qui retombe dans l'acide où elle entretient l'ébullition et favorise la décomposition de la glycérine.

On arrête l'attaque au bout de quelques minutes, lorsque le charbon que l'on obtient se présente en grande partie sous forme de grumeaux baignant dans l'acide, plus ou moins gros suivant la quantité produite; on laisse ensuite refroidir.

Il faut s'attacher à la bonne formation de ces grumeaux, qui est essentielle pour la réussite du dosage et que l'expérience d'ailleurs apprend vite à obtenir convenablement.

Dans cette manière d'opérer, il n'y a pas à craindre l'action ultérieure du charbon sur l'acide sulfurique, car cette action n'a lieu qu'à une température voisine de 300°, tandis qu'on ne dépasse guère 200° dans les conditions de l'attaque.

Après refroidissement du matras, on y introduit 5 centimètres cubes d'acide chlorhydrique dilué de moitié, et l'on chauffe de nouveau au bain de sable jusqu'à réapparition de vapeurs blanches acides. Cette opération facilite la réunion complète du charbon en grumeaux.

On procède ensuite au lavage de ce charbon dans le matras lui-même; à cet effet, on remplit presque complètement celui-ci avec de l'eau distillée, et l'on porte à l'ébullition; puis on décante sur un filtre qui retient les fines particules en suspension; sur le résidu on verse de nouveau de l'eau distillée et l'on fait bouillir; on filtre et on achève le lavage sur le filtre.

Quand l'eau de lavage n'est plus acide, on perce le filtre et on fait tomber le charbon dans une capsule de platine avec un jet d'eau chaude; après addition de quelques centimètres cubes d'ammoniaque, on évapore l'eau au bain de sable ou à l'étuve à 110°. Le charbon qui reste est en grains plus ou moins gros, durs et à cassure brillante, assez semblables à des grains de poudre; avant de le peser, il faut le débarrasser du peu de sels ammoniacaux qu'il retient.

Pour cela, on le chauffe dans la capsule à une température voisine du rouge, mais sans l'atteindre, afin d'éviter la combustion du charbon, lequel d'ailleurs ne s'enflamme pas facilement. L'opération se fait en promenant la capsule dans la flamme d'un bec Wiesnegg avec couronne à jet vertical jusqu'à

ce que toute odeur piquante ait disparu et que le poids reste constant. En multipliant ce poids par le coefficient 2,56, on a le poids de glycérine correspondant.

C'est ainsi qu'en opérant sur des poids connus de glycérine cristallisable, on a obtenu les résultats suivants :

POIDS DE GLYCÉRINE employés	POIDS DE CHARBON trouvés	POIDS DE GLYCÉRINE calculés
0gr100	0gr038	0gr097
0 ,200	0 ,077	0 ,197
0 ,400	0 ,158	0 ,404
0 ,500	0 ,195	0 ,499
1 ,000	0 ,393	1 ,006

Ces résultats montrent que la décomposition de la glycérine, dans les conditions ci-dessus, donne bien la quantité théorique de charbon indiquée par l'équation; d'ailleurs, si on recueille dans une éprouvette sur le mercure les gaz qui se dégagent de la réaction, l'analyse montre qu'il n'y a aucun gaz carboné.

III

Pour appliquer ce principe de dosage aux liquides fermentés, il faut naturellement commencer par en extraire la glycérine d'une manière complète ; nous allons indiquer maintenant la manière d'opérer cette extraction.

Nous considérerons d'abord le cas des liquides complètement fermentés ou renfermant encore moins de 10 grammes de sucre par litre.

S'il s'agit d'un vin, par exemple, on en prend 50 centimètres cubes que l'on introduit dans un matras de 250 centimètres cubes, contenant 100 grammes environ de grenaille de plomb un peu grosse (le n° 4 convient très bien) et l'on concentre par distillation presque à sec; il ne doit pas rester plus de 1 centimètre cube de liquide mouillant les grains de plomb.

Grâce à l'acidité naturelle du vin qui joue le même rôle que

l'acide sulfurique, toute la glycérine reste dans le matras; on peut le vérifier en évaporant en présence de SO^4H^2 le liquide distillé, on constate qu'il ne charbonne pas; donc il ne renferme pas de glycérine.

Après refroidissement du matras, on ajoute par fractions 1 à 2 grammes de chaux éteinte, non carbonatée, en poudre très fine, en agitant les grains de plomb pour rendre la pâte qui se forme bien homogène. Cette pâte doit avoir une consistance telle que chaque grain de plomb puisse rouler séparément en emportant avec lui une fraction de la masse. L'extraction de la glycérine peut se faire alors d'une manière complète et commode.

On verse dans le matras 75 centimètres cubes d'un mélange à volumes égaux d'alcool et d'éther, et l'on imprime au plomb un mouvement d'agitation comme s'il s'agissait de nettoyer le matras.

Il faut, en effet, détacher toutes les parcelles de la pâte calcaire adhérentes à ses parois et aux billes, pour les mettre en suspension dans le liquide. L'opération est facile et l'on finit par obtenir un précipité très fin, déshydraté et privé de glycérine par le mélange éthéro-alcoolique. Il n'y a plus qu'à filtrer et laver trois ou quatre fois le précipité avec le même mélange, pour avoir toute la glycérine dans le liquide filtré qui est incolore et qui n'a dissous que des traces de matières étrangères.

Pour avoir la glycérine en solution aqueuse, on ajoute 10 à 15 gouttes d'acide sulfurique, et l'on chasse l'alcool et l'éther par distillation. Lorsqu'il ne reste que quelques centimètres cubes de liquide encore riche en alcool, on ajoute 25 centimètres cubes d'eau et l'on fait bouillir pour chasser complètement l'alcool. L'opération se termine ensuite comme il a été dit plus haut pour la décomposition de la glycérine et la pesée du charbon obtenu.

L'exactitude de cette méthode d'épuisement a été vérifiée en opérant sur des liquides synthétiques analogues au vin,

c'est-à-dire contenant de l'alcool, de la crème de tartre, du tannin et des quantités connues de glycérine; ces quantités ont été toujours retrouvées d'une manière parfaite.

D'autre part, en répétant plusieurs fois le dosage dans un même vin, on trouve toujours des résultats concordants; et si, une fois ces résultats obtenus, on ajoute des quantités déterminées et croissantes de glycérine dans ce même vin, on retrouve la proportion théorique. C'est ce que montrent les chiffres suivants :

GLYCÉRINE PAR LITRE			GLYCÉRINE par litre trouvée	DIFFÉRENCES
Primitive	Ajoutée	Totale		
6gr53	1gr0	7gr53	7gr40	0gr13
Id.	1 ,5	8 ,03	8 ,00	0 ,03
Id.	2 ,0	8 ,53	8 ,36	0 ,17
Id.	3 ,0	9 ,53	9 ,43	0 ,10
Id.	4 ,0	10 ,53	10 ,50	0 ,03

Pour contrôler encore notre méthode, nous avons prié M. Dubourg de vouloir bien procéder, comparativement avec nous, au dosage de la glycérine dans un certain nombre d'échantillons de vin.

Nous avons trouvé les chiffres suivants :

ÉCHANTILLONS	POIDS DE GLYCÉRINE PAR LITRE TROUVÉS par		DIFFÉRENCES
	M. DUBOURG	M. LABORDE	
N° 1	3gr98	3gr88	0gr10
N° 2	4 ,08	4 ,08	0 ,00
N° 3	8 ,10	7 ,90	0 ,20
N° 4	9 ,98	10 ,05	0 ,07

La concordance des résultats est donc aussi parfaite que possible.

IV

La même méthode d'extraction est encore applicable, avec une légère modification, lorsque la proportion de sucre qui reste dans le liquide fermenté est comprise entre 10 et

20 grammes par litre environ. Lorsqu'on a poussé la concentration aussi loin que possible, en évitant toutefois la caramélisation du sucre, on ajoute 2 grammes de chaux humectée avec un peu d'alcool pour en faire une pâte consistante, et l'on mélange intimement avec le résidu du matras par l'agitation de la grenaille de plomb. La pâte que l'on obtient alors est durcie, si c'est nécessaire, par l'addition de petites quantités de chaux en poudre, puis épuisée comme précédemment par le mélange éthéro-alcoolique qui doit être formé dans ce cas de 1 volume 1/2 d'éther pour 1 d'alcool. Le liquide filtré ne contient pas traces de sucre et les résultats sont aussi exacts que s'il n'y en avait pas eu dans le vin essayé. Ainsi, on a pris un vin, ne contenant pas de sucre, dont on connaissait la teneur en glycérine, et l'on a répété le dosage en ajoutant dans les 50 centimètres cubes de vin primitif des quantités croissantes de moût de raisin, correspondant à 10, 15, 20 grammes par litre de sucre; on a obtenu les résultats suivants :

VIN BLANC	GLYCÉRINE PAR LITRE
Sans sucre..............	7gr75
Avec 10gr de sucre par litre.	7 ,80
— 15 d°	7 ,80
— 20 d°	7 ,65

On voit que la présence du sucre n'a pas fait varier sensiblement la proportion de glycérine trouvée dans le vin primitif; elle ne peut donc être une cause d'erreur, si l'on opère comme il a été dit.

V

Nous examinerons maintenant le cas où l'on a à doser la glycérine en présence de quantités considérables de sucre, 50, 100, 200 grammes par litre et même davantage, comme il arrive pour certains vins de liqueur (1).

(1) Dans ce cas doivent entrer aussi les bières diverses, qui contiennent le plus souvent des quantités importantes d'hydrates de carbone plus ou moins infermentescibles.

Dans ces conditions spéciales, l'extraction de la glycérine est plus difficile; mais on obtient néanmoins des résultats exacts en opérant de la manière suivante :

On prend un volume de liquide tel que la quantité de sucre qu'il contient ne dépasse guère 5 grammes, et l'on concentre en présence de grenaille de plomb jusqu'à consistance sirupeuse. Après refroidissement, on ajoute de la chaux en quantité au plus égale au poids du sucre, délayée dans 10 à 20 centimetres cubes d'alcool à 50°, afin d'obtenir une pâte très liquide que l'on rend parfaitement homogène par l'agitation du plomb. La masse s'échauffe par suite de la combinaison de la chaux et du sucre; on doit agiter souvent pendant le refroidissement pour éviter qu'elle ne fasse prise.

On dilue ensuite cette pâte avec de l'alcool à 80° incorporé par petites quantités au début; il se produit quelquefois à ce moment un coagulum de sucrate de chaux qu'il faut délayer avec soin toujours en agitant le plomb. Quand on a ajouté 100 à 200 centimètres cubes d'alcool, suivant la quantité de matière à épuiser, on porte le ballon au bain-marie bouillant, et on l'y maintient, en agitant souvent, jusqu'à ce que le liquide ait atteint la température de 75° environ; le précipité prend alors une teinte jaune clair; on laisse un peu refroidir et l'on filtre. Lorsque le précipité est bien égoutté, on lave plusieurs fois à l'alcool chaud; le liquide recueilli contient la glycérine avec un peu de sucre qu'il faut éliminer avant l'attaque par l'acide sulfurique.

Pour cela, on acidifie avec $0^{gr},5$ d'acide tartrique, et l'on chasse l'alcool; il n'y a plus qu'à traiter le résidu comme un liquide ordinaire pauvre en sucre.

Des expériences de contrôle, dans lesquelles on a soumis à ce traitement des poids constants de glycérine, égaux à $0^{gr},4$, en présence de quantités croissantes de sucre, ont donné les résultats suivants :

POIDS DE GLYCÉRINE employés	POIDS DE SUCRE contenu dans l'essai	GLYCÉRINE retrouvée	DIFFÉRENCES
0gr4	3gr	0gr393	0gr007
0 ,4	4gr	0 ,394	0 ,006
0 ,4	6gr	0 ,387	0 ,013

On voit que les différences sont en moins au lieu d'être en plus, ce qui s'explique par la difficulté d'extraire les dernières traces de glycérine dans la première partie de l'opération.

Pour éviter le lavage à l'alcool, toujours très long, de quantités abondantes de sucrate de chaux, il suffit d'opérer sur une partie aliquote seulement de la glycérine à extraire. Connaissant le volume du liquide introduit dans le matras pour délayer la pâte calcaire, on en recueille par filtration les 4/5, qui contiennent la même fraction du poids total de glycérine, et on les traite comme il a été dit plus haut. En opérant ainsi, le dosage est très rapide et les résultats sont au moins aussi exacts que les précédents.

Par exemple, nous avons ajouté à deux vins blancs presque complètement fermentés des quantités différentes de sucre, pour une prise de 25 centimètres cubes, on a mis 2gr,5 de sucre de raisin dans le vin n° 1 et 5 grammes dans le vin n° 2, ce qui correspond à des richesses saccharines respectives de 100 et 200 grammes par litre. L'analyse a donné les résultats suivants

	GLYCÉRINE PAR LITRE		DIFFÉRENCES
	avant l'addition de sucre	après l'addition de sucre	
Vin n° 1........	13gr25	13gr13	0gr08
Vin n° 2........	14 ,28	14 ,65	0 ,37

Les résultats sont donc satisfaisants (1), même dans ces conditions extrêmes, et la méthode est susceptible d'être

(1) Une autre expérience de contrôle a été provoquée par M. Dubourg, qui nous a remis un vin rouge additionné par lui de 200 grammes de sucre par litre environ. Nous y avons trouvé 7gr,65 de glycérine par litre, alors que, de la quantité trouvée dans le vin primitif par M. Dubourg, et en tenant compte de la variation de volume due au sucre, nous aurions dû trouver 7gr,65, chiffre identique au précédent.

appliquée à beaucoup de liquides intéressants qui n'avaient pu être étudiés jusqu'à présent.

Le cas des liquides très sucrés se ramène ainsi au cas des liquides pauvres en sucre.

VI

On vient de voir que l'on peut toujours, en définitive, séparer complètement la glycérine du sucre par le mélange éthéro-alcoolique; mais, que le liquide analysé soit sucré ou non sucré, la solution de glycérine contient souvent des traces d'autres matières organiques dont la présence est accusée par une légère coloration qui se développe dans cette solution lorsqu'on la concentre.

Pour déterminer l'importance de cette cause d'erreur, on a fait deux essais parallèles sur le même vin : dans le premier essai, la solution éthéro-alcoolique de glycérine a été traitée directement par la méthode indiquée; dans le second essai, elle a été évaporée sans addition d'acide sulfurique pour chasser l'éther et la majeure partie de l'alcool, puis le résidu a été introduit dans un appareil métallique permettant de distiller dans un courant de vapeur. On a chauffé graduellement au bain de sable jusque vers le point d'ébullition de la glycérine et on a maintenu cette température une demi-heure environ.

L'eau de condensation qui contenait la glycérine entraînée a été évaporée en présence d'un peu d'acide sulfurique, et la solution concentrée de glycérine a été traitée comme dans le premier essai.

En opérant, par exemple, sur un vin blanc contenant encore 10 grammes de sucre par litre, on a obtenu, dans le premier essai, $0^{gr},200$ de charbon, correspondant à $0^{gr},512$ de glycérine pour 50 centimètres cubes, soit $10^{gr},24$ par litre, et dans le second, $0^{gr},192$ de charbon, correspondant à $0^{gr},492$ de glycérine, soit $9^{gr},84$ par litre.

L'écart entre les deux résultats est assez faible, malgré les pertes inhérentes à la distillation de la glycérine.

On voit donc que la cause d'erreur pouvant résulter de l'entraînement de traces de matières organiques par le mélange éthéro-alcoolique est négligeable; s'il arrivait pourtant, dans certains cas, que la solution de glycérine fût fortement colorée au moment de l'attaque par SO^4H^2, on n'aurait qu'à la traiter par un 1 gramme de noir animal, lequel, après un lavage suffisant à l'eau chaude, ne retient pas la glycérine en quantité sensible, ainsi que nous l'avons vérifié.

VII

Nous avons appliqué notre méthode de dosage de la glycérine à un assez grand nombre d'échantillons de nature et de provenance diverses; les résultats sont consignés dans les deux tableaux suivants.

Le premier tableau, qui contient exclusivement des vins rouges et blancs complètement fermentés, donne, avec la glycérine par litre, la richesse alcoolique en volume pour cent et en poids par litre, et le rapport alcool-glycérine.

Le second tableau, relatif à des liquides plus ou moins sucrés, donne, outre les indications du tableau précédent, la quantité de sucre restant dans ces liquides.

TABLEAU N° 1. *(Liquides complètement fermentés.)*

	NATURE DES ÉCHANTILLONS	ALCOOL 0/0 en volume	ALCOOL en poids par litre a	GLYCÉRINE par litre b	RAPPORT $\frac{a}{b}$
Vins rouges de la Gironde	Médoc 1878............	10,8	gr 86,4	gr 8,40	10,3
	Id. 1892 (grand cru)..	10,8	86,4	8,00	10,8
	Id. 1893 id. ..	10,8	86,4	8,40	10,3
	Id. 1893 id. ..	11,2	89,6	8,67	10,3
	Id. 1894 id. ..	10,4	81,2	7,50	11,1
	Id. 1894 id. ..	10,4	83,2	6,40	13,0
	Id. 1893 (ordinaire)...	10,8	86,4	7,90	10,9
	Id. 1894 id. ..	10,0	80,0	6,40	12,5
	Graves 1873.............	10,0	80,0	6,90	11,6
	Id. 1883............	9,0	72,0	6,72	10,7

TABLEAU N° 1 *(Suite)*.

	NATURE DES ÉCHANTILLONS	ALCOOL 0/0 en volume	ALCOOL en poids par litre a	GLYCÉRINE par litre b	RAPPORT $\frac{a}{b}$
			gr	gr	
Vins rouges de la Gironde	Graves 1893	11,0	88,0	8,40	10,5
	Id. 1893	11,5	92,0	8,26	11,1
	Id. 1893	10,6	84,8	7,75	10,9
	Id. 1883	10,8	86,4	8,16	10,6
	Id. 1893	10,4	83,2	7,90	10,5
	Id. 1893	10,8	86,4	7,40	11,6
	Id. 1894	10,4	83,2	6,48	12,8
	Id. 1894	10,6	84,8	6,00	14,1
	Id. 1894	11,4	91,2	8,90	10,2
	Id. 1894 (vin de sucre)	8,8	70,4	5,60	12,6
	Id. 1894 (vignes de deux ans)	9,6	76,8	6,00	12,6
	Côtes 1887	10,8	86,4	7,14	12,1
	Id. 1891	10,5	84,0	5,90	14,2
	Id. 1893	12,2	97,6	8,50	11,5
	Id. 1893	10,2	81,6	7,00	11,6
	Id. 1893	9,4	75,2	6,88	10,8
	Id. 1893 (St-Émilion)	10,2	81,6	7,65	10,6
	Id. 1894	8,0	64,0	4,00	16,0
	Id. 1894	8,8	70,4	5,80	12,1
	Id. 1894	8,0	64,0	5,25	12,2
	Id. 1894	9,6	76,8	5,10	15,0
	Id. 1894	10,0	80,0	6,88	11,6
	Palus 1892	10,4	83,2	8,00	10,4
	Id. 1893	9,0	72,0	6,90	10,4
	Id. 1894	9,2	73,6	4,60	16,0
	Id. 1894	8,9	71,2	4,40	16,2
Vins rouges divers.	Vin de l'Hérault 1894	9,0	72,0	5,86	12,2
	Id. de Tunisie 1892	13,0	104,0	8,40	12,4
	Id. d'Espagne 1894	14,5	116,0	10,96	10,5
	Id. de Grèce 1892	13,0	104,0	9,00	11,5
	Id. de Crimée 1892	15,8	126,4	10,10	12,5
	Id. de Californie	12,2	97,6	7,65	12,5
Vins blancs communs.	Vin de la Gironde 1893	10,4	83,2	6,40	13,0
	Id. 1893	11,4	91,2	6,80	13,4
	Id. 1894	11,8	94,4	7,65	12,3
	Id. 1894	14,8	118,4	9,20	12,8
	Vin d'Espagne 1894	12,6	100,8	7,14	13,9
	Id. 1894	12,8	102,4	7,50	13,6
	Id. 1894	14,8	118,4	9,00	13,1
	Vin de Turquie 1894	12,0	96,0	7,90	12,1
	Id. d'Algérie 1894	12,0	96	7,70	12,4

TABLEAU N° 2. *(Liquides incomplètement fermentés.)*

	NATURE DES ÉCHANTILLONS	SUCRE restant par litre	ALCOOL 0/0 en volume	ALCOOL en poids par litre *a*	GLYCÉRINE par litre *b*	RAPPORT $\frac{a}{b}$
Vins blancs fins de la Gironde	Sauternes 1883.........	gr »	11,0	gr 88,0	gr 8,67	10,1
	Id. 1885.........	10,0	11,4	91,2	10,20	9,0
	Id. 1888.........	14,7	15,2	121,6	10,24	11,9
	Id. 1888.........	15,0	14,6	116,8	9,72	12,0
	Id. 1888 (grand cru).	18,0	14,0	112,0	12,06	9,3
	Id. 1889 id. .	5,0	15,2	121,6	10,95	11,0
	Id. 1889 id. .	6,0	11,6	92,8	8,45	10,9
	Id. 1893 id. .	25,6	17,5	140,0	14,80	9,5
	Id. 1893 id. .	20,4	16,5	132,0	14,28	9,2
	Id. 1893 id. .	13,4	15,8	126,4	13,25	9,6
	Id. 1894 id. .	20,0	13,2	105,6	8,28	12,7
	Barsac 1889 id. .	11,6	11,6	92,8	8,70	10,6
	Id. 1894 id. .	22,0	13,0	104,0	8,00	13,0
	Cérons 1887.........	12,0	15,2	121,6	10,20	11,9
Cidres	Cidre de Normandie....	20,0	2,4	19,2	1,90	10,4
	Id. Id.	15,0	3,0	24,0	2,30	10,4
	Cidre fait au laboratoire, 1890.	5,0	5,0	40,0	5,10	7,8
Bières françaises	Haute.................	»	3,0	24,0	1,43	16,8
	Basse.................	»	4,6	36,8	2,30	16,0
	Id.	»	4,5	36,0	2,22	16,2
Bières anglaises	Blonde	»	»	»	2,30	»
	Brune................	»	»	»	2,30	»
	Hydromel 1887.............	20,0	14,2	113,6	7,65	14,8
	Id. 1890.............	80,0	13,2	105,6	9,20	11,4
	Vin de Malvoisie 1879	80,0	16,0	128,0	9,20	14,0

Il ressort des chiffres du premier tableau que le rapport alcool-glycérine est très variable pour les vins rouges (la moyenne est de 12 environ), et qu'il pourrait difficilement servir à caractériser un vin naturel, puisque les limites de ses variations peuvent aller de 10 à 16, dépassant ainsi de beaucoup le chiffre 14 indiqué par M. Gautier comme un minimum.

Le tableau n° 2 montre également de très grandes variations du rapport alcool-glycérine parmi les liquides de nature diffé-

rente et aussi parmi les différents échantillons des liquides de même nature. Dans ce tableau ne figurent pas les vins blancs très liquoreux du pays de Sauternes, qui présentent certaines particularités méritant une étude complémentaire. Nous en ferons l'objet d'une publication ultérieure.

NOTICE RELATIVE

A UNE

CARTE GÉOLOGIQUE

DES ENVIRONS DE BORDEAUX

PAR M. E. FALLOT,

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES.

La carte géologique à grande échelle $\frac{1}{20000}$ que j'ai dressée à l'occasion de la XIII[e] Exposition de la Société Philomathique à Bordeaux, comprend une portion assez considérable du département de la Gironde, à savoir l'espace qui s'étend, du Sud au Nord, depuis Langon jusqu'au Bec-d'Ambès, et, de l'Est à l'Ouest, depuis Sauveterre et la basse vallée du Dropt jusqu'à une ligne passant, en pleine lande, de Castelnau vers le Barp.

Elle est destinée à donner une idée de la constitution géologique des environs de Bordeaux, ou plutôt de la distribution des terrains dans la partie de la Gironde dont Bordeaux occupe à peu près le centre.

C'est une carte murale, sans indication du relief et sans détails topographiques, et, bien qu'elle ait été faite avec autant de soin que possible, elle ne peut avoir la prétention de remplacer la carte géologique détaillée de la Gironde à grande échelle, qui est encore à faire. Mais c'est là une œuvre considérable, demandant de longues années de patientes recherches, que la monotonie de la région et la difficulté d'observation rendent extrêmement fastidieuse et compliquée.

Quoi qu'il en soit, malgré ses imperfections, dues surtout aux difficultés que je viens de signaler et à la rapidité avec laquelle il a dû être exécuté, le travail que j'expose aujourd'hui

me semble constituer un progrès réel sur les cartes précédemment publiées de cette région.

C'est la première fois qu'un essai semblable a été tenté, les cartes géologiques existantes jusqu'ici étant, en effet, ou bien à petite échelle et assez anciennes, ou bien à échelle assez grande, mais alors très incomplètes. Je vais, du reste, les énumérer.

La première carte géologique de la Gironde a été commencée en 1836 par Drouot, ingénieur des mines à Bordeaux. Cette carte, continuée dès 1838 par son successeur Pigeon, ne fut achevée, d'après M. Raulin (1), qu'en 1856 et gravée à une petite échelle ($\frac{1}{250000}$ environ). Elle a figuré, paraît-il, à l'Exposition de Londres en 1861; mais, par suite de la mort de son auteur qui n'avait pas fait de notice explicative, elle n'a pas été mise en vente et je ne l'ai jamais vue.

En 1876, M. Raulin publia une carte géologique de la Gironde, à une échelle à peu près semblable à celle de Pigeon; cette carte, accompagnée d'une notice (1) et d'une légende en huit couleurs, avait été exécutée d'après une esquisse manuscrite datant de 1848. C'est dire que la figuration des terrains est faite d'après une classification fort ancienne qui n'est plus en rapport avec la science actuelle; de plus, elle présente de nombreuses inexactitudes.

En 1889, sur une demande spéciale qui m'avait été adressée de publier une esquisse géologique du département de la Gironde, j'ai été obligé d'annexer à ce travail une petite carte au $\frac{1}{500000}$ environ qui présentait déjà quelques modifications relativement à la précédente, mais qui, vu sa petitesse et le peu de temps qui m'avait été donné pour la faire, ne pouvait prétendre à une valeur sérieuse (2).

Dans l'intervalle, la Direction de la Carte géologique de la France avait fait exécuter deux feuilles au $\frac{1}{80000}$, celles de Bor-

(1) *Bull. Soc. Géogr. comm.*, t. I, p. 1, 1874.
(2) *Feuille des Jeunes Naturalistes*, 1889.

deaux et de la Teste-de-Buch. Elles ont été dressées par M. Linder, actuellement inspecteur général des mines, et ont paru en 1882.

Ces cartes, bien supérieures à celles qui ont été faites antérieurement, au point de vue de la classification adoptée, témoignent également d'un progrès considérable dans l'observation géologique et la figuration des terrains; mais elles ne s'appliquent qu'à une portion restreinte du département, c'est-à-dire à la partie occidentale de la région que j'ai figurée.

Elles m'ont été fort utiles pour la confection de cette partie de ma carte, mais j'ai été, à plusieurs reprises, obligé, par mes observations directes sur le terrain, de modifier les contours figurés ou d'ajouter certains affleurements non constatés par l'auteur. On pourra s'en rendre compte aisément, surtout en ce qui concerne la partie comprise dans les communes de Villenave-d'Ornon, Léognan, Martillac, La Brède, Saint-Morillon, Saint-Selve et la vallée du Gua-Mort (1).

La région de l'Entre-deux-Mers, que j'ai tout spécialement étudiée, et quelques parties de la rive gauche de la Garonne (celles placées à partir de la rive droite du Gua-Mort, en allant vers le Sud) sont absolument nouvelles et paraîtront bien différentes de ce qu'elles sont, soit sur la carte de M. Raulin, soit sur les cartes générales de la France d'E. de Beaumont et de MM. Carez et Vasseur.

En terminant cet exposé, je tiens à faire une remarque indispensable relativement à la carte.

La nature même de la constitution géologique de la Gironde, où les formations de recouvrement prennent une importance qu'elles n'ont pas dans d'autres régions de la France, laisse à l'interprétation de la figuration des terrains une certaine latitude. Si l'on s'en tenait aux règles qu'on a suivies ailleurs, il est certain que la carte géologique des environs de Bordeaux

---

(1) Dans la ville de Bordeaux et dans ses environs immédiats, j'ai généralement adopté la figuration de M. Linder, qui a fait ses observations à une époque où les constructions étaient moins nombreuses, et où les observations pouvaient se faire avec plus de facilité qu'aujourd'hui.

ne pourrait guère montrer, à part quelques coupures profondes et quelques escarpements, qu'une seule et unique teinte, celle des formations de recouvrement.

Il y a donc là une difficulté de figuration qui n'a pas laissé de m'embarrasser maintes et maintes fois, et j'ai cru, en certains cas, devoir marquer comme affleurant, des assises qui sont à une profondeur appréciable, ou augmenter certains affleurements pour les rendre facilement visibles. Je ne me dissimule pas que d'autres observateurs auraient pu avoir une appréciation différente et qu'ils pourront m'accuser quelquefois de timidité ou de hardiesse; mais c'est là la pierre d'achoppement de toutes les cartes géologiques, qui ne sont après tout qu'un procédé graphique artificiel destiné à représenter l'aspect complexe de la disposition naturelle des assises géologiques.

En présence de ces difficultés, j'ai souvent regretté de ne pouvoir représenter les dépôts superficiels par un système de points ou de hachures placés sur les formations que j'appellerais volontiers *formations constitutives*. Mais j'ai craint, en employant ce système, d'être un peu trop révolutionnaire d'une part, et, d'autre part, il m'eût semblé excessif de ne représenter que comme un dépôt superficiel une formation aussi importante que celle du Sable des Landes, qui, dans le département, atteint jusqu'à 50 mètres d'épaisseur (sondages de Marcheprime, d'Arcachon). Enfin, malgré l'allure générale des couches et les documents assez nombreux que nous possédons actuellement sur l'extension en profondeur des divers étages, j'aurais été souvent assez embarrassé de tracer les contours exacts des formations néogènes dans la région landaise, par exemple. C'est pour ces diverses raisons que j'ai adopté la figuration la plus ordinairement employée.

Les divisions représentées sur la carte sont au nombre de huit (1).

(1) Pour les représenter, je n'ai pu adopter les couleurs conventionnelles admises par le Congrès international de Bologne, par la bonne raison que, le Crétacé à part, je n'aurais guère eu à employer qu'une couleur (le jaune) en diffé-

Ce sont : le Crétacé supérieur (Campanien et Maëstrichtien), l'Eocène supérieur (Priabonien, M. Ch. et de Lapp) ([1]), le Tongrien avec ses deux sous-étages, l'Aquitanien, l'Helvétien, les formations de recouvrement anciennes (Sable des Landes, Dépôt de l'Entre-deux-Mers, Alluvions anciennes), enfin, les Alluvions récentes.

Je vais donner successivement une idée de ces différents étages.

TERRAINS SECONDAIRES.

CRÉTACÉ SUPÉRIEUR.

Le terrain le ~~plus~~ ancien qui puisse se constater dans le département de la Gironde est le Crétacé supérieur, représenté par deux étages : le Campanien et le Maëstrichtien. Il forme deux pointements placés sur une ligne anticlinale à peu près parallèle à l'axe des Pyrénées, et dont j'ai donné ailleurs la description ([2]). L'un affleure dans les environs de Haut-Villagrains, l'autre au sud de Landiras. Ce dernier est en dehors des limites de la carte.

Quant au premier, il se voit surtout le long du Gua-Mort, au sud du village, et on peut le suivre au Nord jusqu'au delà du moulin de Peyot. Il apparaît encore un peu à l'Est sous la forme d'un petit massif isolé au milieu du Sable des Landes et naguère exploité.

A la base de la formation, vers l'emplacement de l'ancien

---

rentes teintes, et que, d'autre part, je faisais plus de divisions qu'il n'en a été prévu dans la nomenclature officielle relative à la carte géologique d'Europe.

([1]) J'ai adopté à regret cette appellation nouvelle en remplacement du terme de *Ligurien* qui aujourd'hui peut prêter à confusion, M. Sacco ayant démontré qu'on a réuni sous ce terme des faciès analogues répandus dans le Crétacé supérieur et dans l'Éocène de l'Italie septentrionale. Je ferai remarquer, de plus, que le parallélisme des assises se rapportant à l'Éocène supérieur est encore assez mal établi, et que la science est loin d'avoir dit son dernier mot sur ce sujet : le type même de l'étage, celui qui devrait lui donner son nom, est encore à trouver et à délimiter.

([2]) *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 3e série, t. XX, p. 350.

moulin de la Nère, au lieu dit Peyrotte, sur la carte au $\frac{1}{10000}$ de la Gironde, dans le fond même du ruisseau, on rencontre un calcaire blanchâtre un peu crayeux, avec ***Micraster aturicus***, Héb., de petite taille, *Echinocorys Heberti,* Seunes, *Offaster* cf. *pilula,* Desor., *Echinoconus Raulini,* d'Orb., Inocérames, etc., que je rapporte au Campanien.

Ce calcaire passe en aval à des couches plus jaunâtres, très visibles surtout dans l'escarpement situé sur la rive droite, à quelques centaines de mètres en amont du pont de la route de Bordeaux. Ce calcaire est rempli de Spongiaires (*Tragos pisiforme,* Goldf.). J'y ai trouvé un *Echinocorys Heberti* de grande taille, usé, et des fragments d'autres espèces du même genre. Plus loin vers le pont, toujours en amont, on peut récolter l'*Echinocorys vulgaris,* Breyn., var. acuminée, et dans une tranchée placée immédiatement en aval, j'ai rencontré avec cette espèce des *Echinoconus* (*E. gigas,* Cott.), des *Offaster* et une *Ostrea vesicularis,* Lam. Cette couche, qui se lie intimement à la précédente, forme probablement la base du Maëstrichtien, qui se termine à Peyot par un calcaire compact, à cassure translucide, lardé d'Orbitoïdes indéterminables. Ce dernier calcaire ressemble beaucoup à celui de Landiras.

Le Crétacé supérieur de Villagrains est presque partout recouvert par le Sable des Landes. Cependant, entre le pont et Peyot, on voit l'Aquitanien formé d'un calcaire à Bythinies et Potamides reposer directement sur lui.

TERRAINS TERTIAIRES.

ÉOCÈNE.

Le terrain éocène n'affleure pour ainsi dire pas dans la partie du département que j'ai figurée : on ne voit guère que l'étage supérieur vers le Nord (Médoc).

Je rappellerai cependant succinctement ses divisions dans la Gironde.

L'*Éocène inférieur (Suessonien)* n'est pas visible; il est même fort douteux dans la profondeur. M. Benoist a cependant signalé des *Alveolina oblonga,* d'Orb., dans le sondage de Lamarque, vers 150 mètres, mais ces fossiles mériteraient d'être réétudiés (1), et la question ne pourra être tranchée qu'avec de nouveaux matériaux fournis par les forages artésiens.

L'*Éocène moyen* présente, dans la Gironde, ses deux étages typiques, le Lutétien et le Bartonien.

Le *Lutétien* est formé par les sables et argiles à Nummulites à la base, par le calcaire grossier de Blaye à la partie supérieure. Les couches à Nummulites (*N. perforata,* d'Orb., *lucasana,* Defr., *lævigata,* Lamk. var. *aquitanica,* Ben.) et à Assilines (*A. granulosa,* d'Arch., *mamillata,* d'Arch.) n'affleurent nulle part, mais elles se montrent dans tous les sondages de Bordeaux et des environs et offrent quelquefois une grande épaisseur (Parc-Bordelais p. ex.).

Le calcaire grossier de Blaye se divise en deux assises : le calcaire grossier inférieur, surtout caratérisé par l'*Echinolampas stelliferus,* Des Moul. (Citadelle de Blaye), et le calcaire grossier supérieur avec *Echinolampas similis,* Ag., *Laganum marginale,* Ag. Cette dernière couche, représentée dans la falaise entre Blaye et Plassac, se relie à la précédente par les assises à *Echinanthus Des Moulinsi,* Desor. et *Echinolampas blaviensis,* Cott., des carrières du haut de la ville de Blaye.

Le calcaire grossier, qui est très développé dans le Blayais, n'apparaîtrait guère dans le Médoc que vers le Château-Montrose, dans les berges de la Gironde, encore n'y verrait-on que l'assise supérieure.

Le *Bartonien* est formé dans le Blayais par des argiles à *Ostrea cucullaris,* Lamk., surmontées par le calcaire d'eau

(1) Il en est de même des *Nummulites planulata,* Sow. var. indiquées par le même auteur dans la nappe aquifère des puits artésiens de l'abattoir de Blaye.

douce de Plassac à *Limnœa longiscata,* Brong. Dans le Médoc, il est surtout représenté par des argiles et marnes à *Corbula* avec débris de calcaire lacustre(1). Ce dernier est un peu plus net dans les communes de Moulis et de Listrac et il existerait aussi dans celle de Margaux; l'apparition de cette assise aurait lieu juste à la limite supérieure de la carte.

L'*Éocène supérieur* (*Priabonien* ou *Ludien*) le surmonte(2) et est formé par le calcaire de Saint-Estèphe à *Sismondia occitana,* Desor., *Echinolampas ovalis,* Des Moul., *Ostrea bersonensis,* Math. Assez développée dans le Blayais et dans le Médoc, cette partie de l'Éocène est la seule qui affleure nettement dans la région de la carte, et encore seulement à l'extrémité Nord-Ouest, vers Castelnau-de-Médoc. Il n'est même bien visible qu'immédiatement en dehors de ses limites, vers Barreau (commune de Moulis), des deux côtés de la Jalle de Tiquetorte, où il est exploité sous forme d'un calcaire blanc rempli de Milioles. C'est, sans doute, lui qui affleure aussi à l'ouest des maisons du hameau du Pont, sur la route de Moulis à Avensan.

Ses limites sont fort difficiles à voir, et j'ai dû renoncer à les établir d'une façon définitive. Du reste, on se trouve là en présence d'une difficulté de classification qui, bien que tranchée par M. Vasseur, n'en est pas moins très réelle. Les couches à Anomies qui surmontent le calcaire et qui ont été, pendant longtemps, rapportées par les auteurs à la partie supérieure de l'Éocène supérieur, ont été rangées par lui à la base de l'Oligocène.

C'est probablement ces argiles que l'on rencontre dans les fossés creusés entre Barreau et les Granges-d'Ève; je n'y ai point vu d'Anomies; je n'y ai rencontré que des débris d'*Ostrea* indéterminables avec quelques petits morceaux de calcaire d'apparence marine. Les couches à Anomies existent au château de Mauvezin.

---

(1) Voy. surtout Benoist, *Description géol. des communes de Saint-Estèphe et Vertheuil* (*Actes Soc. Lin.,* 1885).

(2) A Château-Margaux il ne serait guère qu'en débris.

J'ai indiqué un autre affleurement d'Éocène supérieur, à la pointe de l'Entre-deux-Mers, à la limite des alluvions anciennes et des alluvions actuelles, vers le Château-Peychaud. C'est un calcaire criblé de Milioles, inexploité maintenant et à peine visible dans une ancienne carrière aujourd'hui recouverte par la végétation. Je n'ai pu y trouver un seul fossile caractéristique, mais, étant donnés sa position et son aspect, je ne fais aucune difficulté, jusqu'à preuve du contraire, à le rapporter au calcaire de Saint-Estèphe, comme l'a fait M. Linder sur la feuille de Bordeaux au $\frac{1}{80000}$. Je dirai seulement que la position exacte de l'affleurement n'est pas tout à fait celle qu'a figurée l'auteur précité. C'est immédiatement à l'extrémité Nord-Est du domaine du Château-Peychaud que se trouve l'ancienne exploitation que j'ai en vue.

OLIGOCÈNE.

C'est, de tous les terrains, celui qui occupe, sur la carte, l'espace le plus considérable. On le divise en Tongrien et en Aquitanien.

I. *Tongrien.*

Cet étage forme, on peut le dire, la charpente de la région, surtout le Tongrien supérieur; c'est lui qui lui donne son relief principal. Quant au Tongrien inférieur, il se rencontre surtout dans les vallées, principalement au Nord, vers la Dordogne.

Tongrien inférieur. — Le Tongrien inférieur *(Infrà-tongrien)* est représenté par la Mollasse du Fronsadais, si visible sur la rive droite de la Dordogne, et par un système d'argiles assez puissant, exploité d'ordinaire pour la fabrication des tuiles. Le plus généralement, les argiles sont sous la Mollasse, de là le nom d'*infrà-mollassiques* que je leur ai donné; mais il y en a aussi de supérieures, et il arrive fréquemment que les deux formations argiles et mollasse se remplacent mutuellement et latéralement. L'étude de la vallée du Dropt,

de Morizès à son embouchure, est très instructive à cet égard. On peut, du reste, étudier facilement cette formation dans un grand nombre de points, dans les vallées qui s'ouvrent vers la Dordogne, ou le long de cette rivière dans la partie Nord-Est de la carte, où elle atteint une assez grande altitude (près de 50 mètres). Je citerai surtout les environs de Branne, Cabara, Saint-Jean-de-Blaignac, Rauzan, les bords du ruisseau d'Arveyres, vers Saint-Germain-du-Puch, les bords du ruisseau de Gestas, principalement sous Beychac; puis, plus au Sud, les tuileries d'Haux, la base des coteaux de Casseuil, la vallée du Dropt. On en trouve aussi des lambeaux sous Bouliac, Baurech, mais, en général, elle disparaît sous le calcaire à Astéries, sur la rive droite de la Garonne.

Il y a là un plongement manifeste Nord-Sud des couches, que l'on peut facilement observer. Ainsi, dans la vallée du Tourne, la Mollasse ne se voit que sporadiquement (sous Haux, sous le château de Peyruche), et à l'embouchure (Langoiran), elle est au niveau du ruisseau, c'est-à-dire à quelques mètres d'altitude seulement.

Sur la rive gauche, elle apparaît à l'entrée de la vallée du Beuve et sous Castets-en-Dorthe, le long du canal du Midi. Pour la retrouver plus au Nord il faut aller jusqu'aux environs de Blanquefort, et encore est-elle peu visible.

Au delà, dans les limites de la carte, on ne voit pas de Mollasse, et c'est avec quelque hésitation que je rapporte au Tongrien inférieur les argiles, avec ou sans Anomies, des environs de Margaux et de Castelnau. Entre le village et la gare d'Avensan, on voit bien ces argiles sans fossiles; elles étaient exploitées autrefois.

On sait que vers Castillon-sur-Dordogne se développe, au-dessus de la Mollasse du Fronsadais, un calcaire lacustre, dit Calcaire de Castillon, rempli de silex qui va en s'épaississant vers l'Est, pour acquérir, vers Sainte-Foy, une assez grande épaisseur. Delbos lui attribue une puissance maxima de vingt mètres. J'ai démontré ailleurs qu'il ne dépassait pas les envi-

rons de Saint-Émilion à l'Ouest[1], au moins sur la rive droite de la Dordogne; en effet, il se termine en pointe au-dessous de Saint-Hippolyte.

Il était intéressant de voir s'il n'existait pas aussi dans la région de l'Entre-deux-Mers, représentée sur la carte. Je puis dire qu'il manque d'ordinaire, mais on trouve des vestiges de calcaire d'eau douce dans plusieurs points; ainsi, à la descente de Carensac, vers Tizac-de-Curton, sous le calcaire à Astéries du moulin de Fontets, commune de Morizès (rive gauche de la Vignague). On le trouve en débris dans des argiles surmontant la Mollasse du Fronsadais, sous le village de Beychac.

Dans le Médoc, le calcaire de Castillon est remplacé par celui de Civrac qui se montre déjà dans les environs de Castelnau, de Moulis, d'Arsac, où il est assez difficile à observer.

Tongrien supérieur. — Le *Tongrien supérieur* est constitué presque uniquement par le calcaire à Astéries. Cette assise, à laquelle j'ai consacré dernièrement une assez longue étude à laquelle je renvoie pour les détails[2], est souvent précédée d'argiles à huîtres (*Ostrea longirostris*, Lamk., et *O. girondica*, n. sp.); celle-ci n'est peut-être qu'une variété à côtes nombreuses de l'*O. cyathula*, Lamk., du Nord de la France. Ces argiles sont très nettes dans quelques points, notamment à Saint-Aubin-de-Blaignac, où les *O. longirostris* atteignent d'énormes dimensions; à Carensac, dans les tranchées de la route nationale; sous le village d'Haux (chemin de Créon à Langoiran). Elles sont loin d'être constantes et sont quelquefois remplacées par des argiles vertes à Milioles, d'origine marine, qu'il ne faut pas confondre avec les argiles d'eau douce qui surmontent quelquefois la Mollasse du Fronsadais. Les argiles

---

(1) Voy. Delbos, *Mémoire sur la formation d'eau douce de la partie occidentale de la Gironde* (*Mém. Soc. Géol. de France*, 2e série, t. II, 1847), et E. Fallot, *P. V. Soc. Lin. de Bordeaux*, 15 juin 1887.

(2) *Contribution à l'étude de l'étage tongrien dans le département de la Gironde* (*Mém. Soc. des Sc. phys. et nat.*, t. V, 1894).

à Milioles se voient surtout très bien vers Sainte-Eulalie, dans une butte placée un peu à l'Est du village.

Le calcaire à Astéries forme toute l'ossature de l'Entre-deux-Mers et se retrouve à l'entrée de toutes les vallées de la rive gauche de la Garonne.

Il atteint des altitudes très variables; tandis qu'on le rencontre quelquefois à 90 mètres dans le Nord de l'Entre-deux-Mers (environs de Rauzan, etc.), il s'abaisse beaucoup dans le Sud, vers le fleuve; ainsi, il ne dépasse pas 55 mètres à Bouliac, et à Bordeaux sa surface supérieure est à 10 mètres environ. Il plonge également d'une façon très nette vers l'Est, dans les environs de Cadillac, pour former une sorte de fond de bateau qui va se relever vers Verdelais et Saint-Macaire, afin de permettre aux formations aquitaniennes de Sainte-Croix-du-Mont, etc., de se développer au-dessus de lui. Il est généralement visible dans les vallées surtout, tandis qu'il est ailleurs recouvert par le dépôt superficiel de l'Entre-deux-Mers. Cependant, il est des points où il affleure à de grandes altitudes sur les plateaux, et où il est largement exploité; je citerai surtout les environs de Grézillac, Daignac, Espiet, que l'on pourrait, à bon droit, appeler le *pays de la pierre*. Il arrive souvent que ce calcaire est exploité en galeries souterraines, soit qu'on y arrive directement de l'extérieur, comme on peut le voir à Lormont ou dans la vallée de la Pimpine (environs de Cénac), soit qu'on y pénètre par de véritables puits verticaux, ainsi qu'on peut l'observer au Sud de Saint-Germain-du-Puch (1) ou vers Croignon, par exemple, sur le ruisseau.

On l'exploite aussi activement, mais alors à l'air libre, dans les environs de Quinsac, Cambes, Langoiran, Saint-Macaire, et, sur l'autre rive, dans les communes de Langon, Pujols, Preignac, Barsac, Cérons, Virelade, Saint-Morillon, etc., etc.

---

(1) La présence de ces grandes carrières m'a engagé à marquer là le calcaire comme affleurant, bien que les couches superficielles qui le recouvrent soient assez épaisses dans ce point.

Partout il a une faune marine très caractéristique, généralement représentée par des moules intérieurs ou des empreintes dans lesquels on reconnaît surtout : *Cerithium Charpentieri*, Bast., *C. plicatum*, Brug., *Diastoma Grateloupi*, d'Orb., *Ampullina (Megatylotus) crassatina*, Desh., *Turbo Parkinsoni*, Bast., *Goniocardium Matheroni*, Desh., *Lucina Delbosi*, d'Orb., *Venus Aglaurae*, Brong., et. Les Pecten (*P. Billaudeli*, Des M. p. ex.), les *Ostrea*, les *Anomia*, sont les seuls mollusques qu'on trouve partout avec le test. Il en est de même des Échinides qui sont très bien conservés et dont les espèces les plus communes sont : *Scutella striatula*, M. de Serres, *Echinolampas Blainvillei*, Ag. et *Echinocyamus piriformis*, Ag. Je rappellerai, en outre, que le calcaire à Astéries est riche en Crustacés (*Palæocarpilius*, etc.), et qu'on y trouve pas mal de Vertébrés, surtout des débris d'*Halitherium* (1).

Il y a cependant des points où le calcaire à Astéries présente les Mollusques avec le test. Je citerai surtout le niveau dit de Terre-Nègre, dans les communes de Bordeaux et Caudéran, qui semble appartenir à des couches assez inférieures, et celui de Madère-Sarcignan où on a affaire à un horizon élevé de l'assise. J'ai donné ailleurs *(loc. cit.)* les listes complètes des fossiles de ces localités, qui rappellent tout à fait la faune de Gaas (Landes).

Les gisements de Terre-Nègre sont généralement à une profondeur d'environ 6 mètres au-dessous du sol, le calcaire à Astéries étant presque toujours recouvert dans l'intérieur de Bordeaux par des formations récentes. On le voit cependant à fleur de sol vers les rues du Hautoir, Mouneyra, et en général il n'est pas profondément situé le long des vallées du Peugue et de la Devèze, ainsi que l'a indiqué M. Linder dans sa carte. Du reste, sur la rive gauche de la Garonne en général, le cal-

(1) Voir, pour plus amples détails : E. Fallot, *Contribution à l'étude de l'étage tongrien dans le département de la Gironde* (*Mém. Sc. phys. et nat.*, t. V, 4e série, 1894).

caire à Astéries est difficile à délimiter, et on est toujours tenté d'amplifier les affleurements lorsqu'il est à une petite profondeur du sol : c'est ce qu'avait fait M. Linder et c'est ce que j'ai fait dans certains cas, bien que j'aie été plusieurs fois amené à le restreindre par rapport à l'auteur précité. Je l'ai, par contre, figuré dans les tranchées du chemin de fer du Midi au sortir de Bordeaux.

Dans la partie supérieure, le calcaire à Astéries présente très fréquemment des Nummulites (*N. intermedia,* d'Arch., *vasca,* Joly et Leym., etc.), et il se termine fréquemment par des couches à Bryozoaires, d'aspect plus ou moins mollassique, ainsi qu'on peut le constater en face de Langon, par exemple (rive droite), aux environs de Sauveterre (carrières de Meyraud, à 1,500 mètres au Sud du bourg). Ici, le calcaire à Bryozoaires qui termine le calcaire à Astéries se charge de quelques paillettes de mica blanc, et passe supérieurement à une Mollasse plus ou moins grossière, d'autres fois très fine et impossible à distinguer pétrographiquement de la Mollasse du Fronsadais. C'est évidemment là la Mollasse inférieure de l'Agenais, qui se développe plus à l'Est et qui, ainsi que l'a démontré Tournouër, n'est qu'un faciès latéral du calcaire à Astéries. Ce passage latéral se voit d'une façon remarquable à Beaupuy (Lot-et-Garonne), où le calcaire se termine en pointe dans l'épaisseur de la Mollasse.

Cette dernière est au-dessus du calcaire au Sud de Sauveterre, et elle a quelques mètres d'épaisseur. C'est probablement à elle qu'il faut rapporter les bancs mollassiques qui surmontent, entre Saint-Exupéry et Morizès (dans la tranchée de Cagouille), les couches argilo-sableuses à huîtres (*Ostrea* du groupe de l'*O. cyathula*, Lamk.), dans lesquelles la partie supérieure du calcaire à Astéries, très réduit du reste, semble venir se résoudre (1).

(1) Un fait analogue se voit sur la route de Langoiran à Créon, par la vallée du Tourne. Vers le Galouchey, le calcaire à Astéries se termine supérieurement par des bancs argileux à Huîtres, mais là je n'ai pas vu de Mollasse.

J'ai suivi la Mollasse des environs de Sauveterre vers l'Ouest, où elle est souvent difficile à saisir sous la forme d'une argile sableuse gris verdâtre; néanmoins, on peut l'apercevoir près de Saint-Martial, dans un point de la route qui mène à Verdelais, dans la commune de Mourens, sous Gaillarteau; puis, plus au Nord, entre Montpezat et Saint-Pierre-de-Bat, elle forme les berges d'un lavoir à l'entrée de ce dernier village. J'en ai retrouvé des vestiges sur la route de Sauveterre à Créon, jusque dans les environs de Bellebat. Je ne l'ai pas vue plus à l'Ouest; au Nord, je l'ai retrouvée vers Rauzan, notamment à côté de la route de Blasimon, vers La Veyrie.

II. *Aquitanien.*

A. *Rive droite.* — C'est généralement au-dessus de cette Mollasse plus ou moins rudimentaire, ou directement sur le calcaire à Astéries, qu'apparaissent dans l'Entre-deux-Mers des argiles grisâtres ou verdâtres, avec ou sans concrétions calcaires, qui passent à un calcaire très blanc, d'aspect lacustre plus ou moins continu, dont la position semble correspondre à celle du calcaire blanc ou inférieur de l'Agenais. C'est ce qui se voit, par exemple, dans les environs de Mourens, de Montpezat, Castelvieil; on peut en avoir également une idée au-dessus de Loupiac, vers l'église, ou bien dans la côte entre Langon et Verdelais, ou enfin sur la route de Saint-Maixant à Sainte-Croix-du-Mont. Ces argiles, passant à des calcaires d'eau douce en plaquettes, se voient quelquefois à de grandes altitudes, comme à La Veyrie, près Rauzan (112 mètres), ou à Cazevert (121 mètres). Cette formation d'argiles à concrétions ou à débris de calcaire d'aspect lacustre se rencontre dans un grand nombre de points, notamment sur la route de Créon à Sauveterre, aux environs de Bellebat, au nord de Targon; des débris trouvés dans les champs me font penser qu'elle existe aussi vers Curton (105 mètres), au nord de La Sauve. Il arrive quelquefois que le calcaire d'aspect lacustre est déve-

loppé presque dès le début de la formation, comme par exemple à 2 kilomètres au Sud de Créon, sur la route de Saint-Genès-de-Lombaud, où il forme une assise continue au-dessus des couches à huîtres qui terminent là le calcaire à Astéries.

Dans l'intérieur de l'Entre-deux-Mers, c'est peut-être à Bellebat que le calcaire lacustre est le plus net et le plus développé, mais je n'ai pu y trouver de fossiles typiques (1) comme, par exemple, dans les environs de Violle, Loupiac; là, vers Couloumet, le Calcaire est pétri de *Planorbis cornus*, Brong. var. *solidus*, Thom. Parmi les autres localités où le calcaire lacustre est typique et fossilifère, il faut signaler Monprimblanc, Gabarnac. A Omet, sur les flancs de la vallée qui est au Sud du village, le calcaire lacustre repose directement sur le calcaire à Astéries sans intermédiaire d'argile.

Outre les points que j'ai marqués sur la carte, je n'ignore pas que des lambeaux insignifiants de calcaire d'eau douce existent dans d'autres localités de l'Entre-deux-Mers, mais la plupart du temps ils sont difficiles à constater ou trop peu importants pour être marqués sur la carte. Je citerai surtout les communes de Tresses, La Tresne, Fargues, Pompignac, Villeneuve-de-Rions et Rions, comme présentant des vestiges épars de cette formation. Celui de Tresses est signalé depuis longtemps, mais je n'ai pas pu le retrouver jusqu'ici. Enfin, comme détail intéressant, j'indiquerai la découverte que M. Reyt a faite, à Bouliac, de morceaux de calcaire à Planorbes remaniés dans le diluvium du plateau.

Tous ces faits démontrent surabondamment qu'à la fin de la période tongrienne, au moment du retrait de la mer du calcaire à Astéries, il s'est constitué dans l'Entre-deux-Mers un ou plusieurs grands lacs qui ont recouvert la région.

---

(1) A Gaillarteau, au Sud de Mourens, j'ai recueilli cependant des morceaux de calcaire bréchoïde grisâtre, rempli de Planorbes, mais je ne sais pas exactement quelle est la position de ce calcaire dans l'Aquitanien; ces débris étaient mélangés dans les champs à ceux de l'Aquitanien moyen, d'origine marine, très net dans cette localité.

Ce sont les sédiments déposés par ces lacs qui constituent l'Aquitanien inférieur. Malheureusement, ils ont été démantelés par les érosions quaternaires, et ce n'est que vers le Sud de la région qu'ils prennent une certaine importance et une certaine continuité.

Si l'on se rapporte à ce qu'ont écrit les auteurs, l'Aquitanien n'est guère représenté dans l'Entre-deux-Mers qu'aux environs de Sainte-Croix-du-Mont. Il n'en est rien, ainsi que je viens de le démontrer pour les couches d'eau douce de la division inférieure, et je vais également le prouver pour l'Aquitanien moyen, d'origine marine, qui a pénétré dans l'intérieur, bien plus loin qu'on ne l'avait pensé jusqu'ici. Sous ce rapport, les cartes publiées sont absolument inexactes, et j'estime que celle que j'ai dressée présente un progrès considérable à ce sujet.

L'Aquitanien moyen est constitué à Sainte-Croix-du-Mont par des calcaires sableux jaunâtres (Mollasse coquillière de Drouot) présentant à la base de nombreuses huîtres plissées (*O. producta,* R. et D.), des scutelles (*Sc.* cf. *Bonali,* Tourn. in coll. (1) et quelques Turritelles. Plus haut, viennent les bancs d'*Ostrea undata,* Lamk., tant de fois décrits. Dans la propriété Dumeau, le banc d'huîtres n'a pas moins de 7 mètres de puissance et l'on y a creusé des caves et une chapelle. Sous l'église, il se divise en deux.

A la partie supérieure (même propriété), se voit un banc de calcaire blanchâtre, à *Potamides, Dreissena Brardi,* d'Orb., qui est probablement un représentant très atténué de l'Aquitanien supérieur.

J'ai retrouvé l'Aquitanien marin très net beaucoup plus au

(1) Tournoüer a désigné sous le nom de *Scutella Bonali* une Scutelle de Pindères (Lot-et-Garonne), déposée au Muséum de Bordeaux, dont les dimensions sont en quelque sorte intermédiaires entre celles de *Scutella striatula,* M. de Serres, du calcaire à Astéries, et *Scutella subrotunda,* Lamk., de la Mollasse de Léognan. Néanmoins, je n'ose assimiler complètement l'espèce de Sainte-Croix à celle du Lot-et-Garonne qui semble être à peu près du même âge et de même taille, mais dont les ambulacres sont un peu différents.

Nord, dans les communes de Saint-Martial, Mourens, Castelvieil et Gornac [1].

Une des localités les plus typiques à ce sujet est la butte du Moulin de Gravetier, au Nord-Est de Saint-Martial.

Là, on voit, évidemment au-dessus d'un rudiment de mollasse inférieure de l'Agenais, des argiles grisâtres et blanchâtres à concrétions calcaires, avec débris d'apparence lacustre (Aquitanien inférieur), surmontées par des argiles à *Ostrea aginensis*, Tourn. de grande taille, admirablement conservées. Ces dernières sont recouvertes par un banc de Mollasse marine peu épaisse, analogue à celle que je vais décrire plus loin.

A Gornac, on a la même succession, en montant au moulin de Cazeau, où la Mollasse marine, épaisse de 1 à 2 mètres, repose également sur des couches argileuses à *O. aginensis*, Tourn. Cette même Mollasse se voit du reste en sortant du village, sur la route de Saint-Martial, sur une assez longue distance.

Il en est de même à Castelvieil. Le village est bâti dessus et elle repose sur des couches argileuses avec petits bancs de calcaire d'eau douce très nets. Au lieu dit Cabaron (110 mètres), la Mollasse marine est particulièrement développée; elle a été exploitée sur 4 à 5 mètres de hauteur vers la partie Nord-Ouest de la butte et nous a offert, dans la tranchée du chemin placé à l'Est, de superbes *Amphiope* sp. ind., de taille remarquable et d'une conservation parfaite. En descendant la butte du côté occidental, on peut revoir les argiles avec débris d'*Ostrea aginensis*, Tourn.

Enfin, on trouve encore la Mollasse vers le moulin de Gaillarteau (commune de Mourens) où elle est remplie de fossiles aquitaniens, malheureusement à l'état d'empreintes : *Cerithium plicatum*, Brug., *corrugatum*, Bast. Elle repose là sur une argile grise à petites huîtres *(O. producta?)* qui, elle-même, surmonte des argiles avec calcaire d'eau douce. Le tout repose

[1] Quelques huîtres et un ou deux autres débris fossiles provenant très probablement de la collection Pigeon, déposée jadis au Muséum de Bordeaux, m'ont mis sur la voie de cette découverte.

sur la Mollasse argileuse inférieure de l'Agenais que l'on voit un peu plus au Sud, sur la route qui va vers Le Gris. C'est dans les vignes plantées sur la Mollasse marine de Gaillarteau que j'ai rencontré le calcaire bréchoïde à Planorbes que j'ai cité plus haut. Mais il était en morceaux, sans qu'on puisse voir ses rapports stratigraphiques avec les autres couches.

La présence de la Mollasse marine de l'Aquitanien moyen, en tout cas de sa partie inférieure, aussi loin dans l'Entre-deux-Mers, est fort intéressante et montre que la mer aquitanienne y a pénétré beaucoup plus qu'on ne l'avait pensé. Je ne l'ai pas trouvée plus au Nord; cependant, quelques débris vus au sommet de la butte de La Veyrie (route de Rauzan à Blasimon), à 112 mètres d'altitude, au-dessus des couches d'eau douce, me laissent quelques doutes à ce sujet. Peut-être les débris d'apparence marine que j'y ai vus appartiennent-ils au calcaire à Astéries (1) et ont-ils été apportés lors de la construction d'une maisonnette qui se trouve là.

Quoi qu'il en soit, on sait maintenant que, dans l'Entre-deux-Mers, partie Sud, on a des chances de rencontrer des lambeaux d'Aquitanien moyen marin dans les buttes qui atteignent 105-125 mètres d'altitude (2). Ces buttes sont autant de témoins qui ont résisté à l'érosion quaternaire. J'ajouterai qu'un fait intéressant, c'est la présence de l'*Ostrea aginensis*, si fréquente dans le Lot-et-Garonne et dans le Bazadais au même niveau (3). La partie supérieure de l'Aquitanien moyen et l'Aquitanien supérieur ne semblent pas exister au Nord de Sainte-Croix, dans les localités sus-indiquées.

B. *Rive gauche.* — L'Aquitanien de la rive gauche de la Garonne est en général assez différent de ce qu'il est sur la

(1) Rien ne ressemble à certains faciès du calcaire à Astéries comme la Mollasse marine de l'Aquitanien moyen.

(2) Je ne l'ai pas vue dans la butte des Moulins de Dugot, à Castelvieil, qui atteint 104 mètres.

(3) Je n'ai jamais trouvé cette espèce à Sainte-Croix-du-Mont, pas plus que je n'ai trouvé plus au Nord l'*Ostrea undata*, Lamk.

rive droite, au moins dans les limites de la carte, *qui ne comprend pas le Bazadais.*

Dans les vallées du Bordelais, le calcaire à Astéries est généralement surmonté d'argiles jaunes et vertes, avec ou sans concrétions calcaires, sans interposition de Mollasse (Mollasse inférieure de l'Agenais). Ces argiles se lient d'une façon très nette à celles qui contiennent la faune saumâtre de l'Aquitanien inférieur. J'ai pu voir ce fait à La Brède, des deux côtés de la vallée, par suite de tranchées fraîchement réparées, ou par suite du creusement de nouveaux fossés d'assainissement. Ainsi, en prenant la route de La Brède à Martillac, on voit les argiles panachées de vert et de jaune, sans fossiles, qui affleurent au niveau du moulin dans le bourg et dans les prairies de la rive gauche du ruisseau, passer insensiblement à des argiles à Cérithes (Aquitanien type); sur la rive droite, elles passent à celles de la tranchée du chemin de fer qui contiennent la faune si caractéristique de l'Aquitanien inférieur. J'ai revu le même fait à Martillac sous la propriété de La Garde. Ces argiles sont également visibles le long de la vallée du Gua-Mort en amont de Saint-Morillon, entre le moulin de Luzié et Cabanac (Pouquet). Là, en effet, au milieu de l'inextricable fourré à travers lequel coule le ruisseau, c'est la seule assise que j'aie pu apercevoir de temps en temps sous le Sable des Landes.

L'Aquitanien se voit plus ou moins complet le long des vallées de la rive gauche. C'est dans la vallée de Saucats, le long du ruisseau de Saint-Jean-d'Estampes, qu'il est le mieux développé. Il comprend, comme je l'ai dit ailleurs (1) :

1° A la base, des argiles bleues et blanches à *Neritina Ferussaci*, Recluz, *Cerithium calculosum*, Bast., *plicatum*, Brug., *Lucina dentata*, Bast., visibles au moulin de Bernachon et présentant inférieurement un banc lacustre signalé par M. Lartet.

(1) *Esquisse géologique du departement de la Gironde* (*Feuille des Jeunes Naturalistes*, 1889).

2° Un calcaire sableux, jaune (dit roche sableuse, jaune), visible près de Bernachon, et en général dans les berges du ruisseau jusqu'au moulin de l'Église, et rappelant la Mollasse de Sainte-Croix-du-Mont et le grès de Bazas, avec une faune saumâtre et marine (Cérithes abondants, *Lucina incrassata*, Dub., etc.). Ce serait l'Aquitanien moyen.

3° Un calcaire lacustre (dit de Saucats), facile à voir dans la tranchée de la route du Son, sur la rive gauche, avant le moulin de l'Église.

4° Un falun saumâtre dans la même tranchée, marin à Lariey.

5° Une argile avec banc de calcaire lacustre, formant le haut de la tranchée, horizon très mince, du reste (1).

Ces trois dernières assises pourraient constituer l'Aquitanien supérieur.

Le n° 3 et le n° 5 ont à peu près la même faune où dominent *Planorbis cornu*, Brong., var. *solidus*, Thomae, et *Limnæa girondica*, Noulet. Les espèces sont plus facilement détachables dans le n° 5 que dans le n° 3.

Quant au falun n° 4, son faciès saumâtre présente surtout des Cérithes (*Cerithium submargaritaceum*, d'Orb., *plicatum*, Brug.), *Cyrena Brongniarti*, Bast., etc.

A Lariey, la faune est assez riche. J'y citerai principalement :

Melongena Lainei, Bast.
Murex Lassaignei, Bast.
Buccinum baccatum, Bast. var. *minor*.
Nassa aquitanica, May.
Cerithium corrugatum, Bast.
— *subclavatulatum*, d'Orb.
— *plicatum*, Brug.
— *submargaritaceum*, d'Orb.
Trochus Bucklandi, Bast.
Venus ovata, Penn.
Cytherea undata, Bast.
Lucina incrassata, Dub.
— *dentata*, Bast.
Corbula carinata, Duj.
Cardita hippopœa, Bast.
Arca cardiiformis, Bast.
— *barbata*, Lin.
Mytilus aquitanicus, May, etc.

C'est une faune typique pour l'Aquitanien supérieur. A

(1) Voy. Tournouër, *Bull. Soc. Géol.*, 2e série, t. XIX, p. 1035 et suiv.

Lariey, le falun, qui renferme surtout les *Mytilus* à sa base, repose sur le calcaire lacustre perforé. Dans les cavités abondent : *Jouannetia semicaudata,* Des M., *Pholas Branderi,* Bast., *Ungulina unguiformis,* Bast.

L'Aquitanien n'est pas toujours aussi facile à subdiviser que je viens de l'indiquer aux environs du moulin de l'Église. C'est ce qu'on peut voir le long du ruisseau de Moras ; c'est ce qu'on voit aussi entre La Brède et le Gua-Mort.

Ainsi, par exemple, dans la tranchée du chemin de fer, à 500 mètres environ de La Brède, en allant vers Saint-Morillon, on trouve à la base une assise argileuse bleuâtre avec *Neritina Ferussaci,* Recluz, *Melongena Lainei,* Bast., *Cerithium calculosum,* Bast., *C. plicatum,* Brug., *C. fallax,* Grat., *C. papaveraceum,* Grat., *Lucina dentata,* Bast., *Lucina incrassata,* Dub., *Cytherea undata,* etc., passant à des couches plus sableuses jaunâtres se terminant par des plaquettes gréseuses à *Lucina globulosa,* Desh. Cet ensemble représente au moins l'Aquitanien inférieur et moyen, sinon le tout ; cependant, je n'y ai pas trouvé le calcaire d'eau douce, qui est assez caractéristique de l'Aquitanien supérieur (au moins le n° 3, car le n° 5 manque généralement partout).

Plus loin, à Lassalle, en allant vers Saint-Morillon, on retrouve au-dessus des argiles bleues de l'Aquitanien inférieur un falun très riche avec :

Oliva subclavula, d'Orb.	*Cerithium calculosum,* Bast.
Buccinum baccatum, Bast. var. *minor.*	— *plicatum,* Brug.
Proto Basteroti, Ben.	— *margaritaceum,* Broc.
Turritella terebralis, Lam. var.	*Cytherea undata,* Bast.
	Cyrena Brongniarti, Bast., etc.

Les mêmes assises se revoient vers Rambaud et dans divers points sur les flancs de la vallée du Gua-Mort ; aussi ai-je cru devoir relier tous ces gisements et marquer une bande continue d'Aquitanien, comme avait fait M. Linder, bien que leur continuité soit souvent cachée par le Sable des Landes.

Parmi les plus intéressants, il faut signaler celui qui se

trouve vers le Pont-du-Claron, au Sud du hameau de Courrens, où les *Cerithium margaritaceum*, Broc., atteignent des dimensions remarquables et présentent généralement l'ouverture entière. J'ai trouvé là, avec tous les Cérithes de l'Aquitanien, la *Fasciolaria tarbelliana*, Grat., espèce langhienne (1).

Sur la rive gauche du Gua-Mort, je citerai encore le gisement du Plantat, dont M. Benoist a donné la coupe (2); elle comprend, surtout en haut, des couches saumâtres à Cérithes avec intercalations lacustres, et plus bas un falun marin très typique indiquant apparemment un niveau moyen de l'Aquitanien, avec:

Strombus trigonus, Grat.
Hemifusus tarbellianus, Grat.
Melongena Lainei, Bast.
Turritella Desmaresti, Bast.
Monodonta elegans, Bast.
Natica (Cernina) compressa, Bast.
Cytherea undata, Bast.
Lucina incrassata, Dub., etc.

L'Aquitanien inférieur existerait plus bas sous forme d'un sable argileux bleu.

L'Aquitanien inférieur et l'Aquitanien moyen se trouvent aussi à Gassie, d'après Tournouër.

J'ai décrit ailleurs *(loc. cit.)* le gisement de Pouquet, près Cabanac, qui présente une faune ayant les plus grandes affinités avec celle de Lariey et qui renferme déjà quelques espèces langhiennes (*Turritella turris*, Bast., *Fasciolaria tarbelliana*, Grat., *Cytherea erycina*, Lam.). Ce niveau semble, par sa faune, un peu supérieur à celui qui affleure dans la propriété de M. Labat, où le faciès argileux rappelle plutôt l'Aquitanien inférieur, mais où la *Neritina Ferussaci* est déjà roulée, et où on trouve pas mal d'espèces de Lariey.

En suivant la rive droite du Gua-Mort, on retrouve des lambeaux aquitaniens fossilifères à quelque distance du ruisseau, vers Darriet, Chiret, Pinot. Ils se rapportent par leur faune, comme je l'ai montré (3), à l'Aquitanien moyen et supérieur.

(1) E. Fallot, *Note sur l'Aquitanien dans la vallée du Gua-Mort* (*P.-V. Soc. Lin.*, 4 décembre 1889).
(2) *Actes Soc. Lin.*, t. XXXI, p. XXXVIII.
(3) E. Fallot, *P.-V. Soc. Lin.*, 4 décembre 1889.

M. Degrange-Touzin a retrouvé les mêmes couches en allant vers le château de Saint-Selve. Elles sont particulièrement fossilifères entre le Raton et Durand. J'ai donc indiqué sur la carte une bande continue d'Aquitanien le long de la vallée du Gua-Mort, sur son flanc droit, mais je n'ai vu nulle part le contact de cet étage avec le Tongrien (calcaire à Astéries) qui est exploité le long du Gua-Mort, dans Saint-Morillon (1).

Je n'ai pas retrouvé l'Aquitanien plus au Sud, dans les limites de la carte, sauf dans le point que j'ai indiqué à propos du Crétacé supérieur entre Haut-Villagrains et Peyot. Mais il existe très net entre Landiras et Bommes, en dehors des confins de la carte (2).

L'Aquitanien réapparaît plus au Nord ; on peut l'étudier dans les environs de Martillac, Léognan, Canéjan, Talence, Saint-Médard-en-Jalles et Le Haillan.

A Martillac, l'Aquitanien est beaucoup plus étendu que ne l'a indiqué M. Linder. On le voit très net entre Lartigue et Lantic, dans les vignes, et surtout dans la propriété de La Garde, où des fossés nouvellement creusés permettent de l'étudier. Il se montre aussi le long du ruisseau, particulièrement vers le Breyra, et au Nord dans les vignes, où on peut ramasser de nombreux fossiles. Il nous a semblé en général très difficile à subdiviser. Cependant, à la base, il présente ordinairement des argiles bleues se liant ou se confondant avec les argiles panachées, à concrétions, qui recouvrent le calcaire à Astéries, très peu développé dans cette vallée. Ces argiles bleues sont fossilifères au Breyra, où j'ai recueilli : *Cerithium pseudothiarella*, d'Orb., *C. plicatum*, Brug., *C. girondicum*, May., *Lucina dentata*, Bast.

Dans la propriété de La Garde, ce qui est surtout visible, ce sont des calcaires sableux et argileux rappelant les couches de

(1) M. Linder n'avait pas reconnu ces gisements et n'avait point indiqué l'Aquitanien sur la rive droite.

(2) D'après Tournouër, les argiles à concrétions calcaires se voient sous Artigues (près Landiras).

Bazas. Là, les *Cerithium calculosum, margaritaceum,* abondent avec les principales espèces de l'Aquitanien moyen. Au Nord du Breyra, j'ai recueilli par contre une faune qui a des affinités langhiennes très nettes, ainsi qu'on peut le voir par la liste suivante, et qui doit se placer au niveau de l'Aquitanien supérieur :

Oliva subclavula, d'Orb.
Melongena cornuta, Ag. (de petite taille).
Tudiola rusticula, Bast.
Turritella turris, Bast.
Cerithium fallax, Grat.
— *margaritaceum,* Broc.
— *subclavatulatum,* d'Orb.
— *papaveraceum,* Bast.
— *calculosum,* Bast.
Cerithium bidentatum, Grat.
— *plicatum,* Brug.
Trochus Bucklandi, Bast.
Cardita hippopœa, Bast.
Cytherea undata, Bast.
Lucina ornata, Ag.
Corbula gibba, Olivi.
Arca barbata, Lin.
— *clathrata,* Desh.

L'Aquitanien reparaît dans la commune de Léognan. Tournouër a fait connaître la succession des couches sur le ruisseau, et attiré particulièrement l'attention sur le niveau inférieur, les argiles bleues à *Neritina Ferussaci,* Recluz, *Cerithium calculosum,* Bast., et *plicatum,* Brug., du moulin des Sables. Les couches supérieures sont mal représentées là; cependant la roche jaune (n° 2) de la vallée de Saucats y existe, mais fortement démantelée.

J'ai pu, par contre, les étudier au château du Thil, sur les confins des communes de Léognan et de Martillac, dans des canaux d'irrigation et d'assainissement creusés dans la forêt au Sud-Ouest de la propriété.

Des blocs épars de calcaire à Cérithes se rencontrent un peu partout à la surface du sol, et, dans les berges, on peut voir des argiles sableuses jaunâtres remplies de fossiles dont l'ensemble indique plutôt la partie supérieure de l'étage aquitanien. J'y citerai surtout :

Oliva Dufresnei, Bast.
Nassa aquitanica, May.
Buccinum baccatum, var. *minor,* Bast.
Turritella Desmaresti, Bast.
Cerithium calculosum, Bast.
— *subclavatulatum,* d'Orb.
— *plicatum,* Brug.

Cerithium margaritaceum, Broc.
— *pseudothiarella*, d'Orb.
— *girondicum*, May.
— *fallax*, Grat.
— *corrugatum*, Bast.
Trochus Bucklandi, Bast.
Monodonta Araonis, Bast.
Neritina Ferussaci, Recluz.
Grateloupia difficilis, Bast.
— *irregularis*, Bast.
Lucina incrassata, Dub.
— *ornata*, Ag.
— *columbella*, Lk.
Arca barbata, Lin.

On y aurait aussi trouvé *Melongena Lainei*, Bast.

J'y ajouterai encore deux ou trois espèces langhiennes, telles que *Oliva clavula* (*O. subclavula*, d'Orb.), Bast., *Turritella terebralis*, Lk. Du reste, ce falun se lie à un niveau langhien très net dans les mêmes fossés sans que j'aie vu aucune trace de calcaire d'eau douce entre les deux. (Voir plus loin.)

L'Aquitanien se retrouve plus au Nord, vers Canéjan, dans la vallée de l'Eau-Bourde.

On peut le voir aussi dans celle du Peugue, où M. de Sacy a recueilli dernièrement en amont de la Ferme-École (commune de Pessac), le long du ruisseau, dans un falun grisâtre :

Conus aquitanicus, May. (rare).
Oliva subclavula, d'Orb.
Fusus burdigalensis, Bast. (rare).
Murex cœlatus, Grat.
Melongena Lainei, Bast.
Turritella Sandbergeri, May.
— *terebralis*, Lam. var.
Cerithium bidentatum, Grat.
— *plicatum*, Brug.
— *papaveraceum*, Bast.
— *margaritaceum*, Broc.
— *corrugatum*, Bast.
— *girondicum*, May.
— *galliculum*, May.
Natica aquitanica, May.
— *(Cernina) compressa*, Bast.
— *neglecta*, May.
— *Josephinia*, Risso.
Monodonta (Clanculus) Araonis, Bast.
Neritina Ferussaci, Recluz.
Helix girondica, Noulet (non roulé).
Corbula carinata, Duj.
Cytherea Lamarcki, Ag.
Venus aglauræ, Brong. (var. de Mérignac).
Lucina incrassata, Dub.
— *ornata*, Ag.
— *columbella*, Lamk.
— *leonina*, Desh.
Cardium Grateloupi, May.
— *burdigalinum*, Lam.
Cardita hippopœa, Bast.
Cytherea undata, Bast.
Cyrena Brongniarti, Bast.
Donax affinis, Desh.
Mytilus aquitanicus, May.
Ostrea aginensis, Tourn. (roulée).
Etc., etc.

Ce gisement, qui renferme déjà quelques espèces langhiennes rares du reste, appartient sans doute à l'Aquitanien supérieur,

et il est recouvert sur la rive droite par des assises à faune langhienne inférieure qui affleurent dans les fossés de la route, sans qu'il y ait trace de calcaire d'eau douce intercalé, ce qui rappelle la disposition des assises du château du Thil.

A mesure qu'on va vers le Nord-Ouest, l'Aquitanien supérieur présente des affinités langhiennes de plus en plus marquées : c'est ce que démontre l'étude de la faune célèbre du *falun-type* de Mérignac (propriété Baour), où l'on trouve avec les Cérithes ordinaires de l'Aquitanien les formes marines typiques du même étage, comme :

Melongena Lainei, Bast.
Murex cœlatus, Grat.
Turritella Desmaresti, Bast.
Natica aquitanica, May.
— *compressa*, Bast.
Trochus Bucklandi, Bast.
Monodonta (Clanculus) Araonis, Bast.
Cardita hippopœa, Bast.
Tellina aquitanica, May.
Cytherea undata, Bast.
Venus aglauræ, Brong., var.
Cyrena Brongniarti, Bast.
Lucina incrassata, Dub.
— *globulosa*, Desh.
— *dentata*, Bast.
Arca cardiiformis, Bast.
Mytilus aquitanicus, May.

et en même temps des espèces langhiennes soit des niveaux inférieurs (Peloua, Thibaudeau), soit même de niveaux plus élevés :

Ancillaria glandiformis, Lamk.
Cassis crumena, Lamk.
Ranella tuberosa, Bon.
— *subgranifera*, d'Orb.
Melongena cornuta, Ag.
Fusus burdigalensis, Bast.
Voluta rarispina, Lamk.
Strombus Bonelli, Brong.
Buccinum subpolitum, d'Orb.
Calyptræa deformis, Lamk.
Cardium Grateloupi, May.
— *burdigalinum*, Lamk.
Cytherea erycina, Lamk.
Venus islandicoides, Lamk.
Mactra striatella, Lamk.

Ce niveau est sans doute inférieur à un autre placé dans la même propriété où la faune langhienne est plus typique (voir plus loin). Mais déjà ici, le passage de l'Aquitanien au Langhien est extrêmement marqué, comme dans toute la région avoisinante (Saint-Médard, le Haillan); il y a là une série de faluns *mixtes* difficiles à classer, qui fournissent un argument important en faveur d'une nouvelle classification des assises ter-

tiaires. Celle-ci, déjà défendue par Tournouër, par M. Mayer, Eymar les diviserait en deux grands groupes : le *Paléogène*, comprenant l'Éocène et le Tongrien, et le *Néogène*, formé de tous les étages supérieurs, à partir de l'Aquitanien inclusivement (1).

Enfin, l'Aquitanien se voit encore plus au Nord, le long de la Jalle, vers le moulin de Gajac, où M. Degrange-Touzin l'a décrit (2), et vers Saint-Médard-en-Jalle (au camp des Lanciers), où Tournouër a signalé un affleurement du falun de Mérignac.

MIOCÈNE.

Le Miocène n'est représenté dans la Gironde et par conséquent sur la carte que par ses deux étages inférieurs, le Langhien et l'Helvétien. Ces deux séries ne se montrent que dans quelques vallées de la rive gauche de la Garonne, vers leur extrémité occidentale, c'est-à-dire qu'elles sont en retrait sur les assises précédentes, la mer semblant s'être retirée petit à petit du bassin de l'Aquitaine.

Langhien.

Le Langhien (3) peut se diviser en trois sous-étages (inférieur moyen et supérieur), comme je l'ai indiqué depuis longtemps (4), mais les analogies du faciès, presque toujours *falunien* (calcaires sableux coquilliers, généralement délités sous forme de sables) et les relations fauniques qui existent entre les diverses assises rendent cette classification souvent très difficile à appliquer.

De plus, les affleurements étant très restreints (5), visibles

---

(1) Voyez surtout E. Fallot, *Annuaire géologique universel*, t. V et VIII.

(2) *Actes Soc. Lin.*, t. XXXIV, p. LIV.

(3) Je conserve ce terme de Langhien qui ne me semble pas devoir être proscrit de la nomenclature et je le préfère à celui de Burdigalien qui me paraît inutile et mal choisi (Voy. surtout, à ce sujet, *Bull. Soc. Géol.*, 3e série, t. XXI, p. LXXVII et suite).

(4) *Esquisse géol. du départ. de la Gironde*, 1889.

(5) Ils ont été le plus souvent très exagérés sur la carte.

presque uniquement dans les berges mêmes des ruisseaux, ne permettent pas toujours de se rendre compte de la disposition stratigraphique des couches les unes par rapport aux autres. Ce n'est donc que par de nombreuses coupes et une étude très détaillée des faunes que l'on peut arriver à une succession à peu près exacte.

Sous ce rapport, la vallée de Saucats présente, comme pour l'Aquitanien, la série la plus complète.

Le Langhien inférieur repose au moulin de l'Église, sur le calcaire n° 5 de l'Aquitanien supérieur, sous la forme d'un falun rosé ou mieux jaune-rougeâtre, que l'on peut voir sur la rive gauche du ruisseau, en amont de la route du Son. Il était autrefois visible dans les carrières de Giraudeau, placées près de là. La faune de ce falun est maintenant très difficile à étudier, bien qu'on trouve quelques fossiles à la surface des champs; mais, il y a quelques années, on pouvait la rencontrer avec une richesse et une abondance de formes incomparables au lieu dit *le Peloua*, sur la rive droite.

Le falun, recouvert d'une assez mince couche de terre végétale, est tout à fait épuisé actuellement; mais on a pu y recueillir plus de 400 espèces différentes. Je citerai comme les plus caractéristiques :

Conus tarbellianus, Grat.
Ancillaria glandiformis, Lamk.
Cassis Rondeleti, Bast.
— *saburon*, Lamk.
— *crumena*, Lamk.
— *elegans*? Grat. (1).
* *Murex subasperrimus*, d'Orb.
— *aquitanicus*, Grat.
Triton nodiferum, Lamk.
Persona tortuosa, Borson.
Ranella tuberosa, Bon.
— *subgranifera*, d'Orb.
— *marginata*, Brong.
Strombus Bonelli, Brong.
* *Ficula condita*, Sism.
* *Tudicla rusticula*, Bast.
* *Melongena cornuta*, Ag.
* *Xenophora Deshayesi*, Micht.
* *Proto cathedralis*, Blainv.
* *Turritella terebralis*, Lamk.
Cerithium Salmo, Bast.
* *Cardium burdigalinum*, Lamk.
Cardita pinnula, d'Orb.
* *Pectunculus cor*, Bast.
* *Pecten burdigalensis*, Lamk.
Etc., etc.

(1) Cette espèce est si mal décrite par Grateloup qu'on ne peut l'y assimiler d'une façon positive.

Il y a dans cet ensemble un certain nombre d'espèces qui se retrouvent abondamment dans la faune typique de Léognan (Coquilla); elles sont marquées d'un astérisque, mais à côté d'elles il y a une série de formes jusque-là considérées comme rarissimes dans les faluns de la Gironde, et dont quelques-unes se retrouvent ailleurs beaucoup plus haut, comme par exemple *Cassis saburon, Ancillaria glandiformis* (1), etc.; néanmoins, la position du falun du Peloua à la base du Langhien est fixée par ce fait qu'il est recouvert un peu plus loin par le falun-type de Léognan (à une cinquantaine de mètres au nord-est du champ), et que, d'autre part, il présente à sa base, avec de nombreux Polypiers, des blocs à peine roulés du calcaire d'eau douce de l'Aquitanien supérieur, évidemment démantelé sur place par la mer langhienne.

J'ajouterai qu'une fouille récente a permis à M. de Sacy de trouver quelques espèces aquitaniennes dans le sable argileux, grisâtre et onctueux sur lequel il repose. J'ai pu déterminer, en effet, les espèces suivantes :

Cerithium plicatum, Brug.
Neritina Ferussaci, Recluz.
Lutraria sanna, Bast.
Lucina incrassata, Dub.
Lucina globulosa, Desh.
— *dentata,* Bast.
Circe Deshayesi, Bast.
Cytherea undata, Bast.

J'y ajouterai *Planorbis cornu*, Brong., var. *solidus*, Thom., complètement détachés, et une ou deux espèces indiquant l'approche du Miocène proprement dit, comme par exemple un *Trochus patulus*, Broc., de très petite taille.

Enfin, un dernier fait très important, c'est la présence dans le falun du Peloua lui-même d'une faune de Cérithes aquitaniens, non roulés, qui impriment à la faune un caractère un peu plus ancien que ne le ferait croire la liste indiquée plus haut. J'y citerai surtout les *Cerithium plicatum,* Brug., *subclavatulatum,* d'Orb., *corrugatum,* Bast., *girondicum,* May., etc., etc.

(1) Dans la Gironde, *Ancillaria glandiformis*, comme *Cerithium Salmo* paraissent caractéristiques du Langhien inférieur.

Le falun du Peloua, par sa faune mixte, par sa position stratigraphique, est donc bien à la base du Langhien; il se rapproche donc surtout, comme les faluns inférieurs de Léognan que je vais étudier, de certains horizons de Saint-Paul-les-Dax, de celui de Sausset (Bouches-du-Rhône) et de celui de Loibersdorf (Autriche); mais il a aussi de grandes analogies avec le falun-type de Mérignac, que quelques espèces marines caractéristiques m'engagent à laisser dans l'Aquitanien supérieur.

Le *Langhien moyen* est représenté dans la vallée de Saucats par le falun jaune de Lacassagne, qui semble se lier au falun rose du moulin de l'Église et par le falun bleu du moulin de Laguës qui le surmonte. Ces deux faluns ont la même faune : celle du Langhien-type de Léognan (falun jaune du Coquilla et falun bleu du bois de Léognan).

On peut y citer :

Vaginella depressa, Daud.
Buccinum (Cominella) Veneris, Fauj.
Melongena cornuta, Ag.
Murex subasperrimus, d'Orb.
— *lingua bovis*, Bast.
Ficula condita, Sism.
Fusus burdigalensis, Bast.
Tudicla rusticula, Bast.
Cancellaria acutangula, Fauj.
Xenophora Deshayesi, Micht.
Turritella terebralis, Lamk.
Turritella turris, Bast.
Proto cathedralis, Blainv.
Voluta rarispina, Lamk.
Venus casinoides, Bast.
— *islandicoides*, Lamk.
Cytherea erycina, Lamk.
Cardium girondicum, May.
— *burdigalinum*, Lamk.
Tapes vetula, Bast.
Arca girondica, May.
Pectunculus cor, Lamk.
Avicula phalenacea, Lamk.
Pecten Beudanti, Bast.
Pecten burdigalensis, Lamk.
Ostrea digitalina, Eich.
Etc., etc.

Le Langhien supérieur est formé à Saucats par les niveaux de la Coquillière [1] et de Pont-Pourquey. Le premier, surtout caractérisé par la *Mactra striatella*, Lamk. et la *Lucina columbella*, Lamk. (grande variété) valvée, est immédiatement surmonté par le falun blanc-jaunâtre de Pont-Pourquey si

[1] Le falun de Gieux semble au même niveau.

riche en mollusques, en acéphales surtout. On peut y citer :

Terebra plicaria, Bast.
Terebra Basteroti, Nyst.
Oliva Basteroti, Defr.
Buccinum baccatum, Bast (grande variété).
Buccinum subpolitum, d'Orb.
Sigaretus aquensis, Recluz.
Cerithium pictum, Bast.
Mactra striatella, Lamk.
Tellina strigosa, Gmel.
— *bipartita*, Bast.
— *senegalensis*, Hanley.
Donax transversa, Desh.
Lucina ornata, Ag.
— *columbella*, Lamk.
Grateloupia triangularis, Bast.
Dosinia Basteroti, Ag.
Ostrea gingensis, Schlot. Etc., etc.

Quelques coquilles d'eau douce existent à la partie supérieure du falun de Pont-Pourquey; j'y citerai: *Planorbis cornu*, Brong., var. *solidus*, Thom., *Helix involuta*, Th., mais elles n'y forment point un véritable horizon; elles indiquent peut-être l'embouchure d'un cours d'eau.

Si nous remontons vers le Nord, dans la vallon de Moras, nous retrouvons le Langhien, où il existe des faluns jaunâtres qui se terminent par le falun bleu (niveau de Lagues) avec les fossiles les plus typiques.

On retrouve le même étage à Martillac (Pas-de-Barreau) où on voit un falun jaune assez analogue au niveau de Léognan (le Coquilla) et de Saucats (La Cassagne). Dans la commune de Léognan, le Langhien inférieur et le Langhien moyen sont fort bien représentés.

Le premier est surtout caractérisé par la *Mollasse ossifère* si typique de la localité et par quelques niveaux faluniens, le deuxième par le falun jaune du Coquilla et le falun bleu du bois sur lesquels je ne reviendrai pas, ayant donné une idée de leur faune en décrivant le Langhien moyen de Saucats.

Quant à la Mollasse ossifère, elle renferme surtout des dents de poissons (*Carcharodon megalodon*, Ag., *Lamna*, *Oxyrhina*, *Myliobates*, *Notidanus*), des Échinides tels que *Scutella subrotunda*, Lamk., *Echinolampas hemisphæricus*, Ag., *Echinolampas Laurillardi*, Ag., *Clypeaster Scillæ*, Des Moul., *Clypeaster crassicostatus*, Ag., et des *Pecten (Pecten burdigalensis)*. On y a trouvé ancienne-

ment de superbes débris de vertébrés, *Squalodon Grateloupi*, P. Gerv., *Zeuglodon vasconum*, Delf., *Plotornis Delfortriei*, A. Edw., *Pelagornis miocenus*, *Sula pymœa*, A. Edw., *Chelonia girondica*, Delf., dont quelques échantillons provenant de la collection Delfortrie figurent au Muséum de Bordeaux.

La Mollasse présente quelquefois des niveaux fossilifères avec coquilles très bien conservées; c'est ce qu'on peut voir, par exemple, dans la propriété de M. Thibaudeau, et c'est également le niveau qui a été rencontré au Château-Olivier. Les fossiles les plus caractéristiques de cet horizon inférieur sont :

Conus aquitanicus, Tourn.	*Tellina planata*, Lin.
Ancillaria glandiformis, Lamk.	— *lacunosa*, Chem.
Rostellaria dentata, Grat.	*Cardium Grateloupi*, May.
Cerithium Salmo, Bast.	*Cytherea Lamarcki*, Ag. Etc.

Mais à côté d'eux existent beaucoup de formes typiques du Coquilla.

Dans ces derniers temps, j'ai pu étudier la même zone dans les fossés d'assainissement de la forêt du château du Thil, sous forme d'un falun argileux bleuâtre, se liant intimement avec les couches aquitaniennes que j'ai décrites plus haut. J'y indiquerai surtout :

Oliva subclavula, d'Orb.	*Donax transversa*, Desh.
Tudicla rusticula, Lk.	*Tellina bipartita*, Bast.
Ficula condita, Sism.	*Cardium Grateloupi*, Bast.
— *burdigalensis*, Sow.	— *girondicum*, May.
Cerithium Salmo, Bast.	*Lucina columbella*, Lamk.
Turritella terebralis, Lamk.	*Lucina ornata*, Ag.
Sigaretus aquensis, Recluz.	*Pectunculus cor*, Lamk.
Ancillaria glandiformis, Lamk.	Etc., etc.

Le Langhien inférieur se voit le long du ruisseau de l'Eau-Bourde, particulièrement vers Canéjan, où la Mollasse dite de Léognan existe et est fossilifère. Les niveaux qui viennent au-dessus sont encore peu étudiés; mais à Cestas, vers Fourc et sous le bourg, dans le ruisseau, comme aussi dans le cime-

tière, on peut retrouver le Langhien supérieur (falun de Pont-Pourquey), où j'ai recueilli :

Buccinum baccatum, Bast. (grande variété de Pont-Pourquey).
Buccinum subpolitum, d'Orb.
Oliva Basteroti, Defr.
Tudicla rusticula, Bast.
Sigaretus aquensis, Recluz.
Mactra striatella, Lamk.
Tellina lacunosa, Chem.
Grateloupia irregularis, Bast.
Donax transversa, Desh.
— *affinis*, Desh.
Lucina ornata, Ag.
Pectunculus cor, Lamk.
Etc., etc.

On peut y citer aussi quelques espèces d'eau douce, comme au même niveau dans la vallée de Saucats : *Helix involuta*, Th., *H. osculum*, Th., y auraient été trouvés par M. Benoist.

Le Langhien existe aussi à Pessac, dans la propriété Eschenauer, sur les bords du ruisseau. M. Benoist y a cité des espèces typiques de Léognan (Coquilla), telles que *Vaginella depressa*, *Cancellaria acutangula*, *Fusus burdigalensis*, *Trochus patulus*, *Venus islandicoides*, et d'autres de niveaux plus inférieurs, *Cerithium salmo*, *Turritella Desmaresti*, etc. (1). C'est peut-être aussi au Langhien inférieur ou à un falun mixte faisant le passage entre l'Aquitanien et le Langhien qu'il faut rapporter les sables coquilliers de la propriété Grangeneuve. Le Langhien a aussi été reconnu au Haut-Livrac.

Enfin, le Muséum de Bordeaux possède quelques espèces langhiennes (*Turritella terebralis*, *Venus islandicoides*, *Pectunculus cor*, etc.) venant d'une excavation placée à côté de la propriété Clouzet, à 300 mètres du village de Monteils. M. Linder, qui a fait don de ces coquilles, avait accompagné l'envoi d'une note manuscrite dans laquelle il rapporte ce gisement ou falun de Léognan, et indique que le même falun existe dans un sondage à 9m50 sous le sol. Il signale la limite du falun de Léognan entre Monteils et le moulin d'Arlac, où se trouve le falun de Mérignac.

J'ai indiqué plus haut dans la vallée du Peugue et dans la même commune vers la Ferme-École l'Aquitanien supérieur;

(1) Voy. *Actes Soc. Lin.*, t. XXXII, p. VIII.

il est surmonté par un falun jaunâtre où domine *Conus aquitanicus,* May., et où l'on peut citer *Ancillaria glandiformis,* Lamk., *Oliva subclavula,* d'Orb., *Cassis crumena,* Lamk., *Natica Josephinia,* Risso, *Lucina leonina,* Desh., etc. C'est la base du Langhien inférieur sans doute. Un peu plus haut (toujours dans les fossés de la route), on trouve à peu près les mêmes espèces avec quelques Pleurotomes du niveau de la propriété Thibaudeau, et *Ficula condita,* Sism., *Fusus burdigalensis,* Bast., *Turritella terebralis,* Lamk., *T. Desmaresti,* Bast., *T. turris,* Bast., *Cancellaria acutangula* (jeune), Fauj., *Venus casinoides*, Bast., *Corbula carinata*, Duj., *Lucina columbella,* Lamk., *Pectunculus cor,* Lamk. C'est bien là, dans l'ensemble, une faune langhienne inférieure très nette.

Le Langhien inférieur existe encore à Mérignac, dans la propriété Baour, où se trouve le falun-type de cette localité, dont j'ai parlé au sujet de l'Aquitanien supérieur. M. Degrange-Touzin, qui y a rencontré des vestiges de calcaire d'eau douce, débris d'une couche très mince qui séparait peut-être les deux ruisseaux, a recueilli là une faune qui rappelle beaucoup celles de Léognan inférieur et du Peloua. Les espèces aquitaniennes y deviennent rares, et, à côté des espèces typiques du Langhien inférieur ou des couches de passage telles que *Ancillaria glandiformis,* Lamk., *Conus aquitanicus,* May., *Rostellaria dentata,* Grat., *Cerithium salmo*, Bast., *Cardium Grateloupi,* May., on peut citer une bonne partie de la faune du Coquilla :

Vaginella depressa, Daud.
Cancellaria acutangula, Fauj.
Voluta rarispina, Lamk.
Ficula condita, Sism.
Turritella turris, Bast.
Calyptræa deformis, Lamk.
Trochus patulus, Broc.
Euthria contorta, Grat.

Cytherea erycina, Lamk.
Cardium burdigalinum, Lamk.
— *girondicum,* May.
Tapes vetula, Bast.
Tellina bipartita, Bast.
— *planata,* Lin.
Arca girondica, May.
Etc., etc.

Plus anciennement, Tournouër avait signalé le falun jaune

de Léognan à Mérignac au delà de l'Église, dans les jardins à droite du village.

Des faluns analogues comme faune à ceux que je viens de citer à Mérignac existent dans les communes du Haillan et de Saint-Médard, présentant toujours des faunes mixtes.

A 500 mètres au Sud du moulin de Gajac, M. Degrange-Touzin a signalé une assise évidemment supérieure à l'Aquitanien visible le long du ruisseau, et qui renferme une faune où les espèces aquitaniennes se mêlent aux espèces langhiennes. Celles-ci, parmi lesquelles je remarque bien des formes que je viens d'inscrire dans la liste ci-dessus, m'ont engagé à placer ce niveau à la base du Langhien, ce que j'ai indiqué sur la carte.

Le Muséum possède une petite série du Haillan où je note: *Oliva subclavula,* d'Orb., *Ancillaria glandiformis,* Lamk., *Natica Josephinia,* Risso, *Turritella terebralis,* Lamk., *Trochus patulus,* Broch., *Cytherea Lamarcki,* Ag., *Venus casinoides,* Bast., etc., que je rapporte aussi au Langhien inférieur.

A Saint-Médard-en-Jalle, on voit réapparaître dans le Langhien inférieur le faciès de la Mollasse ossifère de Léognan. Les bancs exploités à Caupian présentent la même faune qu'à Léognan, les mêmes dents de Poissons, les mêmes Échinides, tels que *Echinolampas hemisphæricus* et *Laurillardi,* et le très rare *Clypeaster Scillæ,* dont un bel échantillon a été donné dernièrement à la Faculté par le Dr Busquet. Les autres fossiles (*Pecten* excepté) sont à l'état de moules et indiquent bien la faune de Léognan.

Helvétien.

Des mollasses jaunâtres se continuent aussi le long de la Jalle; mais elles sont impossibles à suivre bien loin, à cause du fourré inextricable à travers lequel passe le ruisseau. Peut-être y a-t-il là des représentants du Langhien moyen et du Langhien supérieur.

Quoi qu'il en soit, on a cité depuis longtemps vers Martignas, sur un affluent de la Jalle, une mollasse gris jaunâtre autrefois exploitée et riche en fossiles, surtout à l'état de moules. La présence de *Panopæa Menardi*, Desh., d'*Arca turonica*, Duj., et surtout de *Cardita Jouanneti*, Desh., et de *Pecten Besseri*, Andrez (1), a engagé les auteurs à placer cette mollasse à la base de l'Helvétien. Les Échinides, parmi lesquels domine l'*Echinolampas hemisphæricus*, rappellent beaucoup la faune de Saint-Médard. Cependant les collections de la Faculté renferment *Conoclypeus semiglobus*, Desor., qui paraît provenir de cette localité. Cette espèce caractérise, comme on le sait, la mollasse helvétienne typique de Narrosse (Landes).

Si les dimensions de la carte ne m'ont pas permis de figurer les lambeaux les plus étendus de cet étage dans le département, c'est-à-dire ceux de Salles, je n'en dois pas moins citer les couches qui affleurent au fond de la vallée de Saucats depuis Cazenave, où elles reposent sur le falun de Pont-Pourquey, jusqu'à la Sime. Ce falun argilo-sableux renferme comme espèces caractéristiques : *Cardita Jouanneti*, Desh., *Lucina borealis*, Lin., *Venus multilamella*, Lamk., *Pectunculus pilosus*, Lin., *Arca helvetica*, May., *Trochopora conica*, d'Orb., etc.

C'est la couche tertiaire la plus élevée que l'on rencontre dans les confins de la carte et je pourrais dire aussi de la Gironde, car ni le Tortonien, ni le Sarmatien, ni le Messinien, ni aucun étage du Pliocène marin n'est représenté dans le département. La mâchoire d'*Elephas meridionalis* trouvée au Gurp, près Soulac, sous la grande dune, et déposée au Muséum de Bordeaux, pourrait seule faire présager la présence d'un lambeau appartenant à l'Arnusien ou Sicilien ; encore les dents offrent-elles déjà, d'après M. Harlé, des caractères qui rapprochent l'espèce d'*Elephas antiquus*, Falc.

---

(1) Voy. Benoist, *Actes Soc. Lin.*, t. XXXII, p. 97.

FORMATIONS DE RECOUVREMENT.

Ces formations jouent un rôle considérable dans la région; elles y sont puissantes et recouvrent d'immenses espaces, cachant ainsi le plus souvent les formations constitutives.

Je les ai représentées par deux couleurs, l'une indique les plus anciennes, celles qu'on pourrait appeler quaternaires, c'est-à-dire le Sable des Landes, le Dépôt superficiel de l'Entre-deux-Mers, les Alluvions anciennes; l'autre représente les sédiments de l'époque actuelle, ce sont les Alluvions récentes.

Toutes ces formations se ressemblent; ce sont des cailloux de diverse nature, en général très bien roulés, des sables, le tout entremêlé d'argiles. Le Sable des Landes présente toujours à une certaine profondeur une couche de grès ferrugineux compact, l'*alios*, qui constitue une assise imperméable amenant la stagnation des eaux.

Dans le Sable des Landes, les cailloux sont surtout quartzeux, et la partie superficielle, généralement formée de sable fin que les vents emportent au loin, a pu contribuer à la formation des dunes. S'il présente, dans la grande lande, dans les forêts de pins, un faciès bien typique, il est moins bien caractérisé vers les bords de la formation et là on ne sait comment le délimiter.

J'ai donc été amené à réunir sous la même teinte les trois premières formations sus-indiquées, par le fait qu'il me paraît très difficile d'établir, d'une part, une limite exacte entre le Sable des Landes et les Alluvions anciennes qui recouvrent le flanc gauche de la vallée de la Garonne, d'autre part, entre ces mêmes Alluvions ou celles de la Dordogne et le Dépôt de l'Entre-deux-Mers. Cette constatation amènerait logiquement à la conclusion que toutes ces formations sont de même origine et de même âge. Ce serait résoudre d'un mot un problème des plus compliqués et des plus obscurs.

Dans un travail déjà ancien, M. Linder [1], frappé de ces analogies, avait placé les formations susdites à l'époque quaternaire, et, ne pouvant renoncer à une origine marine pour le Sable des Landes, avait tenté de les expliquer par un envahissement de la mer, une sorte de vague énorme qui aurait remonté jusque vers le Plateau Central, et, en se retirant, aurait abandonné sur son passage les sables, graviers et cailloux qui constituent les dépôts que nous étudions.

Cette opinion semble bien improbable et l'on peut se demander si on ne pourrait pas, au contraire, expliquer les faits par une vaste formation diluvienne dont les caractères se modifieraient un peu suivant certaines circonstances géographiques ou géologiques. C'est cette hypothèse que je vais examiner.

Tout d'abord on peut poser en principe qu'il ne viendra à l'idée de personne que le Dépôt de l'Entre-deux-Mers, et à plus forte raison les cailloutis désignés sous le nom d'Alluvions anciennes soient d'origine marine. A ce taux, il faudrait admettre que tous les dépôts caillouteux quaternaires de la France et de l'Europe sont de même origine, ce qui serait absurde.

Du reste, on a trouvé des restes d'animaux terrestres dans ces dépôts : ainsi, le *Rhinoceros Mercki*, à Laroque, commune de Bassens, à 15 ou 20 mètres d'altitude, l'*Elephas antiquus* dans la tranchée des Quatre-fils-Aymon, près de la station de Gironde, entre 19 et 24 mètres [2].

Les Alluvions anciennes qui recouvrent le calcaire à Astéries à Cadillac [3] ont fourni, dans le jardin de l'hospice des aliénés, des restes de *Rhinoceros* et d'*Elephas*.

D'autre part, le Sable des Landes, dont l'aspect en grandes masses, dans l'intérieur des grandes forêts de pins de la région

---

(1) *Actes Soc. Lin.*, t. XXVI.

(2) Voy. Harlé, *Bull. Soc. Géol.*, 3e série, t. XXII, p. 532.

(3) Par suite d'une erreur de coloriage de la carte, on a figuré comme alluvions récentes la partie de ces formations qui sont à l'Est de la route de Cadillac à Loupiac, ce sont des alluvions anciennes qui recouvrent là le calcaire à Astéries.

landaise, rappelle en effet assez bien les formations littorales, n'a jamais fourni un seul débris d'origine marine. Or, on sait que certaines coquilles marines résistent assez bien aux chocs répétés, au roulement de la vague, et il n'est pas rare de trouver dans les poudingues actuels, c'est-à-dire au milieu de cailloux qui ont été fortement roulés, des débris de coquilles marines fort reconnaissables; il se forme de nos jours un poudingue de ce genre vers la pointe de Coubre.

Dans le Sable des Landes on n'a rien trouvé jusqu'ici et cela sur des étendues immenses (il recouvre environ 1,400 kilomètres carrés dans le S.-O.) et sur des profondeurs considérables (les sondages d'Arcachon et de Marcheprime lui donnent environ 50 mètres d'épaisseur en ces points, et peut-être a-t-il 80 mètres dans quelques endroits).

Il n'y a donc pas un fossile qui puisse amener à considérer positivement le Sable des Landes comme marin. Je sais bien qu'on n'y trouve pas de coquilles d'eau douce, ni de coquilles terrestres, mais celles-ci *(Helix, Clausilia)* (1) sont si ténues, si fragiles, qu'elles ne peuvent se comparer aux coquilles marines et qu'elles ont pu être complètement détruites. Du reste, on sait combien les cours d'eau en charrient peu. Les seuls débris organiques qui soient signalés dans le Sable des Landes, sont des morceaux de bois lignitifié, fait qui se voit surtout à l'embouchure des fleuves.

Si l'on admettait que le Sable des Landes n'est pas marin, il faudrait l'expliquer par un transport diluvien provenant de toutes les parties en relief qui entouraient le Bassin de l'Aquitaine (Plateau Central, Pyrénées) à partir de l'époque où la mer l'a quitté définitivement, et surtout au début de la période quaternaire, caractérisée partout par les grandes précipitations atmosphériques.

Dans ce cas, les masses d'eau, suivant la pente naturelle du

---

(1) Il s'agit ici de la masse même de la formation, car à sa base M. Linder a signalé quelques coquilles terrestres (Léognan).

sol, devaient s'accumuler dans la partie la plus déclive du bassin, c'est-à-dire vers la mer, et pouvaient y constituer le dépôt que nous connaissons, mélange de sables, de cailloux et d'argiles. Ce dépôt prenait d'autant plus d'épaisseur que la région occidentale du bassin constitue, depuis une époque géologique très reculée, une aire d'affaissement des plus nettes.

Il suffit, pour s'en convaincre, de jeter un regard sur la carte; on voit, par exemple, la surface supérieure du calcaire à Astéries qui est à 90 mètres vers Rauzan (Nord de l'Entre-deux-Mers), descendre à 10 mètres vers Langon (au S.); on voit les lambeaux lacustres de l'Aquitanien inférieur atteignant 110 mètres et plus dans la même région, descendre à des altitudes de 15 à 20 mètres dans le Sud; l'Aquitanien marin, à 125 mètres à Castelvieil, descend à 30 mètres dans la Lande. On peut donc admettre que le Nord de l'Entre-deux-Mers est resté en place, tandis que la partie Sud s'affaissait; mais cet affaissement de la partie émergée, si net surtout à partir de la période aquitanienne, n'allait pas sans *un affaissement concomitant du fond de la mer avoisinante*. Cet affaissement explique comment le rivage de la mer langhienne est en retrait sur le rivage de la mer aquitanienne, et comment celui de la mer helvétienne est également en retrait sur celui de la mer langhienne, enfin comment le rivage actuel est en retrait sur celui de la dernière mer tertiaire. C'est donc par des courbes concentriques que l'on pourrait représenter ces différents rivages, la plus intérieure, c'est-à-dire celle qui est le plus près du centre géométrique du bassin, représentant le rivage le plus récent (1).

C'est précisément cette grande aire d'affaissement que les

(1) L'affaissement existe encore de nos jours, mais il est lent et la mer tend à empiéter de nouveau sur le territoire qu'elle avait quitté. Ce fait est signalé aussi bien à Arcachon qu'à la pointe de Grave et dans le sol même de Bordeaux. M. Harlé, qui semble disposé à admettre cet affaissement *(loc. cit.)*, n'y a peut-être pas suffisamment insisté.

apports diluviaux seraient venus combler sous la forme du Sable des Landes, et cela, comme je l'ai dit, au début de l'ère quaternaire, car M. Linder a signalé à sa base, à Léognan, des coquilles vivant encore actuellement *(Helix nemoralis, Cyclostoma elegans)* et le même fait existerait à La Brède. Je ne vois donc aucune raison de placer le Sable des Landes dans le Pliocène supérieur, comme l'admettent certains auteurs.

Ce qu'on peut dire, c'est que son dépôt a précédé le creusement des vallées en général, puisqu'il fallait qu'il existât pour qu'il fût creusé par les cours d'eau qui le traversent actuellement (la Leyre, les affluents de gauche de la Garonne). Mais, d'autre part, rien ne prouve que les grandes vallées comme celles de la Garonne n'aient pas déjà été ébauchées à cette époque.

En résumé, si l'on adoptait l'origine d'eau douce, on pourrait se représenter le Sable des Landes comme le résultat d'une sorte de vaste delta torrentiel compris entre deux grandes artères fluviales, Gironde et Garonne d'une part, Adour d'autre part, et traversés seulement par quelques cours d'eau, relativement faibles par rapport à sa masse (Leyre, etc.), comme les deltas actuels en présentent. J'ajouterai que l'expression *delta* pourrait sembler justifiée par l'allure géographique de tous les cours d'eau provenant des Pyrénées et par la forme triangulaire de l'aire de dépôt du Sable des Landes. Ce serait comme si la quantité d'eau qui l'a formée, étant venue à diminuer, s'était séparée petit à petit en cours d'eau parallèles ou convergents, et que, n'ayant plus la force nécessaire pour traverser la masse de dépôts que les eaux avaient accumulés devant elles, elles se soient déversées les unes à gauche, les autres à droite, les unes vers l'Adour, les autres vers la Garonne. Enfin, cette hypothèse d'une sorte de delta aurait l'avantage de ne pas supprimer l'action marine qui se serait exercée comme toujours vers l'extérieur, et de considérer les étangs du littoral actuel comme les lagunes laissées par la mer, que l'on voit dans cer-

tains deltas et les dunes comme des dépôts de sable *marin* accumulés par les vents [1].

Quant au Dépôt de l'Entre-deux-Mers, il paraît être un des résultats du phénomène diluvien, mais se présentant dans des conditions spéciales. Le Dépôt de l'Entre-deux-Mers est surtout une formation argilo-siliceuse plus ou moins colorée en brun ou en rouge par l'hydroxyde de fer, et ne présente pas toujours, tant s'en faut, des nappes de cailloux roulés ; cependant on peut en voir de beaux exemples dans certains points, à Saint-Germain-de-Grave par exemple, où ils sont sur une grande épaisseur, et dans quelques autres localités. Il doit être en partie le résultat du lavage opéré par les eaux diluviennes sur les argiles et sur les calcaires tongriens en place. Le calcaire plus ou moins dissous a été entraîné; la partie insoluble (argile, silice) est restée en place, recouvrant le tout d'un manteau uniforme.

Quant aux cailloux quartzeux ou autres, aux sables amenés par les eaux descendant du Plateau Central, ils ont dû souvent passer sur l'Entre-deux-Mers sans s'y arrêter, ou tout au moins ne s'y sont-ils accumulés que dans des points particuliers pour aller s'amonceler dans cette sorte de fosse qui constitue l'aire du dépôt du Sable des Landes.

On pourrait donc ne voir dans le dépôt de ces deux formations (Sable des Landes et Dépôt de l'Entre-deux-Mers) qu'un seul et même phénomène empruntant aux circonstances géographiques leur aspect particulier. Mais, je le répète, le problème n'est pas résolu et il faut de nouvelles recherches et de nouveaux faits pour être éclairé sur l'origine réelle du Sable des Landes dont l'allure, comme je le disais en commençant, rappelle aussi les dépôts littoraux.

Il est évident enfin qu'une fois ces premiers sédiments formés, il y a eu des points d'élection où les phénomènes de

---

[1] Rien n'empêcherait du reste que le Sable des Landes soit d'origine diluvienne vers l'intérieur et marine vers l'extérieur.

creusement ont pu se produire plus particulièrement, et je ne verrais pour ma part aucune impossibilité à ce que le creusement primitif et principal de la Garonne ait pu se produire surtout aux points où les deux principaux courants (celui des Pyrénées et celui du Plateau Central) venaient se rencontrer. Il y avait, du reste, là une circonstance adjuvante très nette : c'est celle d'une dépression naturelle *ancienne* sur laquelle j'ai insisté ailleurs, et qui existait entre la ligne anticlinale crétacée (Villagrains-Landiras) et la région charentaise. Le fond de cette dépression devait suivre à peu près l'emplacement de la vallée actuelle entre Langon et Bordeaux.

Une fois ébauchées, les grandes vallées ont continué à se creuser pour arriver à leur état actuel, et à mesure que ce creusement se produisait, leurs alluvions devaient se spécialiser, si je puis ainsi dire. Mais lorsqu'on quitte les bords du fleuve pour gagner les coteaux restés témoins du creusement à son origine, on trouve des dépôts qu'on peut de moins en moins séparer, soit du Sable des Landes, soit des cailloux de l'Entre-deux-Mers, et on arrive à réunir le tout sous le nom de formations de recouvrement anciennes.

Cette difficulté de séparation est très visible sur le terrain d'abord; d'autre part, il n'y a qu'à regarder, par exemple, la carte de M. Raulin et les feuilles publiées par M. Linder, pour voir que ces deux auteurs n'admettent pas la même limite aux deux formations. M. Raulin a imaginé une ligne fictive qui se maintient uniformément à une quinzaine de kilomètres environ de la Garonne actuelle; d'un côté, à l'Ouest, ce serait le Sable des Landes; de l'autre côté, à l'Est, les Alluvions anciennes. M. Linder a compris cette limite d'une autre façon, sans indiquer sur quel critérium il s'appuyait; quant à moi, je suis arrivé jusqu'ici à un résultat négatif et la vérité m'oblige à l'indiquer. J'ai renoncé à marquer la séparation entre le Sable des Landes et les terrasses alluviales les plus anciennes, et je ne sais si je pourrai y arriver plus tard d'une façon positive.

Quant aux Alluvions récentes, elles ne se séparent aussi des

anciennes que d'une façon fictive; j'ai cru devoir désigner sous ce nom celles qui correspondent aux crues extraordinaires des deux fleuves (Garonne et Dordogne), c'est dire qu'elles ne dépassent généralement pas, dans l'étendue de la carte, l'altitude de 10 mètres et se maintiennent souvent au-dessous dans les basses vallées (1).

Partout elles recouvrent des alluvions anciennes qui ne paraisssent pas toujours sur les bords et qui manquent généralement sur la rive droite de la Garonne où les coteaux presque à pic, constitués par le Tongrien, viennent pour ainsi dire jusqu'au bord du fleuve. Enfin, j'en ai marqué généralement une mince ligne le long des principaux affluents, bien que, souvent, elles soient peu visibles, cachées, en tout cas, par la terre végétale et les prairies.

19 Juin 1895.

---

(1) Dans la crue de 1875, la Garonne est montée jusqu'à 13 mètres au-dessus de l'étiage.

Tableau indiquant la succession des assises géologiques représentées sur la carte

FORMATIONS de recouvrem[t]	Actuelles. — Alluvions récentes, correspondant aux grandes crues.						
	Quaternaires ou Pleistocènes			Alluvions anciennes. Sable des Landes. — Dépôt superficiel de l'Entre-deux-Mers.			
TERRAINS TERTIAIRES.	Pliocène. — Manque.						
	Miocène	Messinien. — Manque.					
		Sarmatien. — Manque.					
		Tortonien. — Manque.					
		Helvétien.		Faluns de Cazenave et de la Sime (Saucats), à *Cardita Jouanneti*. Mollasse de Martignas.			
		Langhien.	Supr.— Faluns blanc jaunâtre de Saucats	b. Pont Pourquey, a. Gieux, La Coquillière, et de Cestas			
			Moy.— Faluns-types de Léognan.	b. Falun bleu du bois de Léognan, de Lagues, de Moras. a. Falun jaune du Coquilla (Léognan), de La Cassagne (Saucats).			
				Faciès mollassique.	*Faciès falunien.*		
			Infr.	Mollasse ossifère de Léognan, Canéjan, St-Médard-en-Jalle.	Faluns infrs de Léognan (Thibaudeau, Château Olivier, Château du Thil supr); de Saucats (Giraudeau ou Min de l'Eglise, Le Peloua); de Mérignac (niveau supr de la prop. Baour); de Pessac (Ferme-Ecole); du Château de Gajac, etc.		
	Oligocène	Aquitanien	sup.	Plaquettes à *Dreissena* et *Potamides* de Ste-Croix-du-Mont.	5° Calc. lacustre sup. de la route du Son. 4° Faluns de Lariey et de la route du Son. 3° Calc. lacustre inf. de la route du Son.	Faluns de Mérignac (type), de Martillac (p. parte), du Thil infr, de Pessac (Ferme-Ecole infr), de Cabanac (Pouquet), etc.	Néogène.
			moy.	Calc. sableux marin (Mollasse coquillère) de Ste-Croix-du-Mont. *Idem* et argiles à *O. aginensis* inférieurement, de St-Martial, Gornac, Castelvieil, Mourens.	Roche sableuse jaune de la vallée de Saucats.	Faluns de Lassalle, de Martillac (La Garde), etc.	
			inf.	Calc. d'eau douce de l'Entre-deux-Mers, avec argiles grises passant inférieurement aux argiles à concrétions calcaires.	Argiles bleues à *Neritina Ferussaci* des vallées de la rive gauche, passant inférieurement aux argiles panachées à concrétions calcaires.		
		Tongrien	sup. Stampien	Mollasse argilo-sableuse des environs de Sauveterre, Saint-Martial, etc. (Mollasse inférieure de l'Agenais). Calcaire à Astéries. Argiles à *Ostrea longirostris* et *girondica*. — Argiles à Milioles.			
			inf. Infra-tongrien	Calc. lacustre de Carensac, Morizès (représentant le calc. de Castillon et de Civrac). Mollasse du Fronsadais. Argiles infra-mollassiques et argiles à Anomies du Médoc.	Système argileux et mollassique de la vallée du Dropt.		Paléogène ou Nummulitique.
	Éocène	Priabonien. — Calcaire marin de Saint-Estèphe (Moulis, Castelnau, Margaux). Bartonien (n'affleure pas) (1). Lutétien (n'affleure pas). Suessonien (n'affleure pas et douteux dans la profondeur).					
Terrains secondaires	Crétacé	Garumnien (manque). Maëstrichtien. — Couches supérieures de Villagrains. Campanien. — Couches inférieures de Villagrains.					

(1) Présente peut-être une trace à l'O. du point indiqué Margaux.

SUR
L'ÉLECTRODYNAMIQUE
DES MILIEUX DIÉLECTRIQUES

PAR P. DUHEM

PROFESSEUR DE PHYSIQUE THÉORIQUE A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE BORDEAUX

PREMIER MÉMOIRE
Propriétés fondamentales des courants de déplacement.

INTRODUCTION

On sait que l'électrodynamique des milieux diélectriques, telle que Maxwell l'a esquissée, repose sur des hypothèses incompatibles avec les théories classiques de l'électricité, ce qui porte un grand nombre de physiciens à abandonner ces théories.

Helmholtz a tenté de rattacher l'électrodynamique des milieux diélectriques aux doctrines traditionnelles; toutefois, ses équations ne semblent pas conformes à certaines lois annoncées par Maxwell et vérifiées par l'expérience.

Notre but est de continuer l'œuvre de Helmholtz et de montrer comment toutes les lois expérimentalement vérifiées qui découlent des idées de Maxwell, peuvent être également déduites d'une méthode qui ne brise pas la tradition.

CHAPITRE I[er]

Induction exercée, dans les corps conducteurs, par les courants de déplacement.

§ 1. *Définition des flux et des courants de déplacement.*

Imaginons un diélectrique polarisé. Soient $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ les valeurs, au point (x, y, z) et à l'instant t, des composantes de la polarisation. Le point matériel qui se trouve, à l'instant t, en (x, y, z) se trouve à l'instant $(t + dt)$ en un point $(x + \delta x, y + \delta y, z + \delta z)$, δx, δy, δz n'étant égaux à 0 que si le diélectrique est immobile. Si le diélectrique avait entraîné avec lui sa polarisation, les composantes de celle-ci auraient pour valeurs nouvelles $\mathcal{A} + \delta\mathcal{A}$, $\mathcal{B} + \delta\mathcal{B}$, $\mathcal{C} + \delta\mathcal{C}$, $\delta\mathcal{A}$, $\delta\mathcal{B}$, $\delta\mathcal{C}$ étant donnés par les égalités

$$(1) \qquad \left\{\begin{aligned} \delta\mathcal{A} &= \mathcal{C}\,\omega' - \mathcal{B}\,\omega'', \\ \delta\mathcal{B} &= \mathcal{A}\,\omega'' - \mathcal{C}\,\omega, \\ \delta\mathcal{C} &= \mathcal{B}\,\omega - \mathcal{A}\,\omega', \end{aligned}\right.$$

où $\omega, \omega', \omega''$, sont les composantes de la rotation subie, pendant le temps dt, par l'élément qui entoure le point (x, y, z).

En général, cet élément n'aura pas simplement entraîné sa polarisation, mais celle-ci aura changé de grandeur et de direction au sein de l'élément, en sorte que ses composantes $\mathcal{A} + d\mathcal{A}$, $\mathcal{B} + d\mathcal{B}$, $\mathcal{C} + d\mathcal{C}$, à l'instant $t + dt$, seront en général différentes de $\mathcal{A} + \delta\mathcal{A}$, $\mathcal{B} + \delta\mathcal{B}$, $\mathcal{C} + \delta\mathcal{C}$.

Nous poserons

$$(2) \qquad \left\{\begin{aligned} d\mathcal{A} - \delta\mathcal{A} &= \varphi\, dt, \\ d\mathcal{B} - \delta\mathcal{B} &= \psi\, dt, \\ d\mathcal{C} - \delta\mathcal{C} &= \chi\, dt. \end{aligned}\right.$$

Nous nommerons les quantités φ, ψ et χ ainsi définies les *composantes du flux de déplacement* au point (x, y, z), à l'instant t. Nous adoptons ce mot *flux de déplacement* parce que, créé par Maxwell, il est aujourd'hui généralement en usage; nous ne lui attribuons pas d'autre signification que celle qui vient d'être définie.

Si le diélectrique est en repos, la définition précédente se simplifie. Imaginons que les composantes $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, de la polarisation soient exprimées en fonctions des coordonnées x, y, z et du temps t; il est facile de voir que nous aurons

$$(3) \qquad \left\{ \begin{aligned} \varphi &= \frac{\partial}{\partial t}\mathcal{A}(x, y, z, t), \\ \psi &= \frac{\partial}{\partial t}\mathcal{B}(x, y, z, t), \\ \chi &= \frac{\partial}{\partial t}\mathcal{C}(x, y, z, t). \end{aligned} \right.$$

La notion de flux de déplacement conduit à la notion de *courant de déplacement* comme la notion du flux électrique ordinaire (que nous nommerons dorénavant *flux de conduction*) conduit à la notion de courant électrique ordinaire (que nous nommerons dorénavant *courant de conduction*) :

Imaginons qu'une courbe fermée infiniment petite d'aire Ω se déplace et se déforme, tandis qu'un de ses points décrit la courbe S, et que son plan demeure constamment normal à cette courbe. Cette courbe engendre un espace filiforme que nous supposerons rempli par une substance diélectrique. Nous imaginerons que ce diélectrique soit le siège de flux de déplacement, assujettis seulement à être, aux divers points d'une même section Ω, parallèle à la tangente menée à la courbe S au point où elle rencontre cette section. Si nous convenons de désigner par la même lettre S la direction de cette tangente, nous dirons que *la quantité*

$$(4) \qquad j = \int_{\Omega} \left[\varphi \cos(S, x) + \psi \cos(S, y) + \chi \cos(S, z) \right] d\Omega$$

est l'intensité du courant de déplacement qui traverse la section dans le sens de la tangente S.

L'intensité j peut varier lorsqu'on passe d'une section Ω du fil diélectrique à une autre section du même fil. Lorsqu'elle a la même valeur pour toutes les sections droites du fil, le courant de déplacement est dit ***uniforme.***

§ 2. ***Force électromotrice d'induction engendrée par un courant de déplacement dans un fil conducteur.***

Imaginons un système formé de fils conducteurs et de fils diélectriques, les premiers pouvant être parcourus par des courants de conduction et les seconds par des courants de déplacement; supposons en outre que tous ces fils soient mobiles et déformables.

Soit ds un élément de fil conducteur; à l'instant t, sa résistance est $R ds$ et il est parcouru par un courant d'intensité J; $RJds$ est la *force électromotrice totale* dont cet élément est le siège à l'instant t.

Si le système ne renfermait pas de fils diélectriques parcourus par des courants de déplacement, l'élément ds serait le siège d'une force électromotrice déterminée par les lois du galvanisme et de l'induction électrodynamique. Soit eds cette force électromotrice.

Nous regarderons comme un *fait d'expérience* que si les fils diélectriques que le système renferme étaient immobiles et parcourus par des courants de déplacement d'intensité constante, on aurait

$$RJds = eds,$$

tandis que cette égalité n'a plus lieu si les courants de déplacement sont variables ou si les fils diélectriques que traversent ces courants changent de position par rapport à l'élément ds. Dans ce cas, nous poserons

$$RJds = eds + \mathcal{E}ds, \tag{5}$$

et nous dirons que $d\mathcal{E}s$ ***est la force électromotrice d'induc-***

tion engendrée dans l'élément conducteur ds par les courants de déplacement que renferme le système.

Pour déterminer la forme de cette force électromotrice, nous établirons des hypothèses et nous développerons des raisonnements de tout point analogues aux hypothèses et aux raisonnements qui nous ont servi ailleurs (1) à déterminer les lois de l'induction électrodynamique. Nous arriverons ainsi au résultat suivant:

Soit dS un élément d'un fil diélectrique;

Soit j l'intensité du courant de déplacement en un point de cet élément;

Soit r la distance d'un point m de l'élément ds à un point M de l'élément dS;

Soit θ l'angle de l'élément ds et de la droite mM;

Soit Θ l'angle de l'élément dS et de la droite mM;

Soit ω l'angle des deux éléments ds, dS;

Soient B et μ deux constantes dont la seconde est purement numérique;

Nous aurons

$$(6) \quad \mathcal{E}\,ds\,dt = \mathrm{B}\delta\left[ds\int\left(\frac{1-\mu}{2r}\cos\theta\cos\Theta + \frac{1+\mu}{2r}\cos\omega\right)j\,dS\right],$$

l'intégrale s'étendant à tous les fils diélectriques que le système renferme.

§ 3. *Induction engendrée par des flux de déplacement quelconques dans un corps conducteur quelconque.*

Imaginons maintenant un corps conducteur isotrope placé en présence d'un diélectrique parcouru par des courants de déplacement quelconques. Au point (x, y, z), à l'instant t, le corps conducteur a une résistance spécifique ρ; le flux de conduction a pour composantes u, v, w. Les quantités ρu, ρv, ρw sont *les composantes de la force électromotrice totale* qui agit au point (x, y, z), à l'instant t.

(1) P. Duhem, *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, Livre XIII, Chapitres I, II et III (t. III, pp. 67-113).

Si le système ne renfermait pas de corps diélectrique parcouru par des courants de déplacement, les composantes de la force électromotrice totale, donnée par les lois du galvanisme et de l'induction électrodynamique, auraient pour valeur

$$(7) \quad \begin{cases} -\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon V + \varepsilon \mathfrak{V} + \Theta\right) + \mathfrak{f}_x + e_x, \\ -\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon V + \varepsilon \mathfrak{V} + \Theta\right) + \mathfrak{f}_y + e_y, \\ -\dfrac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon V + \varepsilon \mathfrak{V} + \Theta\right) + \mathfrak{f}_z + e_z, \end{cases}$$

V étant la fonction potentielle des charges électriques répandues sur le système;

$\mathfrak{V}$ la fonction potentielle de la polarisation diélectrique ;

Θ une quantité qui dépend de l'état du conducteur au voisinage du point (x, y, z);

$\mathfrak{f}_x$, $\mathfrak{f}_y$, $\mathfrak{f}_z$ les composantes de la force électromotrice hydro-électrique ou thermo-électrique;

Enfin e_x, e_y, e_z les composantes de la force électromotrice d'induction électrodynamique.

Rappelons comment on obtient ces dernières:

Soit (x', y', z') un point du système conducteur;

Soient u', v', w' les composantes du flux de conduction au point (x', y', z'), à l'instant t;

Soit $d\varpi'$ un élément de volume entourant le point (x', y', z');

Soit r la distance des points (x, y, z) et (x', y', z');

Soit λ une constante numérique (*constante de Helmholtz*);

Posons

$$(8) \quad \begin{cases} \mathfrak{U} = \displaystyle\int \left[\frac{1+\lambda}{2}\frac{u'}{r} + \frac{1-\lambda}{2}\left(\frac{x'-x}{r}u' + \frac{y'-y}{r}v' + \frac{z'-z}{r}w'\right)\frac{x'-x}{r^2}\right] d\varpi', \\ \mathfrak{V} = \displaystyle\int \left[\frac{1+\lambda}{2}\frac{v'}{r} + \frac{1-\lambda}{2}\left(\frac{x'-x}{r}u' + \frac{y'-y}{r}v' + \frac{z'-z}{r}w'\right)\frac{y'-y}{r^2}\right] d\varpi', \\ \mathfrak{W} = \displaystyle\int \left[\frac{1+\lambda}{2}\frac{w'}{r} + \frac{1-\lambda}{2}\left(\frac{x'-x}{r}u' + \frac{y'-y}{r}v' + \frac{z'-z}{r}w'\right)\frac{z'-z}{r^2}\right] d\varpi'. \end{cases}$$

Ces formules, où les signes d'intégration s'étendent au

système conducteur tout entier, définissent trois fonctions de x, y, z, t.

Cela posé, soient δx, δy, δz les composantes du déplacement subi par le point (x, y, z) pendant le temps dt;

Soit $\frac{\mathfrak{A}^2}{2}$ la constante fondamentale de l'électrodynamique;

Les quantités e_x, e_y, e_z sont alors déterminées par les égalités suivantes ([1]):

$$(9)\quad \left\{\begin{aligned} e_x dt &= -\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\left[\delta\mathfrak{U} + \mathfrak{U}\frac{\partial\delta x}{\partial x} + \mathfrak{V}\frac{\partial\delta y}{\partial x} + \mathfrak{W}\frac{\partial\delta z}{\partial x}\right],\\ e_y dt &= -\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\left[\delta\mathfrak{V} + \mathfrak{U}\frac{\partial\delta x}{\partial y} + \mathfrak{V}\frac{\partial\delta y}{\partial y} + \mathfrak{W}\frac{\partial\delta z}{\partial y}\right],\\ e_z dt &= -\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\left[\delta\mathfrak{W} + \mathfrak{U}\frac{\partial\delta x}{\partial z} + \mathfrak{V}\frac{\partial\delta y}{\partial z} + \mathfrak{W}\frac{\partial\delta z}{\partial z}\right]. \end{aligned}\right.$$

Les expressions (7) des composantes de la force électromotrice deviennent, en général, inexactes, lorsque le diélectrique est parcouru par des courants de déplacement; dans ce cas, on a

$$(10)\quad \left\{\begin{aligned} \rho u &= -\frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon V + \varepsilon\mathfrak{V} + \Theta) + \mathfrak{f}_x + e_x + \mathcal{E}_x,\\ \rho v &= -\frac{\partial}{\partial y}(\varepsilon V + \varepsilon\mathfrak{V} + \Theta) + \mathfrak{f}_y + e_y + \mathcal{E}_y,\\ \rho w &= -\frac{\partial}{\partial z}(\varepsilon V + \varepsilon\mathfrak{V} + \Theta) + \mathfrak{f}_z + e_z + \mathcal{E}_z, \end{aligned}\right.$$

$\mathcal{E}_x$, $\mathcal{E}_y$, $\mathcal{E}_z$, étant les composantes de la force électromotrice d'induction due aux courants de déplacement.

Pour déterminer les quantités $\mathcal{E}_x$, $\mathcal{E}_y$, $\mathcal{E}_z$, nous nous appuierons sur le résultat obtenu au § précédent, et nous développerons une suite d'hypothèses et de raisonnements analogues à ceux qui nous ont servi, en un autre endroit ([2]), à trouver les expressions de e_x, e_y, e_z; nous remplacerons seulement, dans

([1]) H. von Helmholtz, *Ueber die Theorie der Elektrodynamik*. III[te] Abhandl.: *Die elektrodynamischen Kräfte in bewegten Leitern*. (*Borchardt's Journal*, t. LXXVIII, p. 309, 1874. — Helmholtz, *Wissenschaftliche Abhandlungen*, t. I, p. 745.)

([2]) P. Duhem, *Sur les lois générales de l'induction électrodynamique* (Annales de la Faculté des sciences de Toulouse, t. VII, B. 1894).

cette suite d'hypothèses et de raisonnements, le mot *flux conduction* par le mot *flux de déplacement*. Nous arriverons ainsi au résultat suivant:

Soient : (x', y', z') un point du diélectrique;
r sa distance au point (x, y, z);
$d\Pi'$ un élément de volume entourant le point (x', y', z);
φ', ψ', χ' les composantes du flux de déplacement au point (x', y', z').

Posons

$$(11)\quad \begin{cases} \Phi = \int \left[\frac{1+\mu}{2} \frac{\varphi'}{r} + \frac{1-\mu}{2} \left(\frac{x'-x}{r} \varphi' + \frac{y'-y}{r} \psi' + \frac{z'-z}{r} \chi' \right) \frac{x'-x}{r^2} \right] d\Pi', \\ \Psi = \int \left[\frac{1+\mu}{2} \frac{\psi'}{r} + \frac{1-\mu}{2} \left(\frac{x'-x}{r} \varphi' + \frac{y'-y}{r} \psi' + \frac{z'-z}{r} \chi' \right) \frac{y'-y}{r^2} \right] d\Pi', \\ X = \int \left[\frac{1+\mu}{2} \frac{\chi'}{r} + \frac{1-\mu}{2} \left(\frac{x'-x}{r} \varphi' + \frac{y'-y}{r} \psi' + \frac{z'-z}{r} \chi' \right) \frac{z'-z}{r^2} \right] d\Pi'. \end{cases}$$

Ces formules, où les intégrations s'étendent au diélectrique tout entier, définissent trois fonctions de x, y, z, t.

Cela posé, nous aurons

$$(12)\quad \begin{cases} \mathcal{E}_x dt = -B \left[\delta\Phi + \Phi \frac{\partial \delta x}{\partial x} + \Psi \frac{\partial \delta y}{\partial x} + X \frac{\partial \delta z}{\partial x} \right], \\ \mathcal{E}_y dt = -B \left[\delta\Psi + \Phi \frac{\partial \delta x}{\partial y} + \Psi \frac{\partial \delta y}{\partial y} + X \frac{\partial \delta z}{\partial y} \right], \\ \mathcal{E}_z dt = -B \left[\delta X + \Phi \frac{\partial \delta x}{\partial z} + \Psi \frac{\partial \delta y}{\partial z} + X \frac{\partial \delta z}{\partial z} \right]. \end{cases}$$

Les formules (10), (11) et (12) résolvent le problème de l'induction engendrée dans les corps conducteurs par les courants de déplacement; elles ne laissent plus rien d'inconnu dans ce problème, sinon les valeurs numériques des deux constantes B et μ.

CHAPITRE II

Polarisation d'un corps diélectrique sous l'influence de courants de conduction ou de déplacement.

Considérons un système qui renferme des corps conducteurs électrisés et des corps diélectriques polarisés; soient $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ les composantes de la polarisation en un point (x, y, z) de l'un des diélectriques et $\mathcal{M}$ l'intensité de cette polarisation; soit $F(\mathcal{M})$ une certaine fonction essentiellement positive de $\mathcal{M}$. Si le diélectrique est isotrope et parfaitement doux, et *si le système est exempt de tout courant de déplacement ou de conduction*, on sait (*Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, Livre XI, Chapitre II) que l'on a

$$
(1) \qquad \left\{
\begin{aligned}
\mathcal{A} &= -\,\varepsilon F(\mathcal{M}) \frac{\partial}{\partial x}(V + \mathfrak{V}),\\
\mathcal{B} &= -\,\varepsilon F(\mathcal{M}) \frac{\partial}{\partial y}(V + \mathfrak{V}),\\
\mathcal{C} &= -\,\varepsilon F(\mathcal{M}) \frac{\partial}{\partial z}(V + \mathfrak{V}).
\end{aligned}
\right.
$$

Avec Maxwell, nous admettrons que ces équations demeurent exactes lorsqu'en tout point du système le flux, soit de conduction, soit de déplacement, garde une intensité et une orientation invariables, et que le corps dans lequel circule ce flux garde une position invariable; mais qu'elles deviennent en général inexactes lorsque les conditions que nous venons d'énoncer ne sont pas réalisées. Nous supposerons que l'on a, en général, au lieu des équations (1), les équations

$$
(2) \qquad \left\{
\begin{aligned}
\mathcal{A} &= -\,F(\mathcal{M})\left[\varepsilon \frac{\partial}{\partial x}(V + \mathfrak{V}) - \mathfrak{J}_x - j_x\right],\\
\mathcal{B} &= -\,F(\mathcal{M})\left[\varepsilon \frac{\partial}{\partial y}(V + \mathfrak{V}) - \mathfrak{J}_y - j_y\right],\\
\mathcal{C} &= -\,F(\mathcal{M})\left[\varepsilon \frac{\partial}{\partial z}(V + \mathfrak{V}) - \mathfrak{J}_z - j_z\right].
\end{aligned}
\right.
$$

Les quantités j_x, j_y, j_z sont nulles pour un système qui ne renferme pas de flux de conduction et les quantités $\mathfrak{J}_x$, $\mathfrak{J}_y$, $\mathfrak{J}_z$ sont nulles pour un système qui ne renferme pas de flux de déplacement.

Pour déterminer les quantités j_x, j_y, j_z, *nous reprendrons presque textuellement la suite d'hypothèses et de déductions qui nous a servi à déterminer les quantités* e_x, e_y, e_z, et nous parviendrons au résultat suivant :

Soient B_1 et μ_1 deux constantes. Considérons les trois fonctions de x, y, z, t définies par les égalités

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{u}_1 &= \int\left[\frac{1+\mu_1}{2}\frac{u'}{r} + \frac{1-\mu_1}{2}\left(\frac{x'-x}{r}u' + \frac{y'-y}{r}v' + \frac{z'-z}{r}w'\right)\frac{x'-x}{r^2}\right]d\varpi'.\\ \mathfrak{v}_1 &= \int\left[\frac{1+\mu_1}{2}\frac{v'}{r} + \frac{1-\mu_1}{2}\left(\frac{x'-x}{r}u' + \frac{y'-y}{r}v' + \frac{z'-z}{r}w'\right)\frac{y'-y}{r^2}\right]d\varpi',\\ \mathfrak{w}_1 &= \int\left[\frac{1+\mu_1}{2}\frac{w'}{r} + \frac{1-\mu_1}{2}\left(\frac{x'-x}{r}u' + \frac{y'-y}{r}v' + \frac{z'-z}{r}w'\right)\frac{z'-z}{r^2}\right]d\varpi', \end{aligned}\right.$$

où les signes d'intégration s'étendent au système conducteur tout entier. Nous aurons

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned} j_x dt &= B_1\left(\delta\mathfrak{u}_1 + \mathfrak{u}_1\frac{\partial\delta x}{\partial x} + \mathfrak{v}_1\frac{\partial\delta y}{\partial x} + \mathfrak{w}_1\frac{\partial\delta z}{\partial x}\right),\\ j_y dt &= B_1\left(\delta\mathfrak{v}_1 + \mathfrak{u}_1\frac{\partial\delta x}{\partial y} + \mathfrak{v}_1\frac{\partial\delta y}{\partial y} + \mathfrak{w}_1\frac{\partial\delta z}{\partial y}\right),\\ j_z dt &= B_1\left(\delta\mathfrak{w}_1 + \mathfrak{u}_1\frac{\partial\delta x}{\partial z} + \mathfrak{v}_1\frac{\partial\delta y}{\partial z} + \mathfrak{w}_1\frac{\partial\delta z}{\partial z}\right). \end{aligned}\right.$$

Pour déterminer les quantités $\mathfrak{J}_x$, $\mathfrak{J}_y$, $\mathfrak{J}_z$, *nous reprendrons textuellement la suite d'hypothèses et de déductions qui nous a servi à déterminer les quantités* $\mathcal{E}_x$, $\mathcal{E}_y$, $\mathcal{E}_z$. Nous arriverons ainsi au résultat suivant :

Soient C et ν deux constantes. Considérons les trois fonctions de x, y, z, t définies par les égalités

$$(5)\quad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{f} &= \int\left[\frac{1+\nu}{2}\frac{\varphi'}{r} + \frac{1-\nu}{2}\left(\frac{x'-x}{r}\varphi' + \frac{y'-y}{r}\psi' + \frac{z'-z}{r}\chi'\right)\frac{x'-x}{r^2}\right]d\Pi',\\ \mathfrak{g} &= \int\left[\frac{1+\nu}{2}\frac{\psi'}{r} + \frac{1-\nu}{2}\left(\frac{x'-x}{r}\varphi' + \frac{y'-y}{r}\psi' + \frac{z'-z}{r}\chi'\right)\frac{y'-y}{r^2}\right]d\Pi',\\ \mathfrak{h} &= \int\left[\frac{1+\nu}{2}\frac{\chi'}{r} + \frac{1-\nu}{2}\left(\frac{x'-x}{r}\varphi' + \frac{y'-y}{r}\psi' + \frac{z'-z}{r}\chi'\right)\frac{z'-z}{r^2}\right]d\Pi', \end{aligned}\right.$$

où les signes d'intégration s'étendent à l'ensemble des corps diélectriques que renferme le système. Nous aurons

$$(6)\qquad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{J}_x\,dt &= \mathrm{C}\left(\delta\mathfrak{f} + \mathfrak{f}\,\frac{\partial\delta x}{\partial x} + \mathfrak{g}\,\frac{\partial\delta y}{\partial x} + \mathfrak{h}\,\frac{\partial\delta z}{\partial x}\right),\\ \mathfrak{J}_y\,dt &= \mathrm{C}\left(\delta\mathfrak{g} + \mathfrak{f}\,\frac{\partial\delta x}{\partial y} + \mathfrak{g}\,\frac{\partial\delta y}{\partial y} + \mathfrak{h}\,\frac{\partial\delta z}{\partial y}\right),\\ \mathfrak{J}_z\,dt &= \mathrm{C}\left(\delta\mathfrak{h} + \mathfrak{f}\,\frac{\partial\delta x}{\partial z} + \mathfrak{g}\,\frac{\partial\delta y}{\partial z} + \mathfrak{h}\,\frac{\partial\delta z}{\partial z}\right). \end{aligned}\right.$$

Les égalités (2), (3), (4), (5) et (6) déterminent les lois générales de la polarisation des corps diélectriques ; ou, plutôt, elles ne laissent plus d'indéterminé dans ces lois que les valeurs des quatre constantes

$$\mathrm{B}_1,\qquad \mathrm{C},\qquad \mu_1,\qquad \nu.$$

CHAPITRE III

L'énergie interne d'un système qui renferme des courants de conduction et des courants de déplacement.

---

§ 1. *Hypothèse fondamentale sur l'énergie interne.*

Considérons un système renfermant des corps électrisés et des corps diélectriques polarisés, mais supposons qu'aucun flux de conduction ou de déplacement ne parcoure ce système.

Ce système admet un potentiel thermodynamique interne. Ce potentiel, connu par d'autres théories, est exprimé par l'égalité

$$(1)\qquad \mathcal{F} = \mathrm{E}(\Upsilon - \mathrm{T}\Sigma) + \sum\left[\Theta + \frac{\varepsilon}{2}(\mathrm{V} + 2\mathfrak{V})\right]q + \frac{\varepsilon}{2}\int\left(\mathcal{A}\frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial x} + \mathcal{B}\frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial y} + \mathcal{C}\frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial z}\right)d\varpi + \int\mathcal{F}(\mathcal{M}, \mathrm{T})\,d\varpi.$$

Dans cette formule,

E est l'équivalent mécanique de la chaleur;

T, la température absolue;

Υ, l'énergie interne du système à l'état neutre;

Σ, l'entropie du système également à l'état neutre;

q, la charge électrique en un point d'un conducteur;

$\mathcal{M}$, l'intensité de polarisation en un point de l'élément $d\varpi$;

$\mathcal{F}(\mathcal{M}, \mathrm{T})$, une certaine fonction de cette quantité et de la température absolue;

Les autres lettres ont la même signification qu'au Chapitre précédent;

Les intégrations s'étendent au volume entier du diélectrique.

L'énergie interne U d'un système est liée à son potentiel thermodynamique interne $\mathcal{F}$ par la formule générale

$$\mathrm{EU} = \mathcal{F} - \mathrm{T}\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathrm{T}}.$$

Le système considéré a donc pour énergie interne la quantité U définie par l'égalité

$$(2) \qquad \begin{aligned} \mathrm{EU} = \mathrm{E}\Upsilon &+ \sum \left[\Theta - \mathrm{T}\frac{\partial \Theta}{\partial \mathrm{T}} + \frac{\varepsilon}{2}(\mathrm{V} + 2\mathfrak{V})\right] q \\ &+ \frac{\varepsilon}{2}\int \left(\mathcal{A}\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial x} + \mathcal{B}\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial y} + \mathcal{C}\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial z}\right) d\Pi \\ &+ \int \left[\mathcal{F}(\mathcal{M}, \mathrm{T}) - \mathrm{T}\frac{\partial \mathcal{F}(\mathcal{M}, \mathrm{T})}{\partial \mathrm{T}}\right] d\Pi. \end{aligned}$$

Cette expression de l'énergie interne ne sera plus valable, en général, si les conducteurs que renferme le système sont parcourus par des courants de conduction et les diélectriques par des courants de déplacement; pour rendre exacte l'égalité (2), il faudra ajouter au second membre une certaine quantité EU' qui deviendra égale à 0 lorsque tous les courants s'annuleront sur le système. C'est la forme de cette quantité EU' que nous allons chercher à déterminer, en nous servant d'un certain nombre d'hypothèses.

Pour déterminer EU' nous suivrons exactement une marche analogue à celle qui nous a conduit à la valeur du terme correspondant dans le cas où le système ne renfermait que des courants de conduction; mais les hypothèses énoncées seulement alors pour les courants de conduction, nous les énoncerons maintenant pour les courants de conduction et pour les courants de déplacement.

La première de ces hypothèses consiste à admettre que *la quantité U' garde une valeur invariable toutes les fois que les corps traversés soit par des courants de conduction, soit par des courants de déplacement, demeurent immobiles et que le flux de conduction ou de déplacement qui traverse chaque élément de ces corps demeure invariable de grandeur et de direction.*

Cette hypothèse entraîne la conséquence suivante:

La quantité U' *dépend uniquement de la forme et de la position des corps, conducteurs ou diélectriques, qui composent le système, et de la grandeur et de la direction des flux soit de conduction, soit de déplacement, en chaque point de ces corps. Elle ne dépend pas des paramètres qui, joints aux précédents, achèvent de déterminer les propriétés physiques et chimiques du système, la distribution électrique et l'état de polarisation diélectrique.*

§ 2. *Extension de la loi de Joule aux systèmes qui renferment des diélectriques.*

A un système qui renferme des conducteurs parcourus par des courants et des diélectriques polarisés *parfaitement doux,* nous appliquerons une hypothèse semblable à celle que, sous le nom de *Loi de Joule généralisée,* nous avons appliquée (¹) à un système renfermant des courants électriques et des corps magnétiques *parfaitement doux.*

Cette hypothèse s'énonce de la manière suivante :

Soient u, v, w les composantes du flux de conduction au point (x, y, z) d'un conducteur.

Soient E_x, E_y, E_z les composantes de la force électromotrice en ce point;

Soit $\mathfrak{M}$ l'intensité de polarisation en un point du diélectrique;

Soit T la température absolue;

La quantité de chaleur dQ *que le système dégage pendant une modification infiniment petite de durée* dt *a pour valeur*

$$(3)\quad \mathrm{E}dQ = dt\int\left[\left(\mathrm{E}_x - \mathrm{T}\frac{\partial \mathrm{E}_x}{\partial \mathrm{T}}\right)u + \left(\mathrm{E}_y - \mathrm{T}\frac{\partial \mathrm{E}_y}{\partial \mathrm{T}}\right)v + \left(\mathrm{E}_z - \mathrm{T}\frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial \mathrm{T}}\right)w\right]d\varpi$$
$$+ \mathrm{T}\delta\int\frac{\partial \mathfrak{F}(\mathfrak{M}, \mathrm{T})}{\partial \mathrm{T}}\,d\Pi,$$

la première intégrale s'étendant aux conducteurs et la seconde aux diélectriques.

(¹) *Leçons sur l'électricité et le magnétisme,* t. III, p. 387.

Nous allons voir tout d'abord que l'application de cette équation à un système immobile conduit à la détermination de la quantité EU'.

§ 3. *Détermination de la quantité* U'.

Si un système est immobile, nous aurons, en désignant par dQ la quantité de chaleur qu'il dégage dans le temps dt et par δU la variation d'énergie interne pendant le même temps,

$$\text{(4)} \qquad E\,dQ = -E\,\delta U.$$

Or, l'égalité (2) nous donne aisément, en remarquant que

$$F(\mathcal{M}) = \frac{\mathcal{M}}{\dfrac{\partial \mathcal{F}(\mathcal{M}, T)}{\partial \mathcal{M}}}$$

et que

$$\delta\mathcal{M} = \frac{\mathcal{A}\,\delta\mathcal{A} + \mathcal{B}\,\delta\mathcal{B} + \mathcal{C}\,\delta\mathcal{C}}{\mathcal{M}},$$

$$\text{(5)} \qquad \begin{aligned} E\,\delta U = {} & E\,\delta\Upsilon + \sum q\,\delta\left(\Theta - T\frac{\partial\Theta}{\partial T}\right) \\ & + dt\int\left[u\,\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon V + \varepsilon\mathfrak{V} + \Theta - T\frac{\partial\Theta}{\partial T}\right)\right. \\ & \qquad + v\,\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon V + \varepsilon\mathfrak{V} + \Theta - T\frac{\partial\Theta}{\partial T}\right) \\ & \qquad \left. + w\,\frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon V + \varepsilon\mathfrak{V} + \Theta - T\frac{\partial\Theta}{\partial T}\right)\right] d\varpi. \\ & + \int\left\{\left[\varepsilon\,\frac{\partial}{\partial x}(V + \mathfrak{V}) + \frac{\mathcal{A}}{F(\mathcal{M})}\right]\delta\mathcal{A}\right. \\ & \qquad + \left[\varepsilon\,\frac{\partial}{\partial y}(V + \mathfrak{V}) + \frac{\mathcal{B}}{F(\mathcal{M})}\right]\delta\mathcal{B} \\ & \qquad \left. + \left[\varepsilon\,\frac{\partial}{\partial z}(V + \mathfrak{V}) + \frac{\mathcal{C}}{F(\mathcal{M})}\right]\delta\mathcal{C}\right\} d\Pi \\ & - T\int\frac{\partial^2\mathcal{F}(\mathcal{M}, T)}{\partial\mathcal{M}\,\partial T}\,\delta\mathcal{M}\,d\Pi + E\,\delta U'. \end{aligned}$$

D'autre part, en vertu des égalités (10) du Chapitre I,

l'égalité (3) devient :

$$(6)\quad \begin{aligned} \mathrm{E}d\mathrm{Q} = -\,dt\int\Big[& u\frac{\partial}{\partial x}\Big(\varepsilon\mathrm{V} + \varepsilon\mathfrak{V} + \Theta - \mathrm{T}\frac{\partial\Theta}{\partial\mathrm{T}}\Big) \\ &+ v\frac{\partial}{\partial y}\Big(\varepsilon\mathrm{V} + \varepsilon\mathfrak{V} + \Theta - \mathrm{T}\frac{\partial\Theta}{\partial\mathrm{T}}\Big) \\ &+ w\frac{\partial}{\partial z}\Big(\varepsilon\mathrm{V} + \varepsilon\mathfrak{V} + \Theta - \mathrm{T}\frac{\partial\Theta}{\partial\mathrm{T}}\Big)\Big]d\varpi \\ + dt\int\Big[&\Big(f_x - \mathrm{T}\frac{\partial f_x}{\partial\mathrm{T}} + e_x + \mathcal{E}_x\Big)u \\ &+ \Big(f_y - \mathrm{T}\frac{\partial f_y}{\partial\mathrm{T}} + e_y + \mathcal{E}_y\Big)v \\ &+ \Big(f_z - \mathrm{T}\frac{\partial f_z}{\partial\mathrm{T}} + e_z + \mathcal{E}_z\Big)w\Big]d\varpi \\ + \mathrm{T}\int & \frac{\partial^2\mathcal{F}(\mathcal{M},\mathrm{T})}{\partial\mathcal{M}\partial\mathrm{T}}\,\delta\mathcal{M}\,d\Pi. \end{aligned}$$

Mais la théorie des phénomènes hydroélectriques ou thermoélectriques donne l'égalité

$$(7)\quad \mathrm{E}\delta\Upsilon = -\,dt\int\Big[\Big(f_x - \mathrm{T}\frac{\partial f_x}{\partial\mathrm{T}}\Big)u + \Big(f_y - \mathrm{T}\frac{\partial f_y}{\partial\mathrm{T}}\Big)v + \Big(f_z - \mathrm{T}\frac{\partial f_z}{\partial\mathrm{T}}\Big)w\Big]d\varpi.$$

D'autre part, on est convenu, dans toutes les questions du genre de celles que nous traitons, de négliger les quantités telles que

$$\delta\Big(\Theta - \mathrm{T}\frac{\partial\Theta}{\partial\mathrm{T}}\Big).$$

Les égalités (4), (5), (6) et (7) donnent donc :

$$(8)\quad \begin{aligned} \mathrm{E}\delta\mathrm{U}' = -\,dt\int&\Big[(e_x + \mathcal{E}_x)u + (e_y + \mathcal{E}_y)v + (e_z + \mathcal{E}_z)w\Big]d\varpi \\ -\int\Big\{&\Big[\varepsilon\frac{\partial}{\partial x}(\mathrm{V} + \mathfrak{V}) + \frac{\mathcal{A}}{\mathrm{F}(\mathcal{M})}\Big]\delta\mathcal{A} \\ &+ \Big[\varepsilon\frac{\partial}{\partial y}(\mathrm{V} + \mathfrak{V}) + \frac{\mathcal{B}}{\mathrm{F}(\mathcal{M})}\Big]\delta\mathcal{B} \\ &+ \Big[\varepsilon\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{V} + \mathfrak{V}) + \frac{\mathcal{C}}{\mathrm{F}(\mathcal{M})}\Big]\delta\mathcal{C}\Big\}d\Pi. \end{aligned}$$

Les corps qui composent le système étant immobiles, les

équations (9) et (12) du Chapitre I donnent

$$(9)\quad \begin{cases} e_x + \mathcal{E}_x = -\dfrac{\mathfrak{A}^2}{2}\dfrac{\partial \mathfrak{U}}{\partial t} - B\dfrac{\partial \Phi}{\partial t}, \\ e_y + \mathcal{E}_y = -\dfrac{\mathfrak{A}^2}{2}\dfrac{\partial \mathfrak{V}}{\partial t} - B\dfrac{\partial \Psi}{\partial t}, \\ e_z + \mathcal{E}_z = -\dfrac{\mathfrak{A}^2}{2}\dfrac{\partial \mathfrak{W}}{\partial t} - B\dfrac{\partial X}{\partial t}, \end{cases}$$

tandis que les égalités (2), (4) et (6) du Chapitre II donnent

$$(10)\quad \begin{cases} \mathcal{A} = -F(\mathcal{M})\left[\varepsilon\dfrac{\partial}{\partial x}(V + \mathfrak{V}) - B_1\dfrac{\partial \mathfrak{u}_1}{\partial t} - C\dfrac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t}\right], \\ \mathcal{B} = -F(\mathcal{M})\left[\varepsilon\dfrac{\partial}{\partial y}(V + \mathfrak{V}) - B_1\dfrac{\partial \mathfrak{v}_1}{\partial t} - C\dfrac{\partial \mathfrak{g}}{\partial t}\right], \\ \mathcal{C} = -F(\mathcal{M})\left[\varepsilon\dfrac{\partial}{\partial z}(V + \mathfrak{V}) - B_1\dfrac{\partial \mathfrak{w}_1}{\partial t} - C\dfrac{\partial \mathfrak{h}}{\partial t}\right]. \end{cases}$$

Les équations (8), (9) et (10) donnent alors, en observant que sur des diélectriques immobiles, en vertu des égalités (2) du Chapitre I, on a

$$\delta\mathcal{A} = \varphi\, dt, \qquad \delta\mathcal{B} = \psi\, dt, \qquad \delta\mathcal{C} = \chi\, dt,$$

$$(11)\quad \begin{aligned} E\,\delta U' = {} & dt\,\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\int\left(\frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial t}u + \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial t}v + \frac{\partial \mathfrak{W}}{\partial t}w\right)d\varpi \\ & + dt\;C\int\left(\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t}\varphi + \frac{\partial \mathfrak{g}}{\partial t}\psi + \frac{\partial \mathfrak{h}}{\partial t}\chi\right)d\Pi \\ & + dt\;B\int\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}u + \frac{\partial \Psi}{\partial t}v + \frac{\partial X}{\partial t}w\right)d\varpi \\ & + dt\;B_1\int\left(\frac{\partial \mathfrak{u}_1}{\partial t}\varphi + \frac{\partial \mathfrak{v}_1}{\partial t}\psi + \frac{\partial \mathfrak{w}_1}{\partial t}\chi\right)d\Pi. \end{aligned}$$

Posons, comme nous l'avons déjà fait ailleurs ([1])

$$(12)\quad \Pi = -\frac{\mathfrak{A}^2}{4}\int(\mathfrak{U}u + \mathfrak{V}v + \mathfrak{W}w)\,d\varpi.$$

Posons, d'une manière analogue,

$$(13)\quad \Pi' = -\frac{C}{2}\int(\mathfrak{f}\varphi + \mathfrak{g}\psi + \mathfrak{h}\chi)\,d\Pi.$$

([1]) *Les actions électrodynamiques et électromagnétiques*, Chapitre préliminaire, égalité (23) (*Annales de la Faculté des sciences de Toulouse*, t. VII B., 1893). — La lettre Π figure déjà dans l'expression $d\Pi$, qui désigne un élément de volume diélectrique ; le lecteur évitera sans peine toute confusion.

Considérons ensuite la quantité

$$(14) \qquad \Pi' = -\,\mathrm{B}\int(\Phi u + \Psi u + \mathrm{X} w)\,d\varpi.$$

Cette quantité pourra se mettre sous une autre forme.

D'après la définition des fonctions Φ, Ψ, X [Chapitre I, égalités (11)] on peut écrire

$$(15) \quad \Pi' = -\,\mathrm{B}\iint\Bigg[\frac{1+\mu}{2}\,\frac{u\varphi' + v\psi' + w\chi'}{r} + \frac{1-\mu}{2r}\left(\frac{x'-x}{r}\varphi' + \frac{y'-y}{r}\psi' + \frac{z'-z}{r}\chi'\right) \times\left(\frac{x'-x}{r}u + \frac{y'-y}{r}v + \frac{z'-z}{r}w\right)\Bigg]\,d\Pi'\,d\varpi.$$

Désignons par $\mathfrak{u}$, $\mathfrak{v}$, $\mathfrak{w}$ ce que deviennent les fonctions $\mathfrak{u}_1$, $\mathfrak{v}_1$, $\mathfrak{w}_1$ [Chapitre II, égalités (3)], lorsqu'on y remplace μ_1 par μ; on verra sans peine que l'égalité (15) peut s'écrire

$$(14^{bis}) \qquad \Pi' = -\,\mathrm{B}\int(\mathfrak{u}\varphi + \mathfrak{v}\psi + \mathfrak{w}\chi)\,d\Pi.$$

Nous avons vu [*Les actions électrodynamiques et électromagnétiques,* Chapitre préliminaire, égalité (32)] que l'on avait

$$(16) \qquad \frac{\partial\Pi}{\partial t} = -\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\int\left(\frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial t}u + \frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial t}v + \frac{\partial\mathfrak{W}}{\partial t}w\right)d\varpi.$$

On aura de même

$$(17) \qquad \frac{\partial\Pi'}{\partial t} = -\,\mathrm{C}\int\left(\frac{\partial\mathfrak{f}}{\partial t}\varphi + \frac{\partial\mathfrak{g}}{\partial t}\psi + \frac{\partial\mathfrak{h}}{\partial t}\chi\right)d\Pi.$$

Enfin, l'égalité (15) donnera sans peine

$$(18) \qquad \frac{\partial\Pi'}{\partial t} = -\,\mathrm{B}\int\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}u + \frac{\partial\Psi}{\partial t}v + \frac{\partial\mathrm{X}}{\partial t}w\right)d\varpi - \mathrm{B}\int\left(\frac{\partial\mathfrak{u}}{\partial t}\varphi + \frac{\partial\mathfrak{v}}{\partial t}\psi + \frac{\partial\mathfrak{w}}{\partial t}\chi\right)d\Pi.$$

Les égalités (11), (16), (17) et (18) donnent alors

$$(19)\quad \begin{aligned} &E\delta U' + dt\frac{\partial}{\partial t}(\Pi + \Pi' + \Pi'') \\ &= dt B_1 \int\left(\frac{\partial \mathfrak{u}_1}{\partial t}\varphi + \frac{\partial \mathfrak{v}_1}{\partial t}\psi + \frac{\partial \mathfrak{w}_1}{\partial t}\chi\right) d\Pi \\ &\quad - dt B \int\left(\frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial t}\varphi + \frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial t}\psi + \frac{\partial \mathfrak{w}}{\partial t}\chi\right) d\Pi. \end{aligned}$$

Cette égalité (19) peut se mettre sous une forme un peu différente.

Nous avons, en vertu des égalités (3) du Chapitre II,

$$\begin{aligned} &\int\left(\frac{\partial \mathfrak{u}_1}{\partial t}\varphi + \frac{\partial \mathfrak{v}_1}{\partial t}\psi + \frac{\partial \mathfrak{w}_1}{\partial t}\chi\right) d\Pi \\ &= \iint\left[\frac{1+\mu_1}{2r}\left(\varphi\frac{\partial u'}{\partial t} + \psi\frac{\partial v'_1}{\partial t} + \chi\frac{\partial w'}{\partial t}\right)\right. \\ &\quad + \frac{1-\mu_1}{2r}\left(\frac{x'-x}{r}\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{y'-y}{r}\frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{z'-z}{r}\frac{\partial w'}{\partial t}\right) \\ &\quad\quad \left.\times\left(\frac{x'-x}{r}\varphi + \frac{y'-y}{r}\psi + \frac{z'-z}{r}\chi\right)\right] d\Pi\, d\varpi', \end{aligned}$$

ce qui peut encore s'écrire, en désignant par Φ_1, Ψ_1, X_1 ce que deviennent les fonctions Φ, Ψ, X [Chapitre I, égalités (11)] lorsqu'on y remplace μ par μ_1,

$$(20)\quad \begin{aligned} &\int\left(\frac{\partial \mathfrak{u}_1}{\partial t}\varphi + \frac{\partial \mathfrak{v}_1}{\partial t}\psi + \frac{\partial \mathfrak{w}_1}{\partial t}\chi\right) d\Pi \\ &= \int\left(\Phi_1\frac{\partial u}{\partial t} + \Psi_1\frac{\partial v}{\partial t} + X_1\frac{\partial w}{\partial t}\right) d\varpi. \end{aligned}$$

On aura de même

$$(20^{bis})\quad \begin{aligned} &\int\left(\frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial t}\varphi + \frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial t}\psi + \frac{\partial \mathfrak{w}}{\partial t}\chi\right) d\Pi \\ &= \int\left(\Phi\frac{\partial u}{\partial t} + \Psi\frac{\partial v}{\partial t} + X\frac{\partial w}{\partial t}\right) d\varpi. \end{aligned}$$

Si nous posons

$$\delta u = \frac{\partial u}{\partial t}dt,\quad \delta v = \frac{\partial v}{\partial t}dt,\quad \delta w = \frac{\partial w}{\partial t}dt,$$

les égalités (19), (20) et (20 *bis*) nous donneront l'égalité

suivante :

$$(21)\qquad E\delta U' + dt\frac{\partial}{\partial t}(\Pi + \Pi' + \Pi'')$$
$$= \int \Big[(B_1\Phi_1 - B\Phi)\delta u + (B_1\Psi_1 - B\Psi)\delta v + (B_1X_1 - BX)\delta w \Big] d\varpi$$

Le premier membre de cette égalité est la variation totale d'une fonction des flux de conduction u, v, w, et de déplacement φ, ψ, χ ; le second membre, ne dépendant pas des variations $\delta\varphi, \delta\psi, \delta\chi$, ne peut être une variation totale que si les trois quantités

$$B_1\Phi_1 - B\Phi,$$
$$B_1\Psi_1 - B\Psi,$$
$$B_1X_1 - BX,$$

sont indépendantes de φ, ψ et χ ; comme d'ailleurs ces trois quantités s'annulent si l'on fait $\varphi = 0$, $\psi = 0$, $\chi = 0$, elles ne peuvent être indépendantes de φ, ψ et χ que si l'on a *identiquement*

$$(22)\qquad \begin{cases} B_1\Phi_1 - B\Phi = 0, \\ B_1\Psi_1 - B\Psi = 0, \\ B_1X_1 - BX = 0. \end{cases}$$

Nous avons [*Les actions électrodynamiques et électromagnétiques*, Chapitre préliminaire, égalités (19)]

$$(23)\qquad \begin{cases} \Phi = \int \frac{\varphi'}{r} d\Pi' - \frac{1-\mu}{4\pi}\frac{\partial}{\partial x}\int_E \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t}\frac{1}{r}d\omega', \\ \Psi = \int \frac{\psi'}{r} d\Pi' - \frac{1-\mu}{4\pi}\frac{\partial}{\partial y}\int_E \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t}\frac{1}{r}d\omega', \\ X = \int \frac{\chi'}{r} d\Pi' - \frac{1-\mu}{4\pi}\frac{\partial}{\partial z}\int_E \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t}\frac{1}{r}d\omega', \end{cases}$$

r étant la distance d'un point de l'élément $d\Pi'$ ou $d\omega'$ au point (x, y, z) et $\mathfrak{V}'$ la fonction potentielle, en un point de l'élément $d\Pi'$, de la polarisation diélectrique. Les fonctions Φ_1, Ψ_1, X_1 vérifient des égalités analogues où μ est remplacé par μ_1 ; nous les nommerons les égalités (23 *bis*). Les intégrales qui portent l'indice E sont étendues à tous les éléments de volume $d\omega'$ de l'espace.

On sait que l'on a, en général,

$$\mathfrak{V} = -\int\left(\frac{\partial \mathcal{A}'}{\partial x'} + \frac{\partial \mathcal{B}'}{\partial y'} + \frac{\partial \mathcal{C}'}{\partial z'}\right)\frac{1}{r}\,d\Pi'$$
$$-\int\Big[\mathcal{A}'\cos(N_i, x) + \mathcal{B}'\cos(N_i, y) + \mathcal{C}'\cos(N_i, z)\Big]\frac{1}{r}\,dS',$$

la seconde intégrale s'étendant à la surface qui limite le diélectrique; on a donc

$$(24)\quad \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial t} = -\int\left(\frac{\partial \varphi'}{\partial x'} + \frac{\partial \psi'}{\partial y'} + \frac{\partial \chi'}{\partial z'}\right)\frac{1}{r}\,d\Pi'$$
$$-\int\Big[\varphi'\cos(N_i, x) + \psi'\cos(N_i, y) + \chi'\cos(N_i, z)\Big]\frac{1}{r}\,dS'.$$

Considérons, tout d'abord, des flux de déplacement qui vérifient en tout point à l'intérieur du diélectrique l'égalité

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \chi}{\partial z} = 0$$

et, en tout point de la surface du diélectrique, l'égalité

$$\varphi\cos(N_i, x) + \psi\cos(N_i, y) + \chi\cos(N_i, z) = 0.$$

Pour de tels flux, l'égalité (24) donne

$$\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial t} = 0$$

et les égalités (23) et (23 *bis*) donnent

$$\Phi = \Phi_1 = \int \frac{\varphi'}{r}\,d\Pi',$$
$$\Psi = \Psi_1 = \int \frac{\psi'}{r}\,d\Pi',$$
$$X = X_1 = \int \frac{\chi'}{r}\,d\Pi'.$$

Comme ces trois quantités ne sont pas identiquement nulles, les identités (22) exigent, en premier lieu, que l'on ait

$$(25)\qquad B_1 = B.$$

Ce résultat obtenu, les égalités (22) peuvent s'écrire, en tenant compte des égalités (23) et (23 *bis*),

$$(\mu_1 - \mu) \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t} \frac{1}{r} d\Pi' = 0,$$
$$(\mu_1 - \mu) \frac{\partial}{\partial y} \int \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t} \frac{1}{r} d\Pi' = 0,$$
$$(\mu_1 - \mu) \frac{\partial}{\partial z} \int \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t} \frac{1}{r} \partial\Pi' = 0.$$

Pour que ces égalités aient lieu identiquement, il faut et il suffit que l'on ait

(26) $$\mu_1 = \mu.$$

Si les égalités (25) et (26) sont vérifiées, le second membre de l'égalité (21) devient identiquement nul, et l'on a

(27) $$\mathrm{E}\delta\mathrm{U}' = - dt \frac{d}{dt}(\Pi + \Pi' + \Pi''),$$

$\delta U'$ étant la variation que subit la quantité U′ lorsque les flux de conduction et de déplacement varient sans que les positions des divers corps qui composent le système éprouvent de modifications. Si l'on remarque que, d'après la proposition établie au § 1, la quantité U′ dépend seulement de la position des corps qui composent le système et des flux qui les traversent, on voit que l'égalité (27) permet d'écrire

$$\mathrm{EU}' = -(\Pi + \Pi' + \Pi'') + \mathrm{C},$$

la quantité C ne dépendant que de la forme et de la position des corps qui forment le système; il suffit alors de remarquer que, lorsque tous les flux s'annulent, la quantité U′ doit s'annuler par hypothèse, et que, d'ailleurs, la quantité $(\Pi + \Pi' + \Pi'')$ s'annule également dans ces circonstances, pour voir que la quantité C est identiquement nulle, et que l'on a

(28) $$\mathrm{EU}' = -(\Pi + \Pi' + \Pi'').$$

Les quantités Π, Π', Π'', sont données par les égalités (12), (13), (14) et (14 *bis*).

§ 4. *Signe des constantes* C *et* ν.

Imaginons un système formé seulement de corps diélectriques immobiles ne portant aucune charge électrique; en tout

point de ce système, nous aurons, en vertu des égalités (2) et (7) du Chapitre II,

$$(29)\qquad \begin{cases} \dfrac{\mathcal{A}}{F(\mathcal{M})} + \varepsilon \dfrac{\partial \mathfrak{V}}{\partial x} + C \dfrac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t} = 0, \\ \dfrac{\mathcal{B}}{F(\mathcal{M})} + \varepsilon \dfrac{\partial \mathfrak{V}}{\partial y} + C \dfrac{\partial \mathfrak{g}}{\partial t} = 0, \\ \dfrac{\mathcal{C}}{F(\mathcal{M})} + \varepsilon \dfrac{\partial \mathfrak{V}}{\partial z} + C \dfrac{\partial \mathfrak{h}}{\partial t} = 0. \end{cases}$$

Ces égalités (29) sont évidemment vérifiées si l'on suppose que l'on ait en tout point

$$\mathcal{A} = 0, \quad \mathcal{B} = 0, \quad \mathcal{C} = 0,$$
$$\varphi = 0, \quad \psi = 0, \quad \chi = 0,$$

c'est-à-dire que *le système soit en équilibre lorsqu'il ne porte ni polarisation diélectrique, ni courant de déplacement.* Nous admettrons comme un fait d'expérience ou comme une hypothèse, que *cet équilibre est stable,* et nous allons rechercher les conséquences analytiques d'une pareille supposition.

Multiplions les deux membres de la première égalité (29) par $\varphi = \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t}$, les deux membres de la seconde par $\psi = \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t}$, les deux membres de la troisième par $\chi = \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial t}$; ajoutons membre à membre les résultats obtenus; multiplions ensuite par $d\Pi$ et intégrons pour le volume entier du diélectrique. Nous trouvons

$$(30)\qquad \begin{aligned} &\int \frac{1}{F(\mathcal{M})} \left(\mathcal{A} \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t} + \mathcal{B} \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t} + \mathcal{C} \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial t} \right) d\Pi \\ &\quad + \varepsilon \int \left(\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial x} \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial y} \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial z} \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial t} \right) d\Pi \\ &\quad + C \int \left(\varphi \frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t} + \psi \frac{\partial \mathfrak{g}}{\partial t} + \chi \frac{\partial \mathfrak{h}}{\partial t} \right) d\Pi = 0. \end{aligned}$$

L'égalité

$$\frac{1}{F(\mathcal{M})} = \frac{1}{\mathcal{M}} \frac{\partial \mathcal{F}(\mathcal{M}, T)}{\partial \mathcal{M}},$$

qui définit F ($\mathcal{M}$), jointe à l'égalité

$$\mathcal{A} \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t} + \mathcal{B} \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t} + \mathcal{C} \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial t} = \mathcal{M} \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial t},$$

donne sans peine

$$\int \frac{1}{F(\mathcal{M})}\left(\mathcal{A}\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t} + \mathcal{B}\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t} + \mathcal{C}\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial t}\right) d\Pi = \frac{\partial}{\partial t}\int \mathcal{F}(\mathcal{M}) d\Pi.$$

D'autre part, on a

$$\int\left(\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial x}\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial y}\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial z}\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial t}\right) d\Pi$$
$$= \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int\left(\mathcal{A}\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial x} + \mathcal{B}\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial y} + \mathcal{C}\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial z}\right) d\Pi$$

et aussi, en vertu des égalités (13) et (17),

$$\int\left(\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t}\varphi + \frac{\partial \mathfrak{g}}{\partial t}\psi + \frac{\partial \mathfrak{h}}{\partial t}\chi\right) d\Pi$$
$$= \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int(\mathfrak{f}\varphi + \mathfrak{g}\psi + \mathfrak{h}\chi)\, d\Pi.$$

En vertu de ces diverses égalités, l'égalité (30) devient

$$\frac{d}{dt}\int\Big[\mathcal{F}(\mathcal{M}) + \frac{\varepsilon}{2}\left(\mathcal{A}\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial x} + \mathcal{B}\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial y} + \mathcal{C}\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial z}\right)$$
$$+ \frac{C}{2}(\mathfrak{f}\varphi + \psi\mathfrak{g} + \chi\mathfrak{h})\Big] d\Pi = 0.$$

Cette égalité, intégrée entre $t = t_0$ et $t = t_1$, donne à son tour

$$(31)\quad \Big[\int \mathcal{F}(\mathcal{M}) d\Pi + \frac{\varepsilon}{2}\int\left(\mathcal{A}\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial x} + \mathcal{B}\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial y} + \mathcal{C}\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial z}\right) d\Pi$$
$$+ \frac{C}{2}\int(\varphi\mathfrak{f} + \psi\mathfrak{g} + \chi\mathfrak{h})\, d\Pi\Big]_{t=t_0}^{t=t_1} = 0.$$

On sera assuré que l'équilibre défini ci-dessus est stable si la quantité

$$\frac{C}{2}\int(\varphi\mathfrak{f} + \psi\mathfrak{g} + \chi\mathfrak{h})\, d\Pi$$

est essentiellement positive.

Cette proposition se déduit aisément de l'égalité (31).

Imaginons, en effet, qu'à l'instant $t = t_0$, nous donnions aux quantités

$$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \quad \varphi, \psi, \chi,$$

des valeurs infiniment petites; à ce moment, la quantité entre crochets au premier membre de l'égalité (31) aura une valeur

infiniment petite. L'égalité (31) exige alors que cette même quantité ait à tout instant t_1, postérieur à t_0, une valeur infiniment petite. Or, si l'on est assuré de l'inégalité

$$\frac{C}{2}\int(\varphi\mathfrak{f} + \psi\mathfrak{g} + \chi\mathfrak{h})\, d\Pi > 0, \tag{32}$$

la quantité qui figure entre crochets, au premier membre de l'égalité (31), ne peut être infiniment petite à moins que toutes les quantités

$$\mathcal{A},\ \mathcal{B},\ \mathcal{C},\ \varphi,\ \psi,\ \chi,$$

ne soient infiniment petites. En effet, si les quantités $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, prennent des valeurs finies, les intégrales

$$\int\mathfrak{F}(\mathcal{M})\,d\Pi \quad \text{et} \quad \frac{\varepsilon}{2}\int\left(\mathcal{A}\frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial x} + \mathcal{B}\frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial y} + \mathcal{C}\frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial z}\right)d\Pi$$

prennent assurément des valeurs positives et finies; et si les quantités φ, ψ, χ, prennent des valeurs finies, d'après l'inégalité (32), la quantité

$$\frac{C}{2}\int(\varphi\mathfrak{f} + \psi\mathfrak{g} + \chi\mathfrak{h})\, d\Pi$$

prend des valeurs positives et finies.

L'inégalité (32) nous assure donc que si les quantités

$$\mathcal{A},\ \mathcal{B},\ \mathcal{C},\ \varphi,\ \psi,\ \chi,$$

sont infiniment petites à un instant donné, elles sont toujours infiniment petites, ce qui démontre la proposition énoncée.

La réciproque de cette proposition ne paraît pas pouvoir être démontrée d'une manière générale; *nous admettrons cette réciproque.*

Ces préliminaires posés, remarquons que l'on peut écrire [*Les actions électrodynamiques et électromagnétiques*, Chapitre préliminaire, égalités (19)]

$$\left\{\begin{aligned}
\mathfrak{f} &= \int\frac{\varphi'}{r}\,d\Pi' - \frac{1-\nu}{4\pi}\frac{\partial}{\partial x}\int\frac{\partial\mathfrak{V}'}{\partial t}\frac{1}{r}\,d\Pi',\\
\mathfrak{g} &= \int\frac{\psi'}{r}\,d\Pi' - \frac{1-\nu}{4\pi}\frac{\partial}{\partial y}\int\frac{\partial\mathfrak{V}'}{\partial t}\frac{1}{r}\,d\Pi',\\
\mathfrak{h} &= \int\frac{\chi'}{r}\,d\Pi' - \frac{1-\nu}{4\pi}\frac{\partial}{\partial z}\int\frac{\partial\mathfrak{V}'}{\partial t}\frac{1}{r}\,d\Pi'.
\end{aligned}\right. \tag{33}$$

Considérons, en premier lieu, des flux de déplacement vérifiant l'égalité

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \chi}{\partial z} = 0$$

en tout point du diélectrique et l'égalité

$$\varphi \cos(N_i, x) + \psi \cos(N_i, y) + \chi \cos(N_i, z) = 0$$

en tout point de la surface qui le limite. Pour de tels flux, nous avons, en vertu de l'égalité (24),

$$\frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial t} = 0$$

et, par conséquent, pour de tels flux, en vertu des égalités (33), l'inégalité (32) devient

$$\frac{C}{2}\iint \frac{\varphi\varphi' + \psi\psi' + \chi\chi'}{r}\, d\Pi d\Pi' > 0.$$

Mais on sait que l'on a

$$\iint \frac{\varphi\varphi' + \psi\psi' + \chi\chi'}{r}\, d\Pi d\Pi' > 0.$$

Nous arrivons donc à la proposition suivante :

La constante C *est positive.*

Nous poserons dorénavant

$$(34) \qquad C = \frac{\mathfrak{C}^2}{2}.$$

L'inégalité (32) devient alors

$$\int (\varphi \mathfrak{f} + \psi \mathfrak{g} + \chi \mathfrak{h})\, d\Pi > 0.$$

Un théorème bien connu de H. von Helmholtz nous apprend que, pour que cette inégalité soit vérifiée, il faut et il suffit que l'on ait

$$(35) \qquad \nu \geqq 0.$$

§ 5. *Récapitulation.*

Les divers résultats établis dans le présent Chapitre modifient quelques-unes des formules établies dans les Chapitres précé-

dents. Nous allons donner ici une récapitulation des principales formules sous leur forme définitive :

1° *Fonctions employées.*

$$(I)\quad\begin{cases} \mathfrak{U} = \int\left[\frac{1+\lambda}{2r}u' + \frac{1-\lambda}{2r}\left(\frac{x'-x}{r}u' + \frac{y'-y}{r}v' + \frac{z'-z}{r}w'\right)\frac{x'-x}{r}\right]d\varpi', \\ \mathfrak{V} = \int\left[\frac{1+\lambda}{2r}v' + \frac{1-\lambda}{2r}\left(\frac{x'-x}{r}u' + \frac{y'-y}{r}v' + \frac{z'-z}{r}w'\right)\frac{y'-y}{r}\right]d\varpi', \\ \mathfrak{W} = \int\left[\frac{1+\lambda}{2r}w' + \frac{1-\lambda}{2r}\left(\frac{x'-x}{r}u' + \frac{y'-y}{r}v' + \frac{z'-z}{r}w'\right)\frac{z'-z}{r}\right]d\varpi'. \end{cases}$$

$$(II)\qquad \lambda \geqq o.$$

$$(III)\quad\begin{cases} \Phi = \int\left[\frac{1+\mu}{2r}\varphi' + \frac{1-\mu}{2r}\left(\frac{x'-x}{r}\varphi' + \frac{y'-y}{r}\psi' + \frac{z'-z}{r}\chi'\right)\frac{x'-x}{r}\right]d\Pi', \\ \Psi = \int\left[\frac{1+\mu}{2r}\psi' + \frac{1-\mu}{2r}\left(\frac{x'-x}{r}\varphi' + \frac{y'-y}{r}\psi' + \frac{z'-z}{r}\chi'\right)\frac{y'-y}{r}\right]d\Pi', \\ \mathrm{X} = \int\left[\frac{1+\mu}{2r}\chi' + \frac{1-\mu}{2r}\left(\frac{x'-x}{r}\varphi' + \frac{y'-y}{r}\psi' + \frac{z'-z}{r}\chi'\right)\frac{z'-z}{r}\right]d\Pi'. \end{cases}$$

$$(IV)\quad\begin{cases} \mathfrak{u} = \int\left[\frac{1+\mu}{2r}u' + \frac{1-\mu}{2r}\left(\frac{x'-x}{r}u' + \frac{y'-y}{r}v' + \frac{z'-z}{r}w'\right)\frac{x'-x}{r}\right]d\varpi', \\ \mathfrak{v} = \int\left[\frac{1+\mu}{2r}v' + \frac{1-\mu}{2r}\left(\frac{x'-x}{r}u' + \frac{y'-y}{r}v' + \frac{z'-z}{r}w'\right)\frac{y'-y}{r}\right]d\varpi', \\ \mathfrak{w} = \int\left[\frac{1+\mu}{2r}w' + \frac{1-\mu}{2r}\left(\frac{x'-x}{r}u' + \frac{y'-y}{r}v' + \frac{z'-z}{r}w'\right)\frac{z'-z}{r}\right]d\varpi'. \end{cases}$$

$$(V)\quad\begin{cases} \mathfrak{f} = \int\left[\frac{1+\nu}{2r}\varphi' + \frac{1-\nu}{2r}\left(\frac{x'-x}{r}\varphi' + \frac{y'-y}{r}\psi' + \frac{z'-z}{r}\chi'\right)\frac{x'-x}{r}\right]d\Pi', \\ \mathfrak{g} = \int\left[\frac{1+\nu}{2r}\psi' + \frac{1-\nu}{2r}\left(\frac{x'-x}{r}\varphi' + \frac{y'-y}{r}\psi' + \frac{z'-z}{r}\chi'\right)\frac{y'-y}{r}\right]d\Pi', \\ \mathfrak{h} = \int\left[\frac{1+\nu}{2r}\chi' + \frac{1-\nu}{2r}\left(\frac{x'-x}{r}\varphi' + \frac{y'-y}{r}\psi' + \frac{z'-z}{r}\chi'\right)\frac{z'-z}{r}\right]d\Pi'. \end{cases}$$

$$(VI)\qquad \nu \geqq 0.$$

2° *Forces électromotrices d'induction.*

$$
\text{(VII)}\quad\left\{
\begin{aligned}
e_x dt &= -\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\left[\delta\mathfrak{U} + \mathfrak{U}\frac{\partial\delta x}{\partial x} + \mathfrak{V}\frac{\partial\delta y}{\partial x} + \mathfrak{W}\frac{\partial\delta z}{\partial x}\right],\\
e_y dt &= -\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\left[\delta\mathfrak{V} + \mathfrak{U}\frac{\partial\delta x}{\partial y} + \mathfrak{V}\frac{\partial\delta y}{\partial y} + \mathfrak{W}\frac{\partial\delta z}{\partial y}\right],\\
e_z dt &= -\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\left[\delta\mathfrak{W} + \mathfrak{U}\frac{\partial\delta x}{\partial z} + \mathfrak{V}\frac{\partial\delta y}{\partial z} + \mathfrak{W}\frac{\partial\delta z}{\partial z}\right],
\end{aligned}
\right.
$$

$$
\text{(VIII)}\quad\left\{
\begin{aligned}
\mathcal{E}_x dt &= -\,\mathrm{B}\left[\delta\Phi + \Phi\frac{\partial\delta x}{\partial x} + \Psi\frac{\partial\delta y}{\partial x} + \mathrm{X}\frac{\partial\delta z}{\partial x}\right],\\
\mathcal{E}_y dt &= -\,\mathrm{B}\left[\delta\Psi + \Phi\frac{\partial\delta x}{\partial y} + \Psi\frac{\partial\delta y}{\partial y} + \mathrm{X}\frac{\partial\delta z}{\partial y}\right],\\
\mathcal{E}_z dt &= -\,\mathrm{B}\left[\delta\mathrm{X} + \Phi\frac{\partial\delta x}{\partial z} + \Psi\frac{\partial\delta y}{\partial z} + \mathrm{X}\frac{\partial\delta z}{\partial z}\right].
\end{aligned}
\right.
$$

3° *Équations de la polarisation diélectrique.*

$$
\text{(IX)}\quad\left\{
\begin{aligned}
\mathcal{A} &= -\,\mathrm{F}(\mathcal{M})\left[\varepsilon\frac{\partial}{\partial x}(\mathrm{V}+\mathfrak{V}) + \mathfrak{J}_x + j_x\right],\\
\mathcal{B} &= -\,\mathrm{F}(\mathcal{M})\left[\varepsilon\frac{\partial}{\partial y}(\mathrm{V}+\mathfrak{V}) + \mathfrak{J}_y + j_y\right],\\
\mathcal{C} &= -\,\mathrm{F}(\mathcal{M})\left[\varepsilon\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{V}+\mathfrak{V}) + \mathfrak{J}_z + j_z\right],
\end{aligned}
\right.
$$

avec

$$
\text{(X)}\quad\left\{
\begin{aligned}
j_x dt &= \mathrm{B}\left[\delta\mathfrak{u} + \mathfrak{u}\frac{\partial\delta x}{\partial x} + \mathfrak{v}\frac{\partial\delta y}{\partial x} + \mathfrak{w}\frac{\partial\delta z}{\partial x}\right],\\
j_y dt &= \mathrm{B}\left[\delta\mathfrak{v} + \mathfrak{u}\frac{\partial\delta x}{\partial y} + \mathfrak{v}\frac{\partial\delta y}{\partial y} + \mathfrak{w}\frac{\partial\delta z}{\partial y}\right],\\
j_z dt &= \mathrm{B}\left[\delta\mathfrak{w} + \mathfrak{u}\frac{\partial\delta x}{\partial z} + \mathfrak{v}\frac{\partial\delta y}{\partial z} + \mathfrak{w}\frac{\partial\delta z}{\partial z}\right],
\end{aligned}
\right.
$$

et

$$
\text{(XI)}\quad\left\{
\begin{aligned}
\mathfrak{J}_x dt &= \frac{\mathfrak{C}^2}{2}\left(\delta\mathfrak{f} + \mathfrak{f}\frac{\partial\delta x}{\partial x} + \mathfrak{g}\frac{\partial\delta y}{\partial x} + \mathfrak{h}\frac{\partial\delta z}{\partial x}\right),\\
\mathfrak{J}_y dt &= \frac{\mathfrak{C}^2}{2}\left(\delta\mathfrak{g} + \mathfrak{f}\frac{\partial\delta x}{\partial y} + \mathfrak{g}\frac{\partial\delta y}{\partial y} + \mathfrak{h}\frac{\partial\delta z}{\partial y}\right),\\
\mathfrak{J}_z dt &= \frac{\mathfrak{C}^2}{2}\left(\delta\mathfrak{h} + \mathfrak{f}\frac{\partial\delta x}{\partial z} + \mathfrak{g}\frac{\partial\delta y}{\partial z} + \mathfrak{h}\frac{\partial\delta z}{\partial z}\right).
\end{aligned}
\right.
$$

4° Terme électrodynamique de l'énergie interne.

(XII) $$\mathrm{E}\mathrm{U}' = -(\Pi + \Pi' + \Pi''),$$

avec

(XIII) $$\Pi = -\frac{\mathfrak{A}^2}{4}\int(\mathfrak{U}u + \mathfrak{V}v + \mathfrak{W}w)\,d\varpi,$$

(XIV) $$\Pi' = -\frac{\mathfrak{C}^2}{4}\int(\mathfrak{f}\varphi + \mathfrak{g}\psi + \mathfrak{h}\chi)\,d\Pi,$$

(XV) $$\Pi'' = -\mathrm{B}\int(\Phi u + \Psi v + \mathrm{X}w)\,d\varpi$$

$$= -\mathrm{B}\int(\mathfrak{u}\varphi + \mathfrak{v}\psi + \mathfrak{w}\chi)\,d\Pi.$$

CHAPITRE IV

Les forces pondéromotrices.

---

§ 1. *Forces électrodynamiques dans un système parcouru par des flux de conduction et par des flux de déplacement.*

Considérons un système de conducteurs et de corps diélectriques parcourus par des flux soit de conduction, soit de déplacement; imaginons que ce système éprouve une modification infiniment petite quelconque.

Son énergie interne croît de δU; sa force vive, de $\delta \sum \frac{mv^2}{2}$; les forces extérieures qui le sollicitent effectuent un travail $d\mathfrak{T}_e$; il dégage une quantité de chaleur dQ, et l'on a

$$(1) \qquad E\,dQ + \delta \sum \frac{mv^2}{2} = -E\,\delta U + d\mathfrak{T}_e.$$

D'autre part, la loi de Joule [Chapitre III, égalité (3)] donne

$$(2) \qquad E\,dQ = dt \int \left[\left(E_x - T\frac{\partial E_x}{\partial T}\right) u + \left(E_y - T\frac{\partial E_y}{\partial T}\right) v + \left(E_z - T\frac{\partial E_z}{\partial T}\right) w\right] d\varpi + T\delta \int \frac{\partial \mathcal{F}(\mathcal{M},T)}{\partial T}\, d\Pi.$$

Les forces intérieures au système effectuent un travail égal, par définition, à

$$(3) \qquad d\mathfrak{T}_i = \delta \sum \frac{mv^2}{2} - d\mathfrak{T}_e.$$

L'ensemble des égalités (1), (2) et (3) donne

$$(4) \qquad d\mathfrak{G}_i = - \mathrm{E}\delta\mathrm{U} - dt \int \Big[\left(\mathrm{E}_x - \mathrm{T}\frac{\partial \mathrm{E}_x}{\partial \mathrm{T}}\right) u + \left(\mathrm{E}_y - \mathrm{T}\frac{\partial \mathrm{E}_y}{\partial \mathrm{T}}\right) v + \left(\mathrm{E}_z - \mathrm{T}\frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial \mathrm{T}}\right) w \Big] d\varpi - \mathrm{T}\delta \int \frac{\partial \mathfrak{F}(\mathfrak{M}, \mathrm{T})}{\partial \mathrm{T}} d\Pi.$$

Considérons les égalités (2) et (28) du Chapitre III.

Observons que l'on a

$$\varepsilon \sum \mathfrak{V} q = \varepsilon \int \left(\mathfrak{A} \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x} + \mathfrak{B} \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial y} + \mathfrak{C} \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial z} \right) d\Pi;$$

que l'on a aussi

$$\delta \mathfrak{F}(\mathfrak{M}, \mathrm{T}) = \frac{1}{\mathrm{F}(\mathfrak{M}, \mathrm{T})} (\mathfrak{A}\delta\mathfrak{A} + \mathfrak{B}\delta\mathfrak{B} + \mathfrak{C}\delta\mathfrak{C}).$$

Désignons par

$$\mathrm{D}\sum (\mathrm{V} + \mathfrak{V}) q$$

la variation que subirait la quantité $\sum (\mathrm{V} + \mathfrak{V}) q$ si, pendant le déplacement que l'on considère, la charge électrique demeurait invariable sur chaque élément conducteur, et l'intensité de polarisation invariable en grandeur et en direction (par rapport à des axes fixes) sur chaque élément diélectrique.

Désignons de même par

$$\mathrm{D}\int \left[\mathfrak{A} \frac{\partial(\mathrm{V} + \mathfrak{V})}{\partial x} + \mathfrak{B} \frac{\partial(\mathrm{V} + \mathfrak{V})}{\partial y} + \mathfrak{C} \frac{\partial(\mathrm{V} + \mathfrak{V})}{\partial z} \right] d\Pi$$

la variation que la quantité

$$\int \left[\mathfrak{A} \frac{\partial(\mathrm{V} + \mathfrak{V})}{\partial x} + \mathfrak{B} \frac{\partial(\mathrm{V} + \mathfrak{V})}{\partial y} + \mathfrak{C} \frac{\partial(\mathrm{V} + \mathfrak{V})}{\partial z} \right] d\Pi$$

subit dans ces conditions.

Enfin, pour abréger, employons une notation dont nous avons déjà fait usage au tome II de nos *Leçons sur l'électricité et le magnétisme;* désignons par $\|A\|$ la somme $(A + B + C)$

où B et C sont deux fonctions qui se déduisent de la fonction A par une permutation circulaire des axes Ox, Oy, Oz.

Nous trouverons sans peine l'égalité suivante:

$$
(5)\quad \begin{aligned}
\mathrm{E}\delta\mathfrak{P} = \mathrm{E}\delta\Upsilon + \sum q\delta\left(\Theta - \mathrm{T}\frac{\partial\Theta}{\partial\mathrm{T}}\right)
&+ \frac{\varepsilon}{2}\mathrm{D}\left[\sum(\mathrm{V}+\mathfrak{V})\,q + \int\left\|\mathcal{A}\frac{\partial(\mathrm{V}+\mathfrak{V})}{\partial x}\right\|d\Pi\right] + \int\mathcal{F}(\mathcal{M},\mathrm{T})\,\delta(d\Pi)\\
&+ \int\left\|u\frac{\partial}{\partial x}\left(\Theta - \mathrm{T}\frac{\partial\Theta}{\partial\mathrm{T}} + \varepsilon\mathrm{V} + \varepsilon\mathfrak{V}\right)\right\|d\varpi\\
&+ \int\left\|\left[\varepsilon\frac{\partial}{\partial x}(\mathrm{V}+\mathfrak{V}) + \frac{\mathcal{A}}{\mathrm{F}(\mathcal{M})}\right]\delta\mathcal{A}\right\|d\Pi\\
&- \mathrm{T}\delta\int\frac{\partial\mathcal{F}(\mathcal{M},\mathrm{T})}{\partial\mathrm{T}}\,d\Pi\\
&- \delta(\Pi + \Pi' + \Pi'').
\end{aligned}
$$

D'autre part, les égalités (10) du Chapitre I donnent

$$
(6)\quad \begin{aligned}
&\int\left\|\left(\mathrm{E}_x - \mathrm{T}\frac{\partial\mathrm{E}_x}{\partial\mathrm{T}}\right)u\right\|d\varpi\\
&= -\int\left\|\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Theta - \mathrm{T}\frac{\partial\Theta}{\partial\mathrm{T}} + \varepsilon\mathrm{V} + \varepsilon\mathfrak{V}\right) - f_x + \mathrm{T}\frac{\partial f_x}{\partial\mathrm{T}} - e_x - \mathcal{E}_x\right]u\right\|d\varpi
\end{aligned}
$$

et les égalités (2) du Chapitre II donnent

$$
(7)\quad \begin{aligned}
&\int\left\|\left[\varepsilon\frac{\partial}{\partial x}(\mathrm{V}+\mathfrak{V}) + \frac{\mathcal{A}}{\mathrm{F}(\mathcal{M})}\right]\delta\mathcal{A}\right\|d\Pi\\
&= dt\int\left\|(\mathcal{J}_x + j_x)\,\varphi\right\|d\Pi.
\end{aligned}
$$

Les égalités (4), (5), (6) et (7) donnent

$$
(8)\quad \begin{aligned}
d\mathcal{G}_i = -\mathrm{E}\delta\Upsilon &- dt\int\left\|\left(f_x - \mathrm{T}\frac{\partial f_x}{\partial\mathrm{T}}\right)u\right\|d\varpi\\
&- \sum q\delta\left(\Theta - \mathrm{T}\frac{\partial\Theta}{\partial\mathrm{T}}\right)\\
&- \frac{\varepsilon}{2}\mathrm{D}\left[\sum(\mathrm{V}+\mathfrak{V})\,q + \int\left\|\mathcal{A}\frac{\partial(\mathrm{V}+\mathfrak{V})}{\partial x}\right\|d\Pi\right] + \int\mathcal{F}(\mathcal{M},\mathrm{T})\,\delta(d\Pi)\\
&- dt\int\left\|(e_x + \mathcal{E}_x)\,u\right\|d\varpi - dt\int\left\|(j_x + \mathcal{J}_x)\,\varphi\right\|d\Pi\\
&+ \delta(\Pi + \Pi' + \Pi'').
\end{aligned}
$$

Or, les diverses théories exposées aux tomes I et II de nos

Leçons sur l'Électricité et le Magnétisme nous laissent facilement reconnaître :

1° Que la quantité

$$- \mathrm{E}\delta\Upsilon - \delta t \int \left\| \left(f_x - \mathrm{T}\frac{\partial f_x}{\partial \mathrm{T}} \right) u \right\| d\varpi$$

représente le travail des actions intérieures au système supposé ramené à l'état neutre ;

2° Que si l'on néglige, comme nous sommes convenus de le faire dans les questions de ce genre, les variations que les changements d'état dus à l'électrolyse peuvent faire subir à la quantité Θ, la quantité

$$\sum q\delta \left(\Theta - \mathrm{T}\frac{\partial \Theta}{\partial \mathrm{T}} \right)$$

représente le travail des forces moléculaires imaginées par H. von Helmholtz ;

3° Que la quantité

$$- \frac{\varepsilon}{2}\mathrm{D}\left[\sum (\mathrm{V} + \mathfrak{V})\, q + \int \left\| \mathcal{A} \frac{\partial}{\partial x}(\mathrm{V} + \mathfrak{V}) \right\| d\Pi \right] + \int \mathcal{F}(\mathcal{M}, \mathrm{T})\, \delta\, (d\Pi)$$

représente le travail des forces et des pressions électrostatiques.

L'égalité (8) nous enseigne donc que *le travail élémentaire des actions électrodynamiques qui s'exercent dans un système parcouru par des flux de conduction ou de déplacement a pour valeur*

$$(9) \qquad \begin{aligned} d\tau &= \delta(\Pi + \Pi' + \Pi'') \\ &- dt \int \left[(e_x + \mathcal{E}_x)\, u + (e_y + \mathcal{E}_y)\, v + e + \mathcal{E}_z)\, w \right] d\varpi \\ &- dt \int \left[(j_x + \mathcal{J}_x)\, \varphi + (j_y + \mathcal{J}_y)\, \psi + j_z + \mathcal{J}_z)\, w \right] d\Pi. \end{aligned}$$

Cette égalité conduit aisément à l'expression complète des actions qui s'exercent dans un système parcouru par des flux de conduction et de déplacement ; il suffit de reprendre les raisonnements et les calculs développés dans notre Mémoire *sur les forces électrodynamiques et électromagnétiques*, 1re partie,

Chapitres II et III, pour obtenir les résultats qui sont contenus dans le tableau suivant :

1° Fonctions employées.

Considérons les fonctions

$$(\text{XVI})\qquad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{p} &= \int\left(w_1\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial y} - v_1\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z}\right)d\varpi_1,\\ \mathfrak{q} &= \int\left(u_1\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z} - w_1\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\right)d\varpi_1,\\ \mathfrak{r} &= \int\left(v_1\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x} - u_1\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial y}\right)d\varpi_1,\end{aligned}\right.$$

que l'on peut écrire encore

$$(\text{XVII})\qquad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{p} &= \frac{\partial\mathfrak{W}}{\partial y} - \frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial z} = \frac{\partial\mathfrak{w}}{\partial y} - \frac{\partial\mathfrak{v}}{\partial z},\\ \mathfrak{q} &= \frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial z} - \frac{\partial\mathfrak{W}}{\partial x} = \frac{\partial\mathfrak{u}}{\partial z} - \frac{\partial\mathfrak{w}}{\partial x},\\ \mathfrak{r} &= \frac{\partial\mathfrak{V}}{\partial x} - \frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial y} = \frac{\partial\mathfrak{v}}{\partial x} - \frac{\partial\mathfrak{u}}{\partial y}.\end{aligned}\right.$$

Considérons de même les fonctions

$$(\text{XVIII})\qquad \left\{\begin{aligned} \varpi &= \int\left(\chi_1\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial y} - \psi_1\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z}\right)d\Pi_1,\\ \varkappa &= \int\left(\varphi_1\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z} - \chi_1\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\right)d\Pi_1,\\ \rho &= \int\left(\psi_1\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x} - \varphi_1\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial y}\right)d\Pi_1,\end{aligned}\right.$$

que l'on peut écrire également

$$(\text{XIX})\qquad \left\{\begin{aligned} \varpi &= \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \frac{\partial\mathfrak{h}}{\partial y} - \frac{\partial\mathfrak{g}}{\partial z},\\ \varkappa &= \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial X}{\partial x} = \frac{\partial\mathfrak{f}}{\partial z} - \frac{\partial\mathfrak{h}}{\partial x},\\ \rho &= \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial\mathfrak{g}}{\partial x} - \frac{\partial\mathfrak{f}}{\partial y}.\end{aligned}\right.$$

2° *Force appliquée à un élément de volume conducteur.*

Si $d\varpi$ est cet élément de volume et si $X d\varpi$, $Y d\varpi$, $Z d\varpi$ sont les composantes de la force qui lui est appliquée, on a

$$
\text{(XX)}\quad
\left\{
\begin{aligned}
X &= \left(\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{r} + B\rho\right) v - \left(\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{q} + B\chi\right) w \\
&\quad - \left(\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{U} + B\Phi\right)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right), \\
Y &= \left(\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{p} + B\varpi\right) w - \left(\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{r} + B\rho\right) u \\
&\quad - \left(\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{V} + B\Psi\right)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right), \\
Z &= \left(\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{q} + B\chi\right) u - \left(\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{p} + B\varpi\right) v \\
&\quad - \left(\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{W} + BX\right)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right).
\end{aligned}
\right.
$$

3° *Force appliquée à un élément de la surface terminale d'un conducteur.*

Si dS est l'élément de surface; si N_i est la normale à cet élément dirigée vers l'intérieur du conducteur; si $\mathfrak{X}dS$, $\mathfrak{Y}dS$, $\mathfrak{Z}dS$ sont les composantes de la force appliquée à l'élément dS, on a

$$
\text{(XXI)}\quad
\left\{
\begin{aligned}
\mathfrak{X} &= -\left(\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{U} + B\Phi\right)\Big[u\cos(N_i, x) + v\cos(N_i, y) + w\cos(N_i, z)\Big], \\
\mathfrak{Y} &= -\left(\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{V} + B\Psi\right)\Big[u\cos(N_i, x) + v\cos(N_i, y) + w\cos(N_i, z)\Big], \\
\mathfrak{Z} &= -\left(\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{W} + BX\right)\Big[u\cos(N_i, x) + v\cos(N_i, y) + w\cos(N_i, z)\Big].
\end{aligned}
\right.
$$

4° *Force appliquée à un élément de volume diélectrique.*

Si $d\Pi$ est cet élément de volume, et si $\mathfrak{x}\,d\Pi$, $\mathfrak{y}\,d\Pi$, $\mathfrak{z}\,d\Pi$ sont les composantes de la force qui lui est appliquée, on a

$$
(\text{XXII})\quad \left\{
\begin{aligned}
\mathfrak{x} &= \left(\frac{\mathfrak{C}^2}{2}\rho + B\mathfrak{r}\right)\psi - \left(\frac{\mathfrak{C}^2}{2}\varkappa + B\mathfrak{q}\right)\chi \\
&\quad - \left(\frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{f} + B\mathfrak{u}\right)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y} + \frac{\partial\chi}{\partial z}\right), \\
\mathfrak{y} &= \left(\frac{\mathfrak{C}^2}{2}\varpi + B\mathfrak{p}\right)\chi - \left(\frac{\mathfrak{C}^2}{2}\rho + B\mathfrak{r}\right)\varphi \\
&\quad - \left(\frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{g} + B\mathfrak{v}\right)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y} + \frac{\partial\chi}{\partial z}\right), \\
\mathfrak{z} &= \left(\frac{\mathfrak{C}^2}{2}\varkappa + B\mathfrak{q}\right)\varphi - \left(\frac{\mathfrak{C}^2}{2}\varpi + B\mathfrak{p}\right)\psi \\
&\quad - \left(\frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{h} + B\mathfrak{w}\right)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y} + \frac{\partial\chi}{\partial z}\right).
\end{aligned}
\right.
$$

5° *Force appliquée à un élément de la surface terminale d'un diélectrique.*

Si dS est cet élément, et si $\mathfrak{X}dS$, $\mathfrak{Y}dS$, $\mathfrak{Z}dS$ sont les composantes de la force qui lui est appliquée, on a

$$
(\text{XXIII})\quad \left\{
\begin{aligned}
\mathfrak{X} &= -\left(\frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{f} + B\mathfrak{u}\right)\left[\varphi\cos(N_i, x) + \psi\cos(N_i, y) + \chi\cos(N_i, z)\right], \\
\mathfrak{Y} &= -\left(\frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{g} + B\mathfrak{v}\right)\left[\varphi\cos(N_i, x) + \psi\cos(N_i, y) + \chi\cos(N_i, z)\right], \\
\mathfrak{Z} &= -\left(\frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{h} + B\mathfrak{w}\right)\left[\varphi\cos(N_i, x) + \psi\cos(N_i, y) + \chi\cos(N_i, z)\right].
\end{aligned}
\right.
$$

CHAPITRE V

Relations diverses entre les constantes fondamentales.

§ 1. *Sur la vitesse de propagation des flux de déplacement transversaux.*

Les équations établies au Chapitre III permettent d'étudier comment les flux de déplacement se propagent dans un diélectrique; il suffit de suivre la méthode indiquée par H. von Helmholtz. Toutefois, l'application de cette méthode exige que, dans le milieu étudié, la fonction de polarisation F($\mathfrak{M}$) se réduise à un coefficient de polarisation k indépendant de l'intensité $\mathfrak{M}$ de la polarisation.

On trouve alors que les flux longitudinaux se propagent dans le diélectrique avec une vitesse

$$(1) \qquad \mathfrak{U} = \frac{\sqrt{2\varepsilon}}{\mathfrak{C}} \frac{\sqrt{1 + 4\pi\varepsilon k}}{\sqrt{4\pi\varepsilon k \nu}}$$

et les flux transversaux avec une vitesse

$$(2) \qquad U = \frac{\sqrt{2\varepsilon}}{\mathfrak{C}} \frac{1}{\sqrt{4\pi\varepsilon k}}.$$

Considérons ce que deviennent ces vitesses de propagation dans le vide. Si nous désignons par k_0 le coefficient de polarisation diélectrique de l'éther, ces vitesses prendront les valeurs

$$(1^{bis}) \qquad \mathfrak{U}_0 = \frac{\sqrt{2\varepsilon}}{\mathfrak{C}} \frac{\sqrt{1 + 4\pi\varepsilon k_0}}{\sqrt{4\pi\varepsilon k_0 \nu}},$$

$$(2^{bis}) \qquad U_0 = \frac{\sqrt{2\varepsilon}}{\mathfrak{C}} \frac{1}{\sqrt{4\pi\varepsilon k_0}}.$$

D'autre part, le coefficient v de Maxwell, censé mesuré dans le vide, aurait pour valeur

$$(3) \qquad v = \frac{\sqrt{2\varepsilon}}{\mathfrak{A}} \frac{1}{\sqrt{1 + 4\pi\varepsilon k_0}}.$$

Les expériences ont montré que v différait très peu de la vitesse de la lumière dans le vide; d'autre part, Maxwell suppose que U_0 est égal à la vitesse de la lumière dans le vide, et les expériences imaginées par H. Hertz ne semblent pas contredire cette hypothèse. Sans nous attacher ici à la relation que les deux quantités v et U_0 peuvent présenter avec la vitesse de la lumière, nous retiendrons seulement que *la théorie de Maxwell exige l'égalité des deux quantités* v *et* U_0 et nous discuterons les conséquences de cette hypothèse.

Cette hypothèse, jointe aux égalités (2 *bis*) et (3), entraîne l'égalité

$$(4) \qquad \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}} = \sqrt{\frac{1 + 4\pi\varepsilon k_0}{4\pi\varepsilon k_0}}.$$

Pour que cette égalité puisse être vérifiée, il n'est nullement nécessaire que l'on fasse une hypothèse spéciale sur la valeur du produit εk_0. On pourra, par exemple, comme nous l'avons indiqué ailleurs, supposer que εk_0 a une petite valeur; on en sera quitte pour admettre que le rapport $\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}}$ a une grande valeur, hypothèse qui n'a rien d'étrange.

Depuis Maxwell, les courants de déplacement étaient traités comme si l'on avait nécessairement

$$(5) \qquad \mathfrak{C} = \mathfrak{A};$$

cette égalité (5) n'est compatible avec l'égalité (4) que si l'on suppose εk_0 infini, hypothèse qui détruit toute la théorie classique de l'électrostatique.

L'une des plus grandes difficultés de la théorie de Maxwell est ainsi éliminée par la manière dont nous avons défini et traité les flux de déplacement.

§ 2. *Sur l'équivalence des flux de conduction et des flux de déplacement.*

Nous allons maintenant simplifier les résultats obtenus jusqu'ici par l'introduction d'une nouvelle hypothèse, très vraisemblable, mais nullement nécessaire, qui nous rapprochera de la manière dont Maxwell, H. von Helmholtz et tous les physiciens ont traité jusqu'ici les courants de déplacement.

Cette hypothèse est la suivante :

Considérons un corps diélectrique C traversé par des flux de déplacement ; soient φ, ψ, χ les composantes du flux de déplacement au point (x, y, z) du corps C. *Nous admettrons que ce corps exerce les mêmes actions électromotrices et pondéromotrices en tout corps, conducteur ou diélectrique, qu'un certain conducteur de même forme, occupant la même place et parcouru par des flux de conduction dont les composantes au point* (x, y, z) *auraient pour valeur*

$$u = \Theta\varphi, \quad v = \Theta\psi, \quad w = \Theta\chi, \tag{6}$$

Θ *étant un certain rapport constant* ET POSITIF.

Cette hypothèse peut s'énoncer abréviativement de la manière suivante : *Il y a équivalence entre un flux de déplacement* (φ, ψ, χ) *et un flux de conduction de même direction* (u, v, w), *le rapport d'équivalence ayant une valeur* POSITIVE *constante* Θ.

Voyons quelles sont les conséquences de cette hypothèse.

Lorsque le corps C est considéré comme un diélectrique parcouru par des courants de déplacement, l'action pondéromotrice ou électromotrice qu'il exerce sur un conducteur quelconque dépend des valeurs prises, en chaque point de l'espace, par les fonctions

$$\mathrm{B}\Phi, \quad \mathrm{B}\Psi, \quad \mathrm{B}\mathrm{X}.$$

L'action pondéromotrice ou électromotrice qu'il exerce en

un diélectrique quelconque dépend des valeurs prises, en chaque point de l'espace, par les fonctions

$$\frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{f}, \quad \frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{g}, \quad \frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{h}.$$

Lorsque le corps C est considéré comme un conducteur parcouru par des courants, l'action pondéromotrice ou électromotrice qu'il exerce en un conducteur quelconque dépend des valeurs prises, en chaque point de l'espace, par les fonctions

$$\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{U}, \quad \frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{V}, \quad \frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{W}.$$

L'action pondéromotrice ou électromotrice qu'il exerce en un diélectrique quelconque dépend des valeurs prises, aux divers points de l'espace, par les fonctions

$$\mathrm{B}\mathfrak{u}, \quad \mathrm{B}\mathfrak{v}, \quad \mathrm{B}\mathfrak{w}.$$

L'hypothèse que nous avons énoncée peut donc encore s'exprimer de la manière suivante:

Les identités (6) *entraînent les identités*

$$(7) \qquad \mathrm{B}\Phi = \frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{U}, \qquad \mathrm{B}\Psi = \frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{V}, \qquad \mathrm{B}\mathrm{X} = \frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{W}$$

et

$$(8) \qquad \frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{f} = \mathrm{B}\mathfrak{u}, \qquad \frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{g} = \mathrm{B}\mathfrak{v}, \qquad \frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{h} = \mathrm{B}\mathfrak{w}.$$

Imaginons tout d'abord que l'on ait, en tout point du *diélectrique* C,

$$(9) \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y} + \frac{\partial\chi}{\partial z} = 0$$

et, en tout point de la surface qui le termine,

$$(10) \qquad \varphi\cos(\mathrm{N}_i, x) + \psi\cos(\mathrm{N}_i, y) + \chi\cos(\mathrm{N}_i, z) = 0.$$

Les égalités (23) et (24) du Chapitre III nous donneront

$$(11) \qquad \Phi = \int_{\mathrm{C}} \frac{\varphi'}{r}\, d\varpi', \qquad \Psi = \int_{\mathrm{C}} \frac{\psi'}{r}\, d\varpi', \qquad \mathrm{X} = \int_{\mathrm{C}} \frac{\chi'}{r}\, d\varpi'.$$

Nous aurons semblablement

$$(12) \qquad \mathfrak{f} = \int_{\mathrm{C}} \frac{\varphi'}{r}\, d\varpi', \qquad \mathfrak{g} = \int_{\mathrm{C}} \frac{\psi'}{r}\, d\varpi', \qquad \mathfrak{h} = \int_{\mathrm{C}} \frac{\chi'}{r}\, d\varpi'.$$

D'autre part, en vertu des identités (6), les égalités (9) et (10) nous montrent que l'on aura, en tout point du *conducteur* C,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{9 bis}$$

et, en tout point de la surface qui le limite,

$$u\cos(N_i, x) + v\cos(N_i, y) + w\cos(N_i, z) = 0. \tag{10 bis}$$

Ces égalités (9 *bis*) et (10 *bis*) nous permettront d'écrire

$$\mathfrak{U} = \int_C \frac{u'}{r}\,d\varpi', \quad \mathfrak{V} = \int_C \frac{v'}{r}\,d\varpi', \quad \mathfrak{W} = \int_C \frac{w'}{r}\,d\varpi' \tag{13}$$

et, de même,

$$\mathfrak{u} = \int_C \frac{u'}{r}\,d\varpi', \quad \mathfrak{v} = \int_C \frac{v'}{r}\,d\varpi', \quad \mathfrak{w} = \int_C \frac{w'}{r}\,d\varpi'. \tag{14}$$

Les égalités (6), (11) et (13) montrent que l'on a, dans le cas particulier qui nous occupe,

$$\mathfrak{U} = \Theta\Phi, \quad \mathfrak{V} = \Theta\Psi, \quad \mathfrak{W} = \Theta X.$$

Les égalités (6), (12) et (14) donnent de même

$$\mathfrak{u} = \Theta\mathfrak{f}, \quad \mathfrak{v} = \Theta\mathfrak{g}, \quad \mathfrak{w} = \Theta\mathfrak{h}.$$

Les identités (7) et (8) se réduisent alors à

$$B = \frac{\mathfrak{A}^2}{2}\Theta,$$

$$\Theta B = \frac{\mathfrak{C}^2}{2}.$$

Si l'on se souvient que la constante Θ est positive par hypothèse, on voit qu'il en est de même de B; les égalités précédentes pourront être remplacées par

$$B = \frac{\mathfrak{A}\mathfrak{C}}{2}, \tag{15}$$

$$\Theta = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}}. \tag{16}$$

Revenons maintenant au cas où les flux de déplacement qui parcourent le *diélectrique* C sont quelconques. Soit $\mathfrak{V}$ la fonc-

tion potentielle électrostatique de la polarisation distribuée sur ce corps. Nous aurons [Chapitre III, égalité (24)]

$$(17) \quad \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial t} = -\int_C \left(\frac{\partial \varphi'}{\partial x'} + \frac{\partial \psi'}{\partial y'} + \frac{\partial \chi'}{\partial z'}\right) \frac{1}{r} d\Pi' - \int [\varphi' \cos(N_i, x) + \psi' \cos(N_i, y) + \chi' \cos(N_i, z)] \frac{1}{r} dS.$$

Nous aurons aussi [Chapitre III, égalités (23)]

$$(18) \quad \Phi = \int_C \frac{\varphi'}{r} d\Pi' - \frac{1-\mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_C \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t} \frac{1}{r} d\Pi',$$

et de même

$$(19) \quad \mathfrak{f} = \int_C \frac{\varphi'}{r} d\Pi' - \frac{1-\nu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_C \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t} \frac{1}{r} d\Pi'.$$

Considérons le *conducteur* C parcouru par les flux de conduction u, v, w que définissent les identités (6). Soit V la fonction potentielle électrostatique des charges électriques distribuées sur ce conducteur. Nous aurons

$$(17^{bis}) \quad \frac{\partial V}{\partial t} = -\int_C \left(\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} + \frac{\partial w'}{\partial z'}\right) \frac{1}{r} d\Pi' - \int [u' \cos(N_i, x) + v' \cos(N_i, y) + w' \cos(N_i, z)] \frac{1}{r} dS.$$

Nous aurons aussi

$$(20) \quad \mathfrak{U} = \int_C \frac{u'}{r} d\Pi' - \frac{1-\lambda}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_C \frac{\partial V'}{\partial t} \frac{1}{r} d\Pi',$$

$$(21) \quad \mathfrak{u} = \int_C \frac{u'}{r} d\Pi' - \frac{1-\mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_C \frac{\partial V'}{\partial t} \frac{1}{r} d\Pi'.$$

D'ailleurs, les égalités (6), (17) et (17 *bis*) donnent

$$(22) \quad \Theta \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial t}.$$

La première des identités (7) peut donc s'écrire, en vertu des égalités (18), (20) et (22),

$$B \int_C \frac{\varphi'}{r} d\Pi' - B \frac{1-\mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_C \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t} \frac{1}{r} d\Pi' = \frac{\mathfrak{A}^2}{2} \int_C \frac{u'}{r} d\Pi' - \frac{\mathfrak{A}^2}{2} \Theta \frac{1-\lambda}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_C \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t} \frac{1}{r} d\Pi'$$

ou bien, en vertu des égalités (6), (15) et (16),

$$\frac{\lambda - \mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_c \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t} \frac{1}{r} d\Pi' = 0.$$

Cette égalité ne peut avoir lieu identiquement que si l'on a

(23) $$\lambda = \mu.$$

De même la première des identités (8), jointe aux égalités (19) et (21), donne

(24) $$\mu = \nu.$$

L'hypothèse faite au début de ce § réduit donc à *deux* les trois constantes fondamentales

$$\frac{\mathfrak{A}^2}{2}, \qquad B, \qquad \frac{\mathfrak{C}^2}{2},$$

et à *une* les trois constantes de Helmholtz

$$\lambda, \qquad \mu, \qquad \nu.$$

La manière dont les courants de déplacement étaient traités jusqu'ici entraînait l'égalité $\Theta = 1$, ou bien, en vertu de l'égalité (16), l'égalité $\mathfrak{C} = \mathfrak{A}$, que nous avons vue, au § précédent, être inadmissible.

Si nous rapprochons les égalités (4) et (16), nous voyons que l'on aurait

(25) $$\Theta = \sqrt{\frac{1 + 4\pi\varepsilon k_0}{4\pi\varepsilon k_0}}.$$

Ainsi *un flux de déplacement, d'intensité* η, *serait équivalent à un flux de conduction de même direction et d'intensité*

(26) $$j = \eta \sqrt{\frac{1 + 4\pi\varepsilon k_0}{4\pi\varepsilon k_0}}.$$

§ 3. *Stabilité de l'équilibre électrique en général.*

L'hypothèse énoncée au § précédent et les conséquences qui s'en déduisent permettent de démontrer la proposition suivante :

Considérons un système formé de corps conducteurs et de corps diélectriques; les corps conducteurs portent des charges

électriques; les corps diélectriques sont polarisés; si les conditions d'équilibre sont vérifiées en tout point de ce système, l'équilibre du système est stable, pourvu que la constante λ ne soit pas négative.

Pour démontrer cette proposition, il suffit évidemment de démontrer que, tant que λ n'est pas négatif, la quantité $(\Pi + \Pi' + \Pi'')$ est positive; en effet, ce premier point acquis, la démonstration s'achèvera en combinant la méthode donnée par M. H. von Helmholtz pour le cas où le système ne renferme que des conducteurs, avec la méthode indiquée au Chapitre III, § 4, pour le cas où le système ne renferme que des diélectriques.

Or, en tout point des corps diélectriques que renferme le système, remplaçons le flux de déplacement (φ, ψ, χ) par un flux de conduction (u, v, w) tel que l'on ait

$$u = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}}\varphi, \qquad v = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}}\psi, \qquad w = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}}\chi.$$

Cette substitution effectuée, le système sera transformé en un système que traversent exclusivement des flux de conduction. La quantité qui, pour ce système, est analogue à Π, quantité que nous désignerons par Π_1, est assurément positive, si λ n'est pas négatif. Or, on voit sans peine que l'on a

$$\Pi_1 = \Pi + \Pi' + \Pi''.$$

La proposition que nous voulions établir est donc démontrée.

§ 4. *Cas où la constante λ n'intervient pas dans les calculs.*

Nous avons été amenés à introduire dans nos calculs trois constantes de Helmholtz, d'origine distincte: la première, λ, est relative aux actions mutuelles des courants de conduction; la seconde, μ, est relative aux actions des courants de conduction sur les courants de déplacement; la troisième, ν, est relative aux actions mutuelles des courants de déplacement. L'hypothèse exposée au § 2 nous a conduits à supposer ces trois constantes égales entre elles, en sorte que, dorénavant, nous les représenterons toutes trois par la même lettre λ.

L'étude de la stabilité de l'équilibre électrique conduit à admettre que λ n'est pas négatif; mais aucune considération ni théorique, ni expérimentale, ne nous indique si λ est nul ou positif, et, dans ce dernier cas, quelle est la valeur positive qu'il convient de lui attribuer.

Maxwell, dans ses formules, supprime λ, comme si λ était égal à 0. Cette opération ne peut être légitime que dans le cas où la valeur de λ n'influe pas sur les propriétés du système que l'on étudie. On est donc tenu de résoudre la question suivante : *Dans quel cas les propriétés d'un système de courants de conduction et de déplacement sont-elles indépendantes de la valeur attribuée à λ?*

Considérons un système formé de conducteurs parcourus par des courants de conduction et de diélectriques parcourus par des courants de déplacement.

En un point appartenant à un conducteur, les actions électromotrices ou pondéromotrices de ce système dépendent des trois fonctions

$$\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{U} + B\Phi,$$
$$\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{V} + B\Psi,$$
$$\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\mathfrak{W} + BX.$$

En un point appartenant à un diélectrique, les actions électromotrices ou pondéromotrices du système dépendent des trois fonctions

$$B\mathfrak{u} + \frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{f},$$
$$B\mathfrak{v} + \frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{g},$$
$$B\mathfrak{w} + \frac{\mathfrak{C}^2}{2}\mathfrak{h}.$$

Mais, d'une part, on a

(15) $$B = \frac{\mathfrak{A}\mathfrak{C}}{2};$$

d'ailleurs l'égalité $\lambda = \mu$ donne

$$\mathfrak{U} = \mathfrak{u}, \quad \mathfrak{V} = \mathfrak{v}, \quad \mathfrak{W} = \mathfrak{w}$$

et l'égalité $\mu = \nu$ donne

$$\Phi = \mathfrak{f}, \quad \Psi = \mathfrak{g}, \quad X = \mathfrak{h}.$$

Les actions du système en un point appartenant à un conducteur dépendent donc des fonctions

$$\frac{\mathfrak{A}}{2}(\mathfrak{A}\mathfrak{U} + \mathfrak{C}\Phi),$$
$$\frac{\mathfrak{A}}{2}(\mathfrak{A}\mathfrak{V} + \mathfrak{C}\Psi),$$
$$\frac{\mathfrak{A}}{2}(\mathfrak{A}\mathfrak{W} + \mathfrak{C}X),$$

tandis que les actions en un point appartenant à un diélectrique dépendent des fonctions

$$\frac{\mathfrak{C}}{2}(\mathfrak{A}\mathfrak{U} + \mathfrak{C}\Phi),$$
$$\frac{\mathfrak{C}}{2}(\mathfrak{A}\mathfrak{V} + \mathfrak{C}\Psi),$$
$$\frac{\mathfrak{C}}{2}(\mathfrak{A}\mathfrak{W} + \mathfrak{C}X).$$

La question posée est donc ramenée à celle-ci : *Dans quel cas les trois fonctions*

$$\mathfrak{A}\mathfrak{U} + \mathfrak{C}\Phi, \quad \mathfrak{A}\mathfrak{V} + \mathfrak{C}\Psi, \quad \mathfrak{A}\mathfrak{W} + \mathfrak{C}X,$$

ont-elles des valeurs indépendantes de λ?

Mais nous avons [*Les actions électrodynamiques et électromagnétiques*, Chapitre préliminaire, égalités (19)]

$$\mathfrak{U} = \int \frac{u'}{r} d\varpi' - \frac{1-\lambda}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_E \frac{\partial V'}{\partial t} \frac{1}{r} d\omega',$$
$$\mathfrak{V} = \int \frac{v'}{r} d\varpi' - \frac{1-\lambda}{4\pi} \frac{\partial}{\partial y} \int_E \frac{\partial V'}{\partial t} \frac{1}{r} d\omega',$$
$$\mathfrak{W} = \int \frac{w'}{r} d\varpi' - \frac{1-\lambda}{4\pi} \frac{\partial}{\partial z} \int_E \frac{\partial V'}{\partial t} \frac{1}{r} d\omega',$$

les intégrales qui portent l'indice E s'étendant à tous les éléments de volume $d\omega'$ de l'espace.

Nous avons de même [Chapitre III, égalités (23)]

$$\Phi = \int \frac{\varphi'}{r} d\Pi' - \frac{1-\lambda}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_{\mathrm{E}} \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t} \frac{1}{r} d\omega',$$

$$\Psi = \int \frac{\psi'}{r} d\Pi' - \frac{1-\lambda}{4\pi} \frac{\partial}{\partial y} \int_{\mathrm{E}} \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t} \frac{1}{r} d\omega',$$

$$\mathrm{X} = \int \frac{\chi'}{r} d\Pi' - \frac{1-\lambda}{4\pi} \frac{\partial}{\partial z} \int_{\mathrm{E}} \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t} \frac{1}{r} d\omega'.$$

Ces égalités nous donnent

$$\begin{aligned}\mathfrak{A}\mathfrak{U} + \mathfrak{C}\Phi = {} & \mathfrak{A}\int \frac{u'}{r} d\varpi' + \mathfrak{C}\int \frac{\varphi'}{r} d\Pi' \\ & - \frac{1-\lambda}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_{\mathrm{E}} \left(\mathfrak{A} \frac{\partial \mathrm{V}'}{\partial t} + \mathfrak{C} \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t}\right) \frac{1}{r} d\omega', \\ \mathfrak{A}\mathfrak{V} + \mathfrak{C}\Psi = {} & \mathfrak{A}\int \frac{v'}{r} d\varpi' + \mathfrak{C}\int \frac{\psi'}{r} d\Pi' \\ & - \frac{1-\lambda}{4\pi} \frac{\partial}{\partial y} \int_{\mathrm{E}} \left(\mathfrak{A} \frac{\partial \mathrm{V}'}{\partial t} + \mathfrak{C} \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t}\right) \frac{1}{r} d\omega', \\ \mathfrak{A}\mathfrak{W} + \mathfrak{C}\mathrm{X} = {} & \mathfrak{A}\int \frac{w'}{r} d\varpi' + \mathfrak{C}\int \frac{\chi'}{r} d\Pi' \\ & - \frac{1-\lambda}{4\pi} \frac{\partial}{\partial z} \int_{\mathrm{E}} \left(\mathfrak{A} \frac{\partial \mathrm{V}'}{\partial t} + \mathfrak{C} \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t}\right) \frac{1}{r} d\omega'.\end{aligned}$$

Par conséquent, pour que les trois quantités considérées aient des valeurs indépendantes de λ, il faut et il suffit que l'on ait

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{\mathrm{E}} \left(\mathfrak{A} \frac{\partial \mathrm{V}'}{\partial t} + \mathfrak{C} \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t}\right) \frac{1}{r} d\omega' = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \int_{\mathrm{E}} \left(\mathfrak{A} \frac{\partial \mathrm{V}'}{\partial t} + \mathfrak{C} \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t}\right) \frac{1}{r} d\omega' = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{\mathrm{E}} \left(\mathfrak{A} \frac{\partial \mathrm{V}'}{\partial t} + \mathfrak{C} \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t}\right) \frac{1}{r} d\omega' = 0.$$

D'ailleurs, il est bien facile de voir que ces conditions équivalent à la suivante :

On a, en tout point de l'espace,

$$\mathfrak{A} \frac{\partial \mathrm{V}'}{\partial t} + \mathfrak{C} \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t} = 0. \tag{27}$$

Cette égalité peut s'écrire autrement.

Soient : s une surface par laquelle un conducteur confine avec le vide impolarisable et n_i la normale à cette surface vers l'intérieur du conducteur ;

S une surface par laquelle un diélectrique confine avec le le vide et N_i la normale à cette surface vers l'intérieur du diélectrique ;

σ une surface de contact de deux conducteurs différents et n_1, n_2 les deux directions de la normale à cette surface ;

Σ une surface de contact de deux diélectriques différents et N_1, N_2, les deux directions de la normale à cette surface ;

$\mathcal{S}$ une surface de contact entre un conducteur et un diélectrique ; n la normale à cette surface vers l'intérieur du conducteur et N la normale à cette surface vers l'intérieur du diélectrique.

La quantité

$$\mathfrak{A} \frac{\partial V'}{\partial t} + \mathfrak{C} \frac{\partial \mathfrak{V}'}{\partial t}$$

peut être regardée comme la fonction potentielle d'une distribution fictive définie de la manière suivante :

1° En tout point d'une masse conductrice continue, elle a pour densité solide

$$-\mathfrak{A}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right);$$

2° En tout point d'une masse diélectrique continue, elle a pour densité solide

$$-\mathfrak{C}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \chi}{\partial z}\right);$$

3° En tout point d'une surface s, elle a pour densité superficielle

$$-\mathfrak{A}\,[u \cos(n_i,x) + v \cos(n_i,y) + w \cos(n_i,z)];$$

4° En tout point d'une surface σ, elle a pour densité superficielle

$$\begin{aligned} -\mathfrak{A}\,[&u_1 \cos(n_1,x) + v_1 \cos(n_1,y) + w \cos(n_1,z) \\ &+ u_2 \cos(n_2,x) + {}_2 \cos(n_2,y) + w \cos(n_2,z)]; \end{aligned}$$

5° En tout point d'une surface S, elle a pour densité superficielle

$$- \mathfrak{C}\,[\varphi \cos(N_i, x) + \psi \cos(N_i, y) + \chi \cos(N_i, z)];$$

6° En tout point d'une surface Σ, elle a pour densité superficielle

$$\begin{aligned} - \mathfrak{C}\,[&\varphi_1 \cos(N_1, x) + \psi_1 \cos(N_1, y) + X_1 \cos(N_1, z) \\ &+ \varphi_2 \cos(N_2, x) + \psi_2 \cos(N_2, y) + \chi_2 \cos(N_2, z)]; \end{aligned}$$

7° En tout point d'une surface $\mathcal{S}$, elle a pour densité superficielle

$$\begin{aligned} &- \mathfrak{A}\,[u \cos(n, x) + v \cos(n, y) + w \cos(n, z)] \\ &- \mathfrak{C}\,[\varphi \cos(N, x) + \psi \cos(N, y) + \chi \cos(N, z)]. \end{aligned}$$

Pour que l'égalité (27) soit vérifiée en tout point de l'espace et à tout instant, il faut et il suffit que ces diverses densités, solides ou superficielles, soient nulles à tout instant.

On doit donc avoir :

1° En tout point d'une masse conductrice continue,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \tag{28}$$

2° En tout point d'une masse diélectrique continue,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \chi}{\partial z} = 0; \tag{29}$$

3° En tout point d'une surface s,

$$u \cos(n_i, x) + v \cos(n_i, y) + w \cos(n_i, z) = 0; \tag{30}$$

4° En tout point d'une surface σ,

$$\begin{aligned} &u_1 \cos(n_1, x) + v_1 \cos(n_1, y) + w_1 \cos(n_1, z) \\ &+ u_2 \cos(n_2, x) + v_2 \cos(n_2, y) + w_2 \cos(n_2, z) = 0; \end{aligned} \tag{31}$$

5° En tout point d'une surface S,

$$\varphi \cos(N_i, x) + \psi \cos(N_i, y) + \chi \cos(N_i, z) = 0; \tag{32}$$

6° En tout point d'une surface Σ,

$$\begin{aligned} &\varphi_1 \cos(N_1, x) + \psi_1 \cos(N_2, y) + \chi_1 \cos(N_1, z) \\ &+ \varphi_2 \cos(N_2, x) + \psi_2 \cos(N_2, y) + \chi_2 \cos(N_2, z) = 0; \end{aligned} \tag{33}$$

7° En tout point d'une surface $\mathcal{S}$,

(34) $\mathfrak{A}\,[u\cos(n,x) + v\cos(n,y) + w\cos(n,z)]$
$+ \mathfrak{C}\,[\varphi\cos(\mathrm{N},x) + \psi\cos(\mathrm{N},y) + \chi\cos(\mathrm{N},z)] = 0.$

Imaginons, en particulier, *que les corps conducteurs ou diélectriques qui composent le système soient immobiles*; désignons par e une densité électrique solide et par E une densité électrique superficielle. Les égalités précédentes pourront prendre la forme suivante:

1° En tout point d'une masse conductrice continue, on a

(28 *bis*) $$e = \text{const.};$$

2° En tout point d'une masse diélectrique, on a

(29 *bis*) $$\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial z} = \text{const.};$$

3° En tout point d'une surface s, on a

(30 *bis*) $$\mathrm{E} = \text{const.};$$

4° En tout point d'une surface σ, on a

(31 *bis*) $$\mathrm{E} = \text{const.};$$

5° En tout point d'une surface S, on a

(32 *bis*) $$\mathcal{A}\cos(\mathrm{N}_i,x) + \mathcal{B}\cos(\mathrm{N}_i,y) + \mathcal{C}\cos(\mathrm{N}_i,z) = \text{const.};$$

6° En tout point d'une surface Σ, on a

(33 *bis*) $$\mathcal{A}_1\cos(\mathrm{N}_1,x) + \mathcal{B}_1\cos(\mathrm{N}_1,y) + \mathcal{C}_1\cos(\mathrm{N}_1,z) + \mathcal{A}_2\cos(\mathrm{N}_2,x) + \mathcal{B}_2\cos(\mathrm{N}_2,y) + \mathcal{C}_2\cos(\mathrm{N}_2,z) = \text{const.};$$

7° En tout point d'une surface $\mathcal{S}$, on a

(34 *bis*) $$\mathfrak{A}\mathrm{E} - \mathfrak{C}\,[\mathcal{A}\cos(\mathrm{N},x) + \mathcal{B}\cos(\mathrm{N},y) + \mathcal{C}\cos(\mathrm{N},z)] = \text{const.}$$

Ces conditions ne peuvent être réalisées en général.

Les conditions (28 *bis*) et (31 *bis*) rendraient absolument invariable l'état électrique à l'intérieur d'un conducteur homogène ou hétérogène; or, l'état électrique interne d'un conducteur hétérogène parcouru par des courants permanents dépend de l'intensité de ces courants; les égalités (28 *bis*) et (31 *bis*) sont donc incompatibles avec l'existence de courants permanents au sein de conducteurs hétérogènes.

Les conditions (29 *bis*), (32 *bis*) et (33 *bis*) conduiraient à cette conséquence qu'un corps diélectrique homogène ou hétérogène, continu ou discontinu, qui ne confine en aucun point de sa surface à un corps conducteur, exerce, en tout point qui lui est extérieur, une action électrostatique invariable. Or, l'action électrostatique exercée par un corps diélectrique en un point extérieur varie, en général, avec le champ dans lequel ce corps se trouve placé. Les conditions (29 *bis*), (32 *bis*) et (33 *bis*) sont donc incompatibles avec la théorie de l'équilibre de polarisation sur les corps diélectriques.

Ainsi, il n'est pas possible d'admettre, d'une manière générale, l'exactitude des conditions (28 *bis*) à (34 *bis*), ni *a fortiori* l'exactitude des conditions (28) à (34); *il n'est donc pas possible de construire la théorie générale de l'électrodynamique sans se préoccuper de la valeur qu'il convient d'attribuer à la constante* λ.

Les contradictions que nous venons de signaler disparaissent dans certains cas particuliers.

Considérons, par exemple, des corps conducteurs, dont chacun est homogène, plongés dans un milieu diélectrique homogène et illimité, dont le coefficient de polarisation soit indépendant de l'intensité de la polarisation. On aura, en tout point intérieur à l'un des conducteurs,

$$e = \text{const.}, \tag{28 bis}$$

et en tout point du diélectrique,

$$\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial z} = 0. \tag{29 bis}$$

Ces conditions ne sont pas incompatibles avec le passage des corps conducteurs d'un état permanent à un autre ; car, soit que cet état permanent soit un état d'équilibre, soit qu'il consiste en courants constants, on devra avoir, à l'intérieur de chaque conducteur, $e = o$; elles ne sont pas non plus incompatibles avec le passage du diélectrique d'un état d'équilibre à un autre, car

au sein d'un diélectrique dont le coefficient de polarisation est constant, on doit toujours avoir, au moment de l'équilibre,

$$\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial z} = 0.$$

La disparition de toute contradiction entre les hypothèses précédentes et les lois de l'électrostatique, dans le cas particulier que nous venons d'indiquer, ne prouve pas que ces hypothèses soient vraies dans ce cas; on peut même assurer qu'elles ne le sont pas en général. Pour raisonner en toute rigueur, il faudrait, dans ce cas comme dans tous les autres, traiter la détermination des flux de conduction et de déplacement sur le système en partant des équations générales données dans les chapitres précédents; le résultat de cette détermination concorderait, dans certains cas, avec les égalités (28) à (36); ces cas seraient les mêmes, quelle que soit la valeur de λ.

L'extrême difficulté du problème analytique auquel conduit cette méthode, qui est cependant la seule méthode logique, empêche qu'elle ne soit appliquée, sauf dans des cas extrêmement particuliers. Ordinairement, on admet que les égalités (28 *bis*) et (29 *bis*) sont vérifiées *au moins approximativement* pour des conducteurs homogènes plongés dans un diélectrique homogène et illimité, et on se sert de ces égalités pour simplifier la détermination des courants de conduction ou de déplacement, qui peut alors s'effectuer sans qu'on connaisse la valeur de λ. C'est ainsi, par exemple, que l'on traitera le problème de la décharge oscillante du condensateur.

Maxwell et tous les auteurs qui ont, après lui, traité des courants de déplacement, ont admis que l'on avait

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{C}.$$

Dans ces conditions, l'égalité (34 *bis*) prend la forme

$$(35) \quad E - [\mathcal{A} \cos(N, x) + \mathcal{B} \cos(N, y) + \mathcal{C} \cos(N, z)] = \text{const.}$$

La densité électrique E peut bien varier avec le temps à la

surface de contact du corps conducteur et du diélectrique; mais la densité superficielle

$$-[\mathcal{A}\cos(N,x)+\mathcal{B}\cos(N,y)+\mathcal{C}\cos(N,z)]$$

de la distribution fictive équivalente au diélectrique subit en même temps des variations précisément égales et de signe contraire; en sorte que l'hypothèse de Maxwell semble inapplicable à un système dont les actions électrostatiques varient avec le temps.

Cette contradiction est également évidente si l'on part de l'égalité (27). La supposition $\mathfrak{A}=\mathfrak{C}$ transforme cette égalité en

$$\frac{\partial}{\partial t}(V+\mathfrak{V})=0. \tag{36}$$

On voit donc que les hypothèses de Maxwell exigent que la fonction potentielle électrostatique d'un système électrisé demeure indépendante du temps.

Il est vrai que l'on ne peut, en toute rigueur, déduire ni de cette proposition, ni de la proposition équivalente que nous avons démontrée auparavant, que les hypothèses de Maxwell entraînent l'invariabilité des actions électrostatiques d'un système quelconque. Ces actions, en effet, dépendent non pas de la fonction $(V+\mathfrak{V})$, mais de la fonction $\varepsilon(V+\mathfrak{V})$; or, nous avons vu que la supposition $\mathfrak{A}=\mathfrak{C}$ exigeait que ε fût infini. Mais, en invoquant cette valeur de ε pour expliquer la possibilité de la variation des actions électrostatiques, nous ne faisons que déplacer la difficulté.

Rennes, 12 avril 1894.

SUR
L'ÉLECTRODYNAMIQUE
DES MILIEUX DIÉLECTRIQUES

PAR P. DUHEM

PROFESSEUR DE PHYSIQUE THÉORIQUE A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE BORDEAUX

DEUXIÈME MÉMOIRE

Les équations générales de l'électrodynamique dans les milieux qui sont à la fois magnétiques et diélectriques.

---

§ 1. *Introduction et notations.*

Au cours de la révision des équations de l'électrodynamique que nous avons entreprise nous avons examiné successivement les cas dont voici l'énumération :

1° Systèmes qui ne renferment que des courants de conduction (¹);

2° Systèmes qui renferment des conducteurs parcourus par des courants de conduction et des corps magnétiques (²);

3° Systèmes qui renferment des conducteurs parcourus par des courants de conduction et des diélectriques parcourus par des courants de déplacement (³).

(¹) *Sur les lois générales de l'induction électrodynamique* (*Annales de la Faculté des sciences de Toulouse*, t. VII, B. 1893). — *Les actions électrodynamiques et électromagnétiques*, Chapitre préliminaire et 1ʳᵉ partie : *Les actions électrodynamiques* (*Annales de la Faculté des sciences de Toulouse*, t. VII, G. 1893).

(²) *Les actions électrodynamiques et électromagnétiques*, 2ᵉ partie : *Les actions électromagnétiques* (*Annales de la Faculté des sciences de Toulouse*, t. VIII, D. 1894).

(³) *Sur les lois fondamentales de l'électrodynamique dans les milieux diélectriques* (*Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 5ᵉ série, t. I, p. 233).

Il nous reste maintenant à indiquer brièvement comment les principes posés s'appliqueront à des corps qui sont à la fois des conducteurs susceptibles d'être traversés par des courants, des substances magnétiques susceptibles d'être aimantées, enfin des diélectriques capables de polarisation et de courants de déplacement. Il suffira, d'ailleurs, pour traiter ce cas général, de réunir tout ce qui a été dit au sujet des trois cas particuliers ci-dessus énumérés.

Pour éviter toute confusion, nous aurons à modifier quelques-unes des notations que nous avons employées jusqu'ici.

Dans les travaux traitant du magnétisme, nous avons désigné par

$$\mathcal{M}, \quad \mathcal{A}, \quad \mathcal{B}, \quad \mathcal{C}, \quad F(\mathcal{M}),$$

l'intensité d'aimantation, les composantes de l'aimantation et la fonction magnétisante.

Dans les travaux traitant des diélectriques, nous avons employé les mêmes lettres

$$\mathcal{M}, \quad \mathcal{A}, \quad \mathcal{B}, \quad \mathcal{C}, \quad F(\mathcal{M}),$$

pour désigner l'intensité de polarisation, les composantes de la polarisation et la fonction de polarisation.

Dorénavant, *nous conserverons ces dernières notations, mais nous désignerons par*

$$\mu, \quad \alpha, \quad \beta, \quad \gamma, \quad f(\mu),$$

l'intensité d'aimantation, les composantes de l'aimantation et la fonction magnétisante.

§ 2. *Hypothèses fondamentales.*

Nous avons vu que les actions électromagnétiques vérifiaient toutes la proposition suivante :

Considérons un élément magnétique de moment μdv ; soit BA ou dl son axe magnétique. Menons un plan perpendiculaire à l'axe dl ; dans ce plan, traçons un petit circuit C embrassant

une aire Ω dont dl est la normale positive. Supposons ce circuit C parcouru par un courant dont l'intensité J est donnée par la relation

$$\frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \mathrm{J}\Omega = \mu dv.$$

Cet élément magnétique et ce courant sont équivalents soit à l'égard d'un aimant quelconque, soit à l'égard d'un courant quelconque.

Nous supposerons que cet élément magnétique et ce courant sont aussi équivalents à l'égard d'un diélectrique traversé par des courants de déplacement quelconques.

Nous avons vu, d'autre part, que les propriétés des courants de déplacement étaient toutes impliquées dans la proposition suivante :

Considérons un corps. Supposons, en premier lieu, que ce corps soit un conducteur parcouru par des courants de conduction et que le flux au point (x, y, z) ait pour composantes u, v, w. Supposons, en second lieu, que ce corps soit un diélectrique parcouru par des courants de déplacement et que le flux au point (x, y, z) ait pour composantes φ, ψ, χ. Ces deux corps exerceront les mêmes actions soit sur un conducteur, soit sur un diélectrique, si l'on a

$$\varphi = \Theta u,$$
$$\psi = \Theta v,$$
$$\chi = \Theta w,$$

avec

$$\Theta = \frac{\mathfrak{A}^2}{2\mathrm{B}} = \frac{2\mathrm{B}}{\mathfrak{C}^2}.$$

Nous admettrons que ces deux corps exercent aussi la même action sur un aimant quelconque.

Il est facile de voir que chacune des deux hypothèses que nous venons d'indiquer entraîne l'autre à titre de conséquences. Elles sont rigoureusement équivalentes entre elles.

§ 3. *Fonctions employées.*

Outre les fonctions $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{V}$, $\mathfrak{W}$, définies par les égalités (I) de notre mémoire : *Sur les lois fondamentales de l'électrodynamique dans les milieux diélectriques;* outre les fonctions $\mathcal{F}$, $\mathcal{G}$, $\mathcal{H}$, définies par les égalités (III), les fonctions $\mathfrak{u}$, $\mathfrak{v}$, $\mathfrak{w}$, définies par les égalités (IV), les fonctions $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{g}$, $\mathfrak{h}$, définies par les égalités (V), nous aurons à faire usage :

1° Des fonctions :

$$
(\mathrm{I}) \quad \left\{
\begin{aligned}
\Phi(x,y,z) &= \int \left(\gamma' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y'} - \beta' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z'} \right) dv', \\
\Psi(x,y,z) &= \int \left(\alpha' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z'} - \gamma' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x'} \right) dv', \\
\mathrm{X}(x,y,z) &= \int \left(\beta' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x'} - \alpha' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y'} \right) dv',
\end{aligned}
\right.
$$

dv' étant un élément de volume d'un aimant,
x', y', z', les coordonnées d'un point de cet élément,
et r la distance des deux points (x, y, z), (x', y', z');

2° Des fonctions

$$
(\mathrm{II}) \quad \left\{
\begin{aligned}
\mathrm{P}(x,y,z) &= \int \left(v' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z'} - w' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y'} \right) d\varpi', \\
\mathrm{Q}(x,y,z) &= \int \left(w' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x'} - u' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z'} \right) d\varpi', \\
\mathrm{R}(x,y,z) &= \int \left(u' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y'} - v' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x'} \right) d\varpi',
\end{aligned}
\right.
$$

$d\varpi'$ étant un élément de volume d'un conducteur,
x', y', z', les coordonnées d'un point de cet élément,
et r la distance des deux points (x, y, z), (x', y', z);

3° Des fonctions

$$
\text{(III)} \quad \left\{
\begin{aligned}
p(x,y,z) &= \int \left(\psi' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z'} - \chi' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y'} \right) d\Pi', \\
q(x,y,z) &= \int \left(\chi' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x'} - \varphi' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z'} \right) d\Pi', \\
r(x,y,z) &= \int \left(\varphi' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y'} - \psi' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x'} \right) d\Pi',
\end{aligned}
\right.
$$

$d\Pi'$ étant un élément de volume d'un diélectrique,
x', y', z', les coordonnées d'un point de cet élément,
et r la distance des deux points (x, y, z), (x', y', z').

Les fonctions $P(x, y, z)$, $Q(x, y, z)$, $R(x, y, z)$, définies par les égalités (II), sont liées aux fonctions $\mathfrak{P}(x, y, z)$, $\mathfrak{Q}(x, y, z)$, $\mathfrak{R}(x, y, z)$ de notre Mémoire: *Sur les actions électromagnétiques* par les relations

$$
\begin{aligned}
\mathfrak{P}(x,y,z) &= \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} P(x,y,z), \\
\mathfrak{Q}(x,y,z) &= \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} Q(x,y,z), \\
\mathfrak{R}(x,y,z) &= \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} R(x,y,z).
\end{aligned}
$$

En outre, comme nous supposons $\lambda = \mu = \nu$, nous aurons

$$
\begin{aligned}
\mathfrak{U} &= \mathfrak{u}, & \mathcal{F} &= \mathfrak{f}, \\
\mathfrak{V} &= \mathfrak{v}, & \mathcal{G} &= \mathfrak{g}, \\
\mathfrak{W} &= \mathfrak{w}, & \mathcal{H} &= \mathfrak{h}.
\end{aligned}
$$

§ 4. *Force électromotrice d'induction.*

Les composantes de la force électromotrice d'induction en un point pourront se mettre sous la forme:

$$
\begin{aligned}
&e_x + \mathcal{E}_x + E_x, \\
&e_y + \mathcal{E}_y + E_y, \\
&e_z + \mathcal{E}_z + E_z,
\end{aligned}
$$

e_x, e_y, e_z étant les composantes de la force électromotrice

d'induction due aux courants de conduction; $\mathcal{E}_x$, $\mathcal{E}_y$, $\mathcal{E}_z$, les composantes de la force électromotrice d'induction due aux courants de déplacement, et E_x, E_y, E_z, les composantes de la force électromotrice d'induction due aux variations des aimants.

Nous aurons:

$$
\text{(IV)} \left\{
\begin{aligned}
e_x\, dt &= -\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\left(\delta\mathfrak{U} + \mathfrak{U}\frac{\partial\delta x}{\partial x} + \mathfrak{V}\frac{\partial\delta y}{\partial x} + \mathfrak{W}\frac{\partial\delta z}{\partial x}\right),\\
e_y\, dt &= -\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\left(\delta\mathfrak{V} + \mathfrak{U}\frac{\partial\delta x}{\partial y} + \mathfrak{V}\frac{\partial\delta y}{\partial y} + \mathfrak{W}\frac{\partial\delta z}{\partial y}\right),\\
e_z\, dt &= -\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\left(\delta\mathfrak{W} + \mathfrak{U}\frac{\partial\delta x}{\partial z} + \mathfrak{V}\frac{\partial\delta y}{\partial z} + \mathfrak{W}\frac{\partial\delta z}{\partial z}\right).
\end{aligned}
\right.
$$

$$
\text{(V)} \left\{
\begin{aligned}
\mathcal{E}_x\, dt &= -\ \mathrm{B}\left(\delta\mathcal{F} + \mathcal{F}\frac{\partial\delta x}{\partial x} + \mathcal{G}\frac{\partial\delta y}{\partial x} + \mathcal{H}\frac{\partial\delta z}{\partial x}\right),\\
\mathcal{E}_y\, dt &= -\ \mathrm{B}\left(\delta\mathcal{G} + \mathcal{F}\frac{\partial\delta x}{\partial y} + \mathcal{G}\frac{\partial\delta y}{\partial y} + \mathcal{H}\frac{\partial\delta z}{\partial y}\right),\\
\mathcal{E}_z\, dt &= -\ \mathrm{B}\left(\delta\mathcal{H} + \mathcal{F}\frac{\partial\delta x}{\partial z} + \mathcal{G}\frac{\partial\delta y}{\partial z} + \mathcal{H}\frac{\partial\delta z}{\partial z}\right).
\end{aligned}
\right.
$$

$$
\text{(VI)} \left\{
\begin{aligned}
\mathrm{E}_x\, dt &= -\frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}}\left(\delta\Phi + \Phi\frac{\partial\delta x}{\partial x} + \Psi\frac{\partial\delta y}{\partial x} + \mathrm{X}\frac{\partial\delta z}{\partial x}\right),\\
\mathrm{E}_y\, dt &= -\frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}}\left(\delta\Psi + \Phi\frac{\partial\delta x}{\partial y} + \Psi\frac{\partial\delta y}{\partial y} + \mathrm{X}\frac{\partial\delta z}{\partial y}\right),\\
\mathrm{E}_z\, dt &= -\frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}}\left(\delta\mathrm{X} + \Phi\frac{\partial\delta x}{\partial z} + \Psi\frac{\partial\delta y}{\partial z} + \mathrm{X}\frac{\partial\delta z}{\partial z}\right).
\end{aligned}
\right.
$$

§ 5. *Équations de la polarisation diélectrique.*

Les composantes de la polarisation diélectrique sont données par

$$
\text{(VII)} \left\{
\begin{aligned}
\mathcal{A} &= -\,\mathrm{F}(\mathcal{M})\left[\varepsilon\frac{\partial}{\partial x}(\mathrm{V} + \mathfrak{V}) + j_x + \mathfrak{J}_x + \mathrm{J}_x\right],\\
\mathcal{B} &= -\,\mathrm{F}(\mathcal{M})\left[\varepsilon\frac{\partial}{\partial y}(\mathrm{V} + \mathfrak{V}) + j_y + \mathfrak{J}_y + \mathrm{J}_y\right],\\
\mathcal{C} &= -\,\mathrm{F}(\mathcal{M})\left[\varepsilon\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{V} + \mathfrak{V}) + j_z + \mathfrak{J}_z + \mathrm{J}_z\right],
\end{aligned}
\right.
$$

avec

$$\text{(VIII)}\quad\begin{cases} j_x\,dt = -\,\mathrm{B}\left(\delta\mathfrak{U} + \mathfrak{U}\dfrac{\partial\delta x}{\partial x} + \mathfrak{V}\dfrac{\partial\delta y}{\partial x} + \mathfrak{W}\dfrac{\partial\delta z}{\partial x}\right),\\[2mm] j_y\,dt = -\,\mathrm{B}\left(\delta\mathfrak{V} + \mathfrak{U}\dfrac{\partial\delta x}{\partial y} + \mathfrak{V}\dfrac{\partial\delta y}{\partial y} + \mathfrak{W}\dfrac{\partial\delta z}{\partial y}\right),\\[2mm] j_z\,dt = -\,\mathrm{B}\left(\delta\mathfrak{W} + \mathfrak{U}\dfrac{\partial\delta x}{\partial z} + \mathfrak{V}\dfrac{\partial\delta y}{\partial z} + \mathfrak{W}\dfrac{\partial\delta z}{\partial z}\right).\end{cases}$$

$$\text{(IX)}\quad\begin{cases} \mathcal{J}_x\,dt = -\dfrac{\mathfrak{C}^2}{2}\left(\delta\mathcal{F} + \mathcal{F}\dfrac{\partial\delta x}{\partial x} + \mathcal{G}\dfrac{\partial\delta y}{\partial x} + \mathcal{H}\dfrac{\partial\delta z}{\partial x}\right),\\[2mm] \mathcal{J}_y\,dt = -\dfrac{\mathfrak{C}^2}{2}\left(\delta\mathcal{G} + \mathcal{F}\dfrac{\partial\delta x}{\partial y} + \mathcal{G}\dfrac{\partial\delta y}{\partial y} + \mathcal{H}\dfrac{\partial\delta z}{\partial y}\right),\\[2mm] \mathcal{J}_z\,dt = -\dfrac{\mathfrak{C}^2}{2}\left(\delta\mathcal{H} + \mathcal{F}\dfrac{\partial\delta x}{\partial z} + \mathcal{G}\dfrac{\partial\delta y}{\partial z} + \mathcal{H}\dfrac{\partial\delta z}{\partial z}\right).\end{cases}$$

$$\text{(X)}\quad\begin{cases} \mathrm{J}_x\,dt = -\dfrac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}}\left(\delta\Phi + \Phi\dfrac{\partial\delta x}{\partial x} + \Psi\dfrac{\partial\delta y}{\partial x} + \mathrm{X}\dfrac{\partial\delta z}{\partial x}\right),\\[2mm] \mathrm{J}_y\,dt = -\dfrac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}}\left(\delta\Psi + \Phi\dfrac{\partial\delta x}{\partial y} + \Psi\dfrac{\partial\delta y}{\partial y} + \mathrm{X}\dfrac{\partial\delta z}{\partial y}\right),\\[2mm] \mathrm{J}_z\,dt = -\dfrac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}}\left(\delta\mathrm{X} + \Phi\dfrac{\partial\delta x}{\partial z} + \Psi\dfrac{\partial\delta y}{\partial z} + \mathrm{X}\dfrac{\partial\delta z}{\partial z}\right).\end{cases}$$

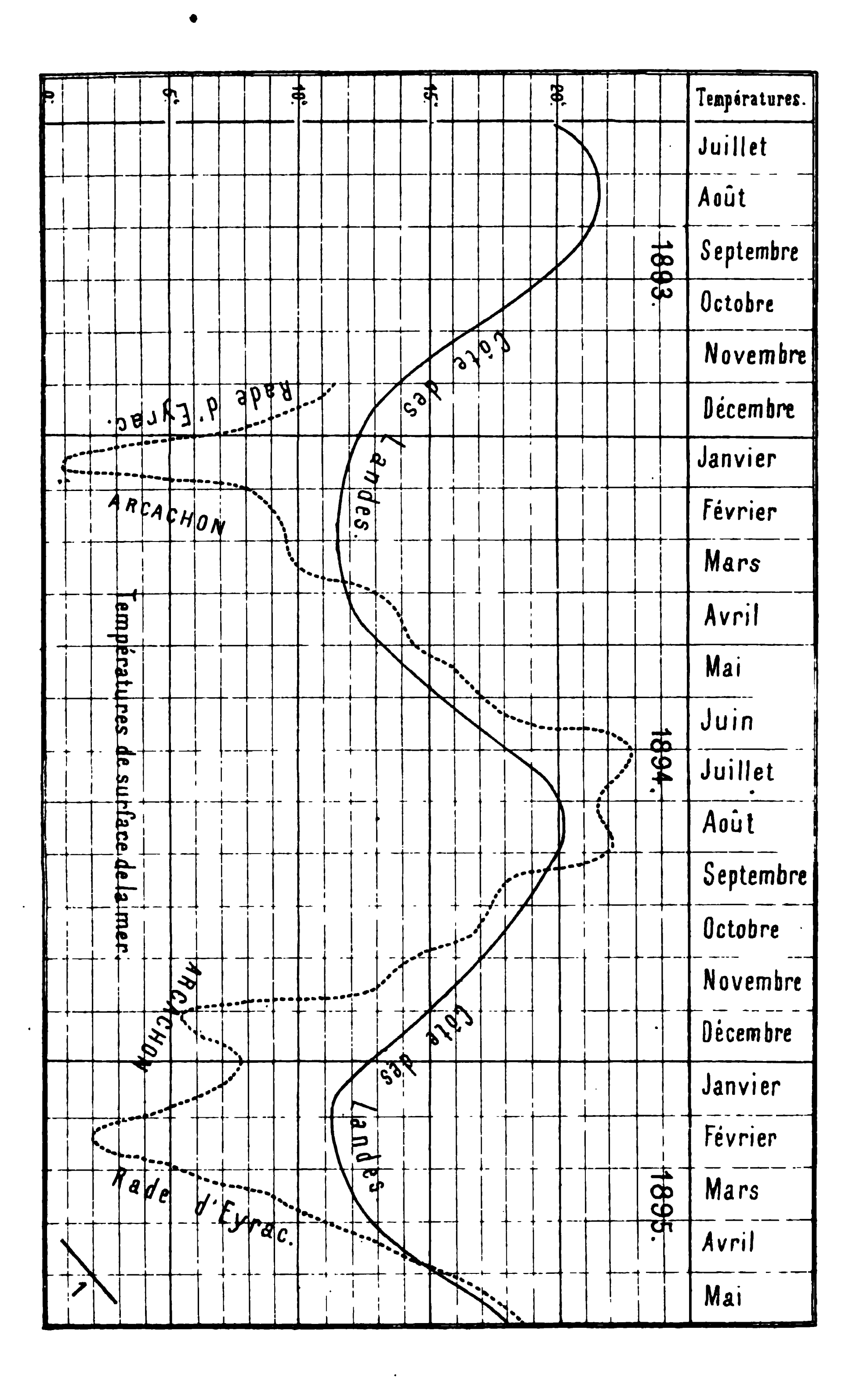
§ 6. *Équations de l'aimantation.*

Soit $\mathcal{Y}(x, y, z)$ la fonction potentielle magnétique. On aura

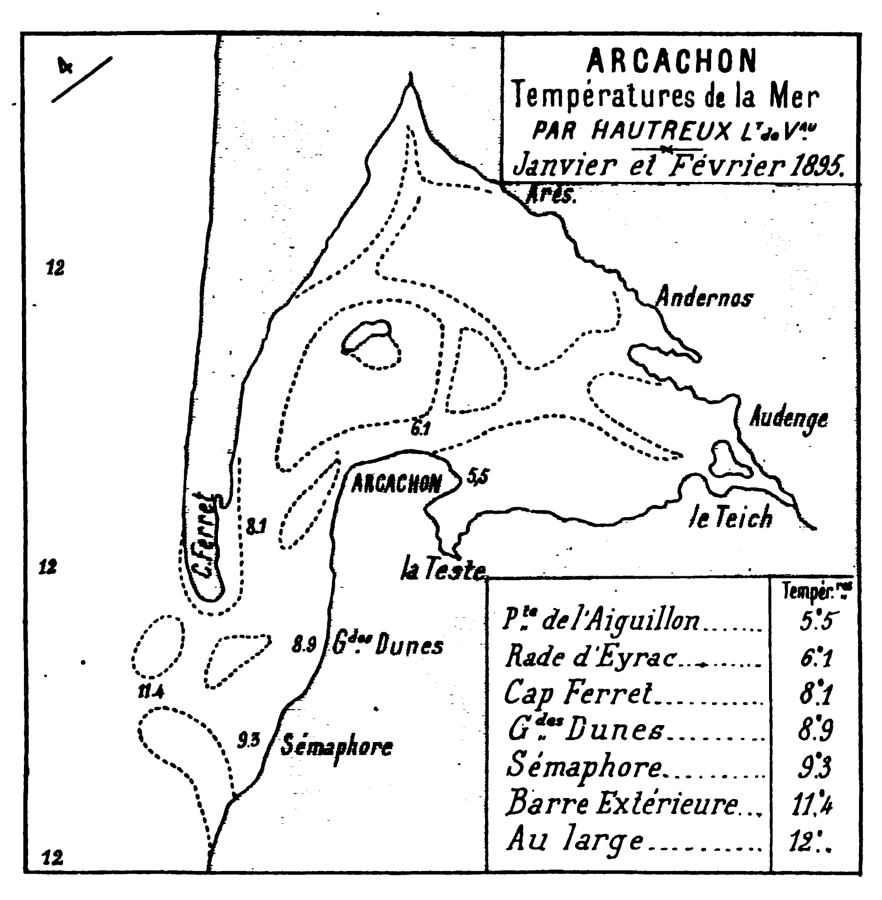
$$\text{(XI)}\quad\begin{cases} \alpha = -f(\mu)\left(\dfrac{\partial\mathcal{Y}}{\partial x} + \dfrac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}}\mathrm{P} + \dfrac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}}p\right),\\[2mm] \beta = -f(\mu)\left(\dfrac{\partial\mathcal{Y}}{\partial y} + \dfrac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}}\mathrm{Q} + \dfrac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}}q\right),\\[2mm] \gamma = -f(\mu)\left(\dfrac{\partial\mathcal{Y}}{\partial z} + \dfrac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}}\mathrm{R} + \dfrac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}}r\right).\end{cases}$$

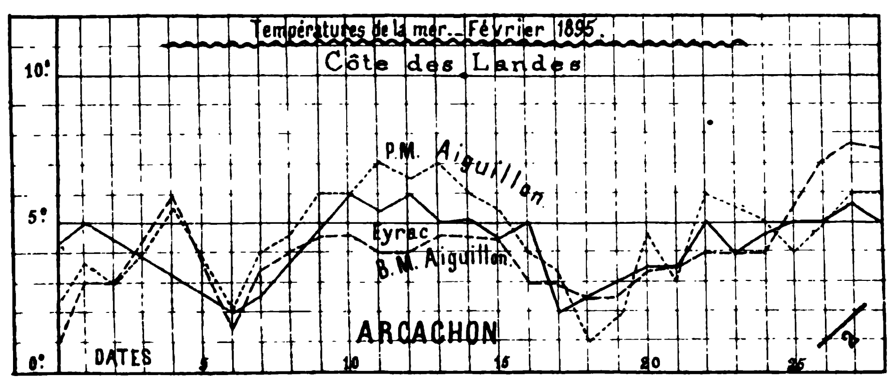
§ 7. *Énergie interne.*

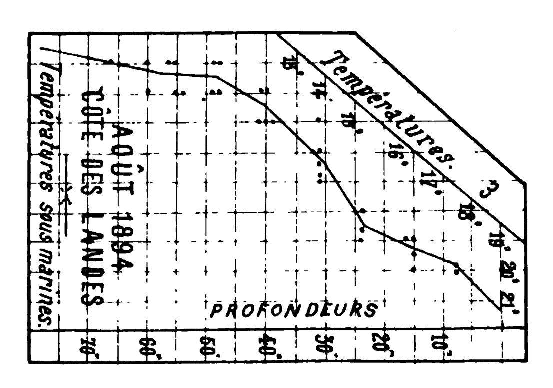
L'énergie interne ne renferme aucun terme dépendant à la fois de l'aimantation et des courants de conduction, non plus qu'aucun terme dépendant à la fois des aimants et des courants de déplacement.



Températures.
0°
5°
10°
15°
20°
Juillet
Août
Septembre
Octobre
Novembre
Décembre
Janvier
Février
Mars
Avril
Mai
Juin
Juillet
Août
Septembre
Octobre
Novembre
Décembre
Janvier
Février
Mars
Avril
Mai
1893.
1894.
1895.
Côte des Landes.
Rade d'Eyrac.
ARCACHON
Températures de surface de la mer.
ARCACHON
Côte des Landes
Rade d'Eyrac.
1


ARCACHON
Températures de la Mer
PAR HAUTREUX Lt de Vau
Janvier et Février 1895.
Arès
Andernos
Audenge
le Teich
ARCACHON
5.5
6.1
la Teste
C. Ferret
8.1
12
12
12
8.9
Gdes Dunes
11.4
9.3
Sémaphore
Tempér.res
Pte de l'Aiguillon .... 5°5
Rade d'Eyrac .... 6°1
Cap Ferret .... 8°1
Gdes Dunes .... 8°9
Sémaphore .... 9°3
Barre Extérieure ... 11°4
Au large .... 12°


Températures de la mer _ Février 1895.
Côte des Landes
10°
5°
0°
P.M. Aiguillon
Eyrac
B.M. Aiguillon
ARCACHON
DATES
5
10
15
20
25


Températures.
3
13° 14° 15° 16° 17° 18° 19° 20° 21°
AOÛT 1894.
CÔTE DES LANDES
Températures sous marines.
PROFONDEURS
70. 60. 50. 40. 30. 20. 10.

COTE

DES LANDES DE GASCOGNE

ET

BASSIN D'ARCACHON

Étude d'Océanographie en 1893-94 et 1895

PAR M. HAUTREUX

Les vents.

Les observations faites, le matin et le soir, à La Coubre, Arcachon et Biarritz, montrent que l'ensemble des mouvements aériens présente les caractères de brises de terre le matin, et de brises du large dans l'après-midi.

Les résultantes des poussées de chaque mois donnent une suite de lignes brisées qui, pour toute une année, donnent les directions générales suivantes : La Coubre : le matin, vers l'O.-S.-O.; le soir, vers le S.-S.-E.; Arcachon : le matin, vers l'Ouest; à midi, vers l'E.-S.-E.; le soir, vers le S.-S.-E.; Biarritz : le matin, vers le Nord; le soir, vers le S.-S.-E.

Le caractère des brises de terre du matin est plus accentué pendant l'hiver que pendant l'été; celui des brises du large de l'après-midi plus marqué pendant les mois chauds, de mars à octobre; les graphiques donnent pendant les mois froids la notion de vents variables en direction.

Le fond du golfe n'éprouve les effets des dépressions de l'Atlantique que dans les coups de vent.

Les courants.

Les corps flottant à la surface de la mer sont portés dans la direction où les vents les poussent. Il n'existe pas de courant régulier et permanent.

Les brises de terre qui descendent des montagnes des Asturies et de la Gallice repoussent au large les objets flottants ; aussi les atterrissages sont-ils très rares sur les côtes d'Espagne.

Les brises du large, qui soufflent vers les plaines des Landes, y poussent les épaves qui viennent à terre en grand nombre sur les rivages des Landes de Gascogne.

Ces mouvements de la surface des eaux se font sentir à l'ouvert du golfe, à 200 ou 300 milles de distance du fond du golfe. A cette distance, le mouvement de dérive est dirigé vers l'E.-S.-E.; en se rapprochant de la côte, à 20 ou 30 milles de distance, le mouvement de dérive se dirige plus au Sud, vers le S.-S.-E.

Les vitesses de transport sont, au large, de 5 à 6 milles par vingt-quatre heures ; plus près de terre, elles sont moindres et n'atteignent que 2 à 3 milles par jour.

La côte exerce une sorte de répulsion, due probablement aux brises de terre matinales, mais qui cède aux brises du large de l'après-midi.

Les températures de la mer.

Ces observations sont dues à la collaboration continue et dévouée de M. Durand, capitaine au long cours aux Pêcheries de l'Océan d'Arcachon.

Elles forment trois groupes distincts :

1° Les températures de surface près de la côte des Landes ;

2° Les températures sous-marines dans ce même champ d'observation ;

3° Les températures de surface dans le bassin d'Arcachon.

Côte des Landes.

Les observations de températures de la surface ont commencé à la fin de juillet 1893; elles ont été faites sur place, à bord des bateaux des Pêcheries de l'Océan, par la même personne et avec le même instrument, les heures des observations étant notées, ainsi que le point de la côte où elles se faisaient, en latitude et longitude.

Il a été très vite constaté que les marées n'avaient aucune influence sur les modifications thermales. Le champ des observations s'étendait jusqu'à 30 milles au large et sur une étendue N.-S. d'environ 70 milles autour de l'entrée du bassin d'Arcachon. Aucune différence n'a été constatée entre la région au Nord du bassin et la région au Sud.

Pendant la première année, du 1er août 1893 au 31 juillet 1894, on s'est attaché à observer les températures de la surface, sur toute l'étendue du champ de pêche, lorsque le temps permettait les sorties; il a été fait environ 90 observations chaque année. Nous donnons, mois par mois, le résumé de ces observations continuées jusqu'au moment actuel; celles qui ont été faites en rade d'Eyrac, à Arcachon, et, comme comparaison, les observations de température de l'air faites à Floirac, à 9 heures du matin, prises comme moyenne de l'état thermal de toute la région arcachonnaise. (V. graphique n° 1.)

Températures moyennes de surface de la mer.

	Juillet 1893	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Janvier 1894	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
Côte des Landes																		
Maxima..........	»	22°	22°	19°	16°	14°	12°	12°	12°	12°	15°	17°	20°	21°	21°	18°	16°5	14°5
Minima..........	»	20	19	17	14	11	12	11	11	12	14	16.5	18	19.5	17	17	15	13.5
Moyenné....	»	21.5	20.7	18	15	12.8	12	11.5	11.4	12	14.4	16.6	19.4	20.4	19.3	17.7	16	14
Arcachon Rade d'Eyrac																		
Maxima..........	»	»	»	»	»	11.5	8.5	10	13	14	16	23	22.5	22	21.5	17.5	15	8.5
Minima..........	»	»	»	»	»	7	1	6	9	13.5	16	17.5	20	21	17	14	5.5	6
Moyenne....	»	»	»	»	»	9.1	4.9	8.5	11.2	14	16	21.3	21.1	21.5	18.9	14.8	11.9	7.7
Floirac 9 h. mat. températ. de l'air																		
Maxima..........	29.2	30	23.8	17	15.4	10.3	11	10 9	13.1	17.5	17.9	25.3	26.2	23.7	24	19.8	16.5	8.3
Minima..........	16.9	14.7	10.7	6.8	0.9	—2.2	—10.3	—1.2	4.1	9.5	7.9	11	16.9	16.9	7.8	3	0.9	—0.7
Moyenne....	19.8	22.9	17.6	13.6	6.9	4.6	4.5	7.1	9.6	12.5	12.8	17.9	19.0	19.3	17.2	13.8	9.1	4.8

	Janvier 1895	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre
Côte des Landes									
Maxima..........	12°	11°5	13°	14°	18°	18 5	22°5	22°5	22°
Minima..........	10	11	10.5	13	15	17	21.5	20.5	21
Moyenné....	11.2	11.3	12.1	13.5	16.9	18.2	22	21.2	21.6
Arcachon Rade d'Eyrac									
Maxima..........	8	6	11.5	17	19	24	24	24	24.5
Minima..........	2.5	2	5.5	10.5	14.5	17	20.5	20.5	20.5
Moyenne....	6.4	4.3	8.5	14	16.5	19.5	22.5	22	22.5
Floirac 9 h. mat. températ. de l'air									
Maxima..........	9.9	7.7	13.3	17.9	21.8	23.8	26.5	27	28.1
Minima..........	—5.6	—3.9	—0.2	6.9	9.7	13.4	17	16.7	17.2
Moyenne....	2.3	1.9	7.8	12.9	15.8	18.3	20.3	20.2	22 6

En lisant ce tableau, on voit d'abord qu'il y a très peu d'écart entre les maxima et les minima observés dans chaque mois; et que d'une année à l'autre on retrouve pour le même mois la même température, au degré près. Les températures de janvier et février sont toujours identiques, quel qu'ait été l'hiver; les variations atmosphériques, si considérables de cette saison, n'ont aucune influence marquée sur l'état thermal de la surface. Pendant le printemps et l'été, on note plus de sensibilité, sans cependant que cette influence aérienne dépasse 1°.

Et cependant on voit que pendant l'hiver la différence thermale entre l'air et l'eau est considérable; elle atteint quelquefois plus de 20°.

Le chiffre minimum de l'eau est de 11°; il a lieu vers le 20 février.

Le chiffre maximum est de 22°; il a lieu vers le 15 août.

La marche des températures de surface de la mer est régulière et n'éprouve que de faibles modifications des variations atmosphériques. Celles du jour à la nuit sont insensibles pour les instruments ordinaires; celles qui durent plusieurs jours se font sentir, surtout à l'époque des changements de saison.

Ces modifications sont plus sensibles pendant la saison très chaude, où des différences dans l'insolation durant plusieurs jours peuvent amener des changements thermaux oscillant entre 18 et 22°.

Le minimum de l'hiver de 11° est la température de toute la masse océanique comprise entre le 40e méridien W. (Paris) et nos côtes, depuis la surface jusqu'à 100 mètres dc profondeur.

Le maximum de l'été, de 21 à 22°, est au contraire tout à fait local; il n'existe, dans le golfe de Gascogne, que près de la côte des Landes, et s'étend au large jusqu'à environ 100 milles de distance. A cette même époque, les températures de l'Océan, du cap Finisterre à Ouessant, ne dépassent pas 18°.

Il y a en juillet, août et septembre, le long de la côte des

Landes, une surchauffe des eaux de la surface de 3 à 4°, qui se reproduit tous les ans, et est certainement due à des causes locales.

Nous pensons que ces effets sont produits par la nature toute spéciale du rivage des Landes, dont les sables s'échauffent bien plus que les rochers couverts d'algues des côtes voisines, aux moments des marées basses, et que, pendant les heures de flot, les eaux qui recouvrent ces sables s'y échauffent à leur tour. Peut-être aussi la couleur claire de ces sables, réfléchissant les rayons solaires dans les faibles profondeurs, facilitent encore cet emmagasinement de chaleur par insolation. (V. graphique n° 3.)

Températures sous-marines.

PROFONDEURS EN MÈTRES

DATES	Surface	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
Hiver														
Février 1893.	11°	»	11°	»	11°	»	10°8	»	10°1	»	10°5	»	11°5	»
Été														
12 août 1893.	21.5	»	»	»	»	19°	»	»	»	»	15	»	»	»
24 août......	22	»	»	»	»	»	19	»	15	»	»	»	»	»
6 septembre	22	»	20	19°	»	»	15	»	»	»	14	»	»	13°
14 septembre	22	»	20	19	»	18	16	»	14	»	13	»	»	»
29 août 1894.	20	»	»	19.5	»	18.5	17	»	14	»	»	»	»	»
30 août......	20	»	»	20	»	18.5	16.5	»	15	»	13.5	»	»	»
Moyenne de l'été.	21°2	»	20°	19°4	»	18°5	16°7	»	14°5	»	13°9	»	»	13°

Ces températures ont été observées, autant qu'on l'a pu, par séries, de manière à noter les températures à diverses profondeurs, dans les limites des fonds où opéraient les bateaux-pêcheurs, c'est-à-dire jusqu'à 100 mètres environ. On a employé d'abord les thermomètres *Miller-Casella* en U puis, comme contrôle, les thermomètres à renversement *Zembra-Negretti*.

Les observations de la première année avaient montré qu'au delà de 75 mètres, on trouvait en toute saison la température minimum de l'hiver, 11 à 12°; que, par conséquent, les effets de l'insolation ou d'échauffement dus à la saison ne se pro-

duisaient plus à cette profondeur; à 50 mètres de profondeur, on notait pendant l'été une augmentation de température, les eaux atteignant 13 à 14°.

Entre 50 mètres et la surface, si l'on trace le graphique des températures, la ligne décrit une courbe à double inflexion, dont les nœuds sont situés à 25 et à 45 mètres.

Depuis la surface jusqu'à 25 mètres, la diminution de température est de 2°, passant de 21 à 19°, tandis que, de 25 à 50 mètres de profondeur, la diminution s'accélère et tombe de 5°, passant de 19 à 14°.

Ces faits démontrent que l'action solaire, très vive dans les 25 premiers mètres, diminue rapidement entre 25 et 50 mètres, et devient presque nulle au delà de 50 mètres de profondeur.

Nous avons dit qu'à l'époque du maximum du mois d'août, l'Océan marquait 18 à 19°.

On trouve cette même température, près de la côte des Landes, à 25 mètres de profondeur; la nappe surchauffée dont nous avons parlé a donc une épaisseur de 25 mètres près de nos côtes.

C'est dans cette nappe que doivent se tenir les poissons qui recherchent les eaux chaudes, et au-dessous de 75 mètres que l'on peut trouver les poissons qui préfèrent les eaux froides.

Températures de surface dans le bassin d'Arcachon.

Les observations de températures de la mer ont commencé dans le bassin d'Arcachon au mois de décembre 1893. Dès les premières recherches, il fut constaté qu'entre la marée basse et la marée haute, malgré la largeur de communication avec l'Océan, il n'y avait qu'une très faible modification de température, même lorsque le bassin, étant voisin de la glace fondante, avait une différence de plus de 10° avec la température de l'Océan voisin. Pendant la première année, les observations furent faites à une heure qnelconque, et suivant les nécessités du service des Pêcheries; ce n'est que vers le mois de novembre 1894 qu'un nouveau centre d'observation fut installé

à la pointe de l'Aiguillon et que les températures furent alors relevées chaque jour, à marée haute et à marée basse.

Le bassin d'Arcachon est une vaste nappe d'eau, dont la surface est d'environ 20 kilomètres carrés; il communique avce l'Océan par une ouverture de 5,000 mètres de largeur. On y trouve des profondeurs de 15 mètres dans les rades d'Eyrac et du Piquey; des bancs nombreux sont alternativement couverts et découverts par la marée, dont la hauteur est de 3^m^50 en quadrature et de 5^m^50 en syzygie; le moment de la pleine mer a lieu à Arès et au Teich une heure après le cap Ferret.

En marée moyenne, les deux tiers de l'eau que contenait le bassin à la pleine mer, en sortent à la marée basse, et se trouvent hors des passes en contact direct avec l'Océan.

La vitesse moyenne des courants dans les rades est de 1,5 à 2 mètres à la seconde.

Les observations météorologiques ont démontré que toutes les parties du bassin n'étaient pas soumises au même régime. Ainsi, il pleut beaucoup plus à Audenge, dans l'Est du bassin, qu'au Piquey, qui est situé sur le cap Ferret, dans l'Ouest du bassin. En moyenne, il tombe dans l'année : à Audenge, 1081^{mm} d'eau; au Piquey, 849^{mm}.

Ainsi, l'Est du bassin reçoit un quart de plus d'eau de pluie que la région du cap Ferret.

De même, pour les températures de l'air, la moyenne des jours de gelée dans un hiver est de 52 jours à Arès et de 33 jours à Arcachon.

Ainsi, l'hiver est toujours plus rigoureux dans l'Est que dans l'Ouest du bassin, et cela, malgré la présence de cette nappe d'eau si considérable. Ces différences doivent se répercuter sur les phénomènes marins qui s'accomplissent dans ces deux régions distinctes. Aussi, doit-on diviser le bassin en deux zones bien tranchées :

1° La partie océanique qui s'étend de la barre extérieure jusqu'à la ligne qui joint le phare à la pointe du Bernet;

2° La partie intérieure qui s'étend de la ligne précédente jusqu'au fond du bassin, vers Arès et Le Teich.

Dans la partie intérieure, deux centres d'observations ont été adoptés : l'un, en rade d'Eyrac, en plein chenal, au ponton des Pêcheries; l'autre, à la pointe de l'Aiguillon, dans le canalette, au poste des Douanes.

En rade d'Eyrac, on reçoit plus directement le contingent des eaux océaniennes et toute la décharge des eaux landaises amenées par la Leyre.

A la pointe de l'Aiguillon, on est entouré de terrains qui émergent à marée basse, et on ne reçoit aucun cours d'eau douce.

Dans ces deux points on a constaté, en toute saison, des modifications thermales assez étendues en relation étroite avec les changements dans la température aérienne. On y a constaté des températures voisines de 1°, en janvier 1894 et en février 1895, avec des oscillations qui atteignaient 5 à 6° degrés en quelques jours, tandis qu'au large, la surface se maintenait constamment entre 10°5 et 11°5.

Nous présentons le tableau des températures moyennes de chaque mois observées en rade d'Eyrac et à la pointe de l'Aiguillon, à mer basse, et, en regard, la température moyenne de l'air (v. graphique n° 1) :

Température de la Mer. — *Bassin d'Arcachon.*

	RADE D'EYRAC			POINTE de l'Aiguillon		MOYENNE DE L'AIR		
	1893	1894	1895	1894	1895	1893	1894	1895
Janvier......	......	4°9	6°4	»	5°4	»	4°5	2°3
Février......	......	8,1	4,3	»	4,2	»	7,1	1,9
Mars........	......	11,2	8,5	»	8,5	»	9,6	7,8
Avril........	......	14,0	14,0	»	13,8	»	12,5	12,9
Mai.........	......	16,0	16,5	»	»	»	12,8	15,8
Juin.........	......	21,3	»	»	»	»	17,9	»
Juillet.......	......	21,1	»	»	»	»	19,0	»
Août........	......	21,5	»	»	»	»	19,2	»
Septembre...	......	18,9	»	»	»	»	17,1	»
Octobre.....	......	14,8	»	»	»	»	13,8	»
Novembre...	......	11,9	»	11°9	»	6°9	9,1	»
Décembre ...	9°,5	7,7	»	7,7	»	4,6	4,8	»

On voit combien les températures se suivent de près dans ces deux points, et combien elles se rapprochent des températures de l'air, tout en restant sensiblement supérieures.

Pour permettre de mieux suivre ces influences réciproques, nous donnons le tableau des observations faites à haute mer et à basse mer, dans les deux points précités, pour le mois de février 1895 (v. graphique n°2):

Températures de la mer. Février 1895.

DATES	RADE d'Eyrac	POINTE DE L'AIGUILLON		PHASES de la lune	TEMPÉRATURES de l'air à 9 h.
		P. M.	B. M.		
1	5°	3°5	3°	»	— 3°2
2	»	3	3	»	— 0.2
3	»	4	4.5	P. Q.	7.7
4	»	5.5	6	»	4.3
5	»	3.5	4	»	— 0.8
6	2	2.0	1.5	»	— 3.9
7	2.5	3.5	3.5	»	— 0.7
8	»	4 5	4	»	2.8
9	»	6.0	4.5	P. L.	2.5
10	6	6.0	4.5	»	6.0
11	5.5	7.0	4	»	7.7
12	6	6.5	4	»	— 0.1
13	5	7	4.5	»	0.5
14	5	6	4.5	»	1.2
15	4.5	5.5	4.5	»	— 1.9
16	5	4	3	D. Q	— 3.8
17	2	3.5	3	»	— 2.2
18	2.5	1	2.5	»	— 0.9
19	3	1.5	2.5	»	0.1
20	3.5	4.5	3.5	»	4.4
21	3.5	3	3.5	»	6.4
22	5	6	4	»	4.0
23	4	5.5	4	»	3.0
24	4.5	5	4	N. L.	5.6
25	5	4	5.5	»	3.9
26	5	5	7	»	5.3
27	5.5	6	8	»	2.6
28	5	6	7.5	»	2.1
Moyenne	4°3	4°6	4°2	»	1°89

Ces observations comparées montrent nettement que, dans ces deux points, les modifications thermales se produisent d'ensemble : les minima du 6 et du 18, le maximum intermédiaire du 11, ont eu lieu en même temps.

Si l'on consulte l'état thermal de l'air, on voit que les deux minima du bassin ont coïncidé avec deux minima de l'air à —4°, et que le maximum du 11 au 12 a coïncidé avec une hausse aérienne qui avait atteint +7°5.

Enfin, les observations de pleine et basse mer de la pointe de l'Aiguillon nous montrent, ainsi que les observations antérieures de la rade d'Eyrac, que les eaux qu'apporte la marée n'ont pas été modifiées sensiblement par leur contact avec l'Océan, dont la température était alors de 11°.

Ainsi, que ce soit dans le grand chenal, ou bien dans les canalettes, dans les parties toujours mouillées ou dans les parties qui découvrent, les eaux du bassin intérieur subissent presque immédiatement les effets des modifications thermales de l'atmosphère; et les eaux qu'entraîne le jusant reviennent au flot sans s'être mélangées avec les eaux de l'Océan.

Ceci bien démontré, il était intéressant de suivre les modifications successives qui se produisent entre la rade d'Eyrac et l'Océan. Dans ce but, il fut pris plusieurs séries d'observations reliées entre les points suivants : canalette de la pointe de l'Aiguillon, rade d'Eyrac, rade du cap Ferret, grandes dunes du Pilat, Sémaphore, bouée de la barre extérieure, et au large, de 10 à 20 milles de la côte. (V. carte n° 4.)

Bassin d'Arcachon. Températures reliées.

DATES	Pointe de l'Aiguillon	Rade d'Eyrac	Rade du Ferret	Grandes Dunes	Sémaphore	Barre extérieure	Au large côte des Landes
Été							
4 juillet 1894........	»	21°5	29°	»	»	18°	19°
8 juillet —	»	21.5	19	»	»	18.5	19
14 juillet —	»	20	20	»	»	19	18
17 juillet —	»	20.5	20.5	»	»	20	19
21 juillet —	»	21	21	»	»	20	21
26 juillet —	»	21.5	21	»	»	20.5	20
14 août —	»	22	21.5	»	»	20.5	21
Moyenne........	»	21°3	20°6	»	»	19°5	19°6
Hiver							
2 décembre 1894.....	6°5	6	9	»	»	»	14°
8 décembre —	7	7.5	9	»	»	13°	13.5
11 janvier 1895........	3	6	6	»	»	11.5	12
26 janvier —	7	7.5	8.5	10°	11°	11	11
30 janvier — . B. M.	4	6	6.5	7.5	8	»	11
20 février —	4.0	3.5	8	8.5	9	9	11.5
25 février — . B. M.	4.7	5	10	7	»	»	11.5
6 mars —	6.5	5.5	7.5	10.5	»	»	13
11 mars —	7	8	8.5	10	»	12.5	12.5
Moyenne........	5°5	6°1	8°1	8°9	9°3	11°4	12°1

Sur la barre extérieure, la moyenne est presque la même que celle de l'Océan.

Au cap Ferret, on n'a pas observé de température plus basse que 7°, tandis qu'à la pointe de l'Aiguillon on a eu au minimum 1°, et au maximum de février 7°.

Ces observations montrent clairement que, malgré les marées, chaque partie du bassin conserve un caractère spécial, et que les mélanges entre l'eau du bassin intérieur et l'Océan se font dans la partie maritime seulement.

La marée agit comme le ferait le piston sur un corps de pompe qui se terminerait en pomme d'arrosoir : le liquide qui touche le piston ne subit pas les mêmes entraînements que celui qui passe dans les canaux étroits.

Pendant l'été, les différences sont beaucoup moins marquées que pendant l'hiver; elles existent cependant, et le bassin intérieur est de 1 ou 2° plus chaud que l'Océan. Dans cette saison, les causes d'insolation, de pénétration solaire, existent dans le bassin comme sur la côte des Landes; tandis que, pendant l'hiver, ce sont les larges surfaces de terrain, émergeant à marée basse, qui produisent, par contact avec l'atmosphère, le refroidissement si marqué du bassin intérieur pendant les périodes des grands froids.

La température du bassin est supérieure à celle de l'Océan depuis la fin de mars jusqu'au milieu de septembre; elle lui est inférieure, quelquefois de 10°, depuis le mois d'octobre jusqu'au mois de mars.

Ces faits montrent la localisation des phénomènes physiques dans le bassin; ils indiquent la région, située entre la rade du cap Ferret et la barre extérieure, dans laquelle se font les mélanges avec l'Océan.

A chaque marée, les eaux océaniennes ne dépassent pas la rade du Ferret; elles n'apportent leur contingent d'eaux plus pures qu'après s'être mélangées, dans les rades du Ferret et du Moulleau, avec les eaux provenant du bassin intérieur.

ÉLOGE HISTORIQUE

DE

NICOLAS-J. LOBATCHEVSKY

PRONONCÉ

dans la Séance solennelle de l'Université impériale de Kazan le 22 octobre 1893

PAR M. LE PROFESSEUR A. VASSILIEF

PRÉSIDENT DE LA SOCIÉTÉ PHYSIQUE ET MATHÉMATIQUE DE KAZAN

TRADUIT DU RUSSE PAR M[lle] A. FICHTENHOLTZ

La vie si noble et si honorable de l'homme dont nous célébrons aujourd'hui la mémoire est indissolublement liée à l'histoire de l'Université de Kazan dans les cinquante premières années de son existence. A chaque page de cette histoire, et nous citons ici textuellement le discours prononcé sur sa tombe, on retrouve mentionné avec reconnaissance et vénération le nom de Nicolas Lobatchevsky.

Lobatchevsky entra dans notre Université au moment même de sa fondation. Le 5 novembre 1804 furent signés les statuts de l'Université de Kazan, et le 9 novembre 1807 on lisait, sur la liste des élèves du lycée admis à suivre les cours des professeurs et de leurs auxiliaires, le nom de Nicolas Lobatchevsky, précédé de la mention *dignus*.

Les premières années de notre Université, avec lesquelles coïncidèrent les années universitaires de Lobatchevsky, présentent beaucoup de chaos, de désarroi et d'irrégularités.

L'Université fut ouverte sans ressources affectées à l'enseignement. Il y manquait la division des facultés qui devaient

la composer, et cette lacune nuisait certainement au progrès des études.

En revanche, dans cette jeune Université, récemment fondée sur un sol à demi-barbare, dans cette *ultima Musarum Thule,* comme l'appelèrent les premiers professeurs allemands qui y étaient arrivés, un profond amour de l'étude et une ardente soif de savoir s'emparèrent de la jeunesse universitaire.

Le premier professeur de mathématiques, Bartels, se souvint longtemps encore, avec regret, pendant son séjour à Dorpat, de ses élèves de Kazan, si merveilleusement doués.

A cette ardeur pour le travail s'ajoutait, comme nous l'atteste un des premiers pupilles de notre Université, S. T. Aksakof, dans sa *Chronique de famille,* un mépris profond pour tout ce qui était bas et vil, et un ardent respect pour tout ce qui est honnête et noble, fût-ce même une utopie.

L'esprit de cette jeunesse universitaire que nous constatons dans les actes des jeunes années de Lobatchevsky parvenus jusqu'à nous, correspond à l'esprit général de cette époque, que Pouchkine appelait « le sublime commencement des jours d'Alexandre », époque que rappelait à notre souvenir le beau tableau placé dans notre Salle des Actes, et sur lequel le jeune héritier de la couronne est représenté dans tout le charme de sa beauté, accordant la charte à l'Université de Kazan, devant le buste de sa grand'mère Catherine II, à laquelle il semble obéir.

Il y a peu de périodes dans l'histoire de la civilisation russe qui soient aussi brillantes et aussi fécondes que cette époque où l'État, se mettant à la tête du mouvement intellectuel de notre pays, élabore le programme général de l'instruction publique, qui, d'après Karamzine, « fut un titre de gloire non seulement pour la Russie et le tsar, mais pour le siècle tout entier. » La Russie contribue au développement de l'étude de la littérature étrangère; elle rétablit l'Académie russe, fonde de nouvelles universités et y attire les plus grands savants étrangers.

A cette activité de l'État vient s'ajouter l'initiative privée. Des dons sont offerts, avec un élan tout spontané, dans le but de favoriser le développement de l'instruction. C'est à cette époque que se rapportent les donations de Demidof pour les universités futures, celle de la noblesse de Kharkof, celle du comte N.-P. Roumiantsef.

L'enthousiasme en faveur de la littérature et des sciences porta ses fruits. C'est ainsi que nous devons aux premières années de ce siècle notre immortel poète national Pouchkine; nous lui devons aussi le mathématicien génial dont nous honorons aujourd'hui la mémoire.

Mais si le milieu extérieur exerce une grande influence sur les jeunes gens qui entrent dans la vie, l'influence immédiate des maîtres et des premiers guides dans leurs travaux intellectuels n'est pas moins importante.

Nous sommes donc obligés, en ce jour où nous célébrons la mémoire de Lobatchevsky, de rappeler avec reconnaissance ses maîtres, et tout d'abord la figure vénérée du premier professeur de mathématiques de notre Université, Bartels, dont la protection fut d'un si grand secours à cette nature si spontanée, si fougueuse dans sa jeunesse.

Jean-Martin-Christian Bartels (n. 1769) occupe une place prééminente dans l'histoire des mathématiques du XIX[e] siècle. Il eut la bonne fortune d'être non seulement le professeur et le protecteur de Lobatchevsky, mais aussi de celui des savants de ce siècle qui, plus que tout autre, imprima son caractère au développement des mathématiques, de l'illustre Gauss.

Pour pouvoir vivre, Bartels dut se faire, à seize ans, l'aide d'un maître d'école privée de Brunswick, et pour une faible rémunération il taillait les plumes aux élèves et les aidait dans leurs devoirs d'écriture. Au nombre de ces élèves se trouvait alors Gauss, âgé de huit ans; les aptitudes pour les mathématiques de cet enfant génial attirèrent l'attention de Bartels.

Malgré leur différence d'âge, il s'établit entre eux une étroite

amitié; ensemble, ils étudièrent les ouvrages de mathématiques; ensemble, ils se mirent à résoudre des problèmes.

Bartels prit plus d'une fois Gauss sous sa protection Celui-ci admirait son caractère noble et généreux, et il en conserva jusque dans ses dernières années un souvenir reconnaissant.

Bartels était lui-même un excellent mathématicien. Ses leçons : *Vorlesungen über mathematishe Analyse,* éditées à Dorpat en 1833, occupent un rang élevé dans la littérature allemande des mathématiques; elles se distinguent par la rigueur des démonstrations et la clarté de l'exposition.

D'après une tradition, on rapporte qu'à cette question posée à Laplace : Quel est le plus grand mathématicien de l'Allemagne? il répondit : « C'est Bartels, car Gauss est le plus grand mathématicien de l'univers. »

Grâce à Bartels, l'enseignement des mathématiques à l'Université de Kazan fut immédiatement au niveau de celui des meilleures universités d'Allemagne. Tous les ouvrages classiques de cette époque, comme : *le Calcul différentiel et intégral* d'Euler, *la Mécanique analytique* de Lagrange, *l'Application de l'analyse à la géométrie* de Monge, *les Disquisitiones arithmeticæ* de Gauss, furent interprétés par Bartels.

D'après les notes qu'il nous a laissées, il professa l'histoire des mathématiques et exposa à ses auditeurs le tableau grandiose des progrès de l'esprit humain dans ce domaine de la science.

Lobatchevsky venait d'obtenir (10 juillet 1811) le titre de licencié (magister) « pour ses progrès extraordinaires et ses aptitudes non moins remarquables pour les sciences mathématiques et physiques », ainsi que pour sa thèse : *Théorie du mouvement elliptique des corps célestes.* Il travaillait quatre heures par semaine chez Bartels. Il étudia avec lui les *Disquisitiones arithmeticæ* et le premier volume de la *Mécanique céleste* de Laplace. Le résultat de ces études fut

la thèse présentée par Lobatchevsky en 1813, intitulée : *De la résolution de l'équation algébrique* $X^n - 1 = 0$, où Lobatchevsky s'occupe de l'abaissement du degré de l'équation binôme quand l'exposant, diminué d'une unité, est divisible par 4.

Une des fonctions du licencié Lobatchevsky était « de prêter son concours à Bartels comme professeur de mathématiques pures, et d'expliquer à ses élèves tout ce qu'ils ne comprenaient pas ». Il est évident que des relations très intimes durent exister entre ces deux hommes. Non moins étroite fut l'intimité de Lobatchevsky avec Bronner, professeur de physique de l'Institut pédagogique, où les jeunes licenciés étaient forcés d'entrer pour se perfectionner.

C'est une personnalité bien singulière que ce Bronner, qui avait beaucoup vécu et beaucoup pensé : tantôt moine catholique, tantôt « illuminé », tantôt auteur d'idylles, tantôt mécanicien et physicien, ou bien encore historien et statisticien du canton d'Aargau, où il finit sa vie orageuse, — admirateur enthousiaste des idées de Rousseau et de la Révolution française, en même temps que de la *Critique de la raison pure* de Kant, — il devait exercer une sorte de fascination sur ses élèves, et sa large éducation philosophique a, sans doute, beaucoup contribué au développement intellectuel de Lobatchevsky et de ses collègues.

Après Bartels et Bronner, Lobatchevsky, encore étudiant, eut pour professeurs Renner et Littrof, qui venaient d'arriver à Kazan.

L'ex *privat-docent* de l'Université de Gœttingue, Gaspard Frédéric Renner, excellent mathématicien et latiniste, se révèle à nous, à en juger d'après les souvenirs qui en sont restés, de la façon la plus attrayante; c'était un homme à qui on pourrait parfaitement appliquer le vers bien connu de Pouchkine : « Ame ingénieuse de Gœttingue ».

Quant à Littrof, astronome célèbre, d'une grande érudition, admirateur de la philosophie de Schelling, il éleva l'ensei-

gnement de l'astronomie dans notre Université au niveau de celui des mathématiques. Sous sa direction, Lobatchevsky, ainsi que son collègue M. Simonof, observèrent la comète de 1811, et la communication faite par Littrof de ces observations dans les *Nouvelles de Kazan*, 1811, n° 21, est la première trace imprimée des travaux scientifiques de Lobatchevsky.

C'est dans cette brillante atmosphère intellectuelle que se forma la jeunesse de Lobatchevsky, que reflète son remarquable discours *Sur les objets les plus importants de l'éducation;* c'est à cette source qu'il a puisé son désir insatiable de posséder un savoir multiple. L'indépendance de son esprit, nécessaire pour douter de la véracité de l'axiome admis par tout le monde pendant deux mille ans et consacré par l'autorité d'Euclide, son ardent amour pour la vérité scientifique, lui permirent de poursuivre le développement de ses idées grâce à une persistance obstinée, en dépit de l'indifférence ou de l'ironie de ses contemporains. Lobatchevsky fut-il redevable de quelque chose de plus à ses maîtres, et en particulier à Bartels? Lui doit-il le choix de son sujet d'étude préféré, qui le rendit célèbre, — de la question des principes de la géométrie? — Ce point restera probablement une énigme; mais, quel que soit notre enthousiasme patriotique, l'amour de la vérité nous force à signaler la possibilité de l'influence de Gauss sur Lobatchevsky par l'intermédiaire de Bartels.

Le grand mathématicien allemand avait déjà publié en 1816 et 1822 des critiques sur quelques essais tendant à démontrer le postulat d'Euclide; et la conviction, catégoriquement exprimée dans ces critiques, sur l'inutilité de toutes les tentatives faites pour combler cette lacune de la géométrie, ne nous permet pas de douter de l'affirmation de Gauss, contenue dans sa lettre à Schumacher (en 1846), qu'il avait entrepris en 1792 de fonder une géométrie différente de celle d'Euclide.

L'époque où se manifeste cette opinion de Gauss fut aussi

celle de son étroite amitié avec Bartels, amitié qui avait commencé en 1785, alors que Bartels était âgé de seize ans et Gauss de huit ans seulement.

Leurs relations amicales continuèrent jusqu'en 1807, date du départ de Bartels pour Kazan. A part un intervalle très court, ils vécurent sans se séparer à Brunswick, où ils obtinrent tous deux une bourse du duc de Brunswick, qui se proposait de construire un observatoire dont Gauss eût été le directeur, et de fonder une école supérieure de mathématiques avec Gauss et Bartels pour professeurs. Leurs noms étaient tellement liés, qu'ils reçurent en même temps des lettres du secrétaire perpétuel de l'Académie de Saint-Pétersbourg, Fuss, proposant à Gauss la place de directeur de l'Observatoire de Saint-Pétersbourg, et à Bartels celle de professeur à Kazan.

Il y a donc lieu de croire que Gauss a communiqué ses idées relatives à la question des parallèles à son maître et ami Bartels (1).

Bartels pouvait-il s'abstenir de faire part de ces opinions intéressantes et hardies de Gauss à un élève de Kazan aussi bien doué que Lobatchevsky? En dehors de cette hypothèse, il y a lieu également de signaler d'autre part quelques-uns des motifs qui poussèrent Lobatchevsky à s'occuper des principes de la géométrie et de la théorie des parallèles. Tout d'abord il faut tenir compte de l'intérêt qui s'attachait à cette théorie, déjà admise par les mathématiciens grecs (Proclus et Ptolémée), ainsi que par les Arabes (Nassir-Eddin), et que l'on

(1) Une lettre de Gauss, adressée à un autre de ses collègues, Wolfgang Bolyai, père de Jean Bolyai, l'auteur de l'ouvrage *Appendix scientiam spatii absoluti veram exhibens* (1832), est parvenue jusqu'à nous. Dans cette lettre, écrite en 1799, qui se trouve dans le discours du professeur Schering (V. Schering, *Gedaechtnissrede zum 100 j. Geburtstage von Gauss*, p. 7, 1877), Gauss a exposé les principes de la géométrie indépendante du postulat d'Euclide. « On peut, écrit-il, fonder une géométrie qui ne contienne pas l'axiome des parallèles. Si nous admettons, toutefois, que la surface d'un triangle est plus grande que toute limite donnée, la géométrie d'Euclide est démontrée; dans le cas contraire, nous arrivons à une autre géométrie. »

retrouve dans les XVIe-XVIIIe siècles en Europe ; du désir intense de démontrer le *postulatum* d'Euclide, qui s'éveilla à la fin du XVIIIe et au commencement du XIXe siècle. C'est ainsi que dans l'espace d'une année, en 1786, parurent sept traités consacrés à la question des parallèles. En 1794 fut publiée la première édition du célèbre *Manuel de géométrie* de l'illustre mathématicien français Legendre, contenant une démonstration du postulat d'Euclide, fondée sur la loi de l'homogénéité (1).

Par cette démonstration, Legendre commença la série de ses remarquables travaux sur la théorie des parallèles, parus en partie dans un grand nombre de nouvelles éditions de son manuel, en partie dans des traités spéciaux. Il tenta, pour ainsi dire, toutes les voies pour arriver à la solution de cette question si difficile, et il employa toute la force de son esprit à donner une démonstration du postulat d'Euclide qui fût à l'abri de toute contestation.

Ces travaux de Legendre augmentèrent, à leur tour, l'intérêt qui s'attachait à l'étude des parallèles.

Dans les vingt-cinq ans qui précédèrent l'apparition du premier ouvrage de Lobatchevsky, il ne se passe pas d'année sans qu'il paraisse un ou plusieurs essais sur cette théorie. Rien qu'en langues française et allemande, on connaît près de trente ouvrages imprimés entre 1813 et 1827. Quelques-uns de ces traités existent encore dans notre bibliothèque et ont été acquis, ainsi que le montre le catalogue, aux frais de Lobatchevsky lui-même (2).

Les tentatives infructueuses pour démontrer le postulat d'Euclide poussèrent Gauss, en 1816, à émettre ainsi son opinion : « Il y a peu de problèmes dans le domaine des mathématiques sur lesquels on ait autant écrit que sur cette lacune du commencement de la géométrie. Il ne se passe pas

(1) *Nouvelle Théorie des parallèles*. Paris, 1803.

(2) Hessling, *Versuch einer neuen Theorie der Parallellinien*, 1818.

Luedicke, *Versuch einer neuen Theorie der Parallellinien im Zusammenhange mit den Grundlehren der Geometrie dargestellt*, 1819.

d'année où l'on ne constate des efforts pour la combler. Or, à parler franc, nous ne sommes pas beaucoup plus avancés aujourd'hui que ne l'était Euclide il y a deux mille ans. Un aveu franc et loyal nous paraît être plus digne de la science qu'un essai infructueux fait dans le but de dissimuler, sous un réseau de démonstrations qui ne se tiennent pas, une lacune qu'il est impossible de combler. »

Cet insuccès de tant d'efforts a pu, en dehors de l'influence de Gauss et de Bartels, amener Lobatchevsky à étudier, en même temps que la géométrie fondée sur le postulat d'Euclide, une géométrie basée sur un système différent et indépendant de ce postulat.

Un savant Jésuite italien, Saccheri (1), avait aussi donné, dans la première moitié du XVIII[e] siècle, une solution de cette question se rapprochant beaucoup de celle qui a été si brillamment exposée par Lobatchevski.

A peu près en même temps que Lobatchevsky, Jean Bolyai, fils de Wolfgang Bolyai, l'ami de Gauss, publia une géométrie différente de celle d'Euclide.

De plus, la philosophie de cette époque portait à douter de la réalité des axiomes géométriques.

L'époque à laquelle Lobatchevsky entreprit son œuvre origi-

---

(1) Sur Saccheri comme précurseur de Lobatchevsky, voir mon article dans le *Bulletin de la Société physique et mathématique de Kazan*. Dans ces dernières années, les mathématiciens ont porté leur attention sur quelques autres ouvrages où l'on retrouve encore cette même notion d'une géométrie différente de celle d'Euclide. C'est ainsi qu'appartient à Lambert, philosophe et mathématicien fort connu, le mémoire publié dans le *Leipziger Magazin für reine und angewandte Mathematik* (1786) : *Zur Theorie der Parallellinien*. Dans ce mémoire, Lambert parle de l'impossibilité de *démontrer le théorème des parallèles et de la sphère imaginaire;* il affirme qu'il existe une unité de *longueur absolue* pour un espace dont les angles ont une somme inférieure à deux angles droits. Et Taurinus, dans sa *Theorie der Parallellinien*, dit : « L'idée d'une géométrie dans laquelle la somme des angles d'un triangle est plus petite que deux droits m'a été communiquée il y a quatre ans par mon oncle, prof. S. (a) à K., habitant encore M.; elle ne m'a pas satisfait à cette époque et me satisfait encore moins aujourd'hui. »

(a) Il s'agit, probablement, d'après Semikolenof, auteur des études sur la géométrie de Lobatchevsky, du prof. Scheikart, dont Gauss fait mention dans sa lettre à Schumacher (*Principes de géométrie*, édition de la Société physique et mathématique de Kazan).

nale, en y apportant l'ardeur de sa jeunesse et de son aspiration vers la gloire, a été un point culminant dans l'histoire de la pensée humaine. Elle nous apparaît, comme l'a dit si éloquemment Helmholtz dans son discours (1), « comme une époque riche en dons de l'intelligence, en enthousiasme, en énergie, en espérances idéales et en pensées créatrices. » C'est cette époque même qui donna comme but fondamental de toute science le problème de la théorie de la connaissance : « Quelle est la vérité? Jusqu'à quel point nos conceptions répondent-elles à la réalité? »

Kant a beaucoup contribué à provoquer des recherches dans cette voie par sa *Critique de la Raison pure* et par sa doctrine de l'espace qui y est contenue.

Le grand philosophe de Kœnigsberg a résolu plusieurs fois pendant sa vie et de différentes manières, le problème de la réalité de l'espace.

Dans son premier ouvrage : *Gedanken ueber die wahre Schaetzung der lebendigen Kraefte* (1746), Kant, âgé de vingt-deux ans, souleva, avec toute la hardiesse de sa jeunesse, la question de la cause des trois dimensions de l'espace; il la voyait dans ce fait que notre âme reçoit ses impressions en raison inverse du carré de la distance, conformément à la loi de l'attraction découverte par Newton.

Plus tard, dans la période où, se trouvant sous l'influence de Newton, il écrivit l'*Histoire naturelle générale du ciel,* il partagea ses opinions sur l'espace, qui existe objectivement, qui précède toutes choses et qui les renferme. Dans son traité, intéressant pour les géomètres : *Von dem ersten Grunde des Unterschieds der Gegenden im Raum*, il se fonda sur l'existence de deux corps symétriques pour montrer que l'espace absolu a sa propre réalité, non seulement indépendamment de l'existence d'une matière quelconque, mais comme condition nécessaire de cette existence.

---

(1) *Ueber die Thatsachen in der Wahrnehmung.*

Toutefois, deux ans après, dans son ouvrage : *De mundi sensibilis atque intelligibilis forma atque principiis* (1770), Kant exposa sa doctrine de l'espace existant *a priori*, précédant toute expérience, comme forme complètement subjective de notre intuition. C'est là une des doctrines principales de la *Critique de la Raison pure.*

L'opinion de Kant sur les axiomes de la géométrie y est exprimée avec une netteté absolue.

Kant se base sur ce fait évident que les axiomes nous parraissent être nécessairement vrais et que nous ne pouvons même pas nous figurer un espace ne possédant pas les propriétés qui sont formulées par ces axiomes, pour établir qu'ils existaient avant toute expérience et que, par suite, l'espace est une forme transcendante de l'intuition, indépendante de l'expérience.

Cette doctrine de Kant, contraire à celle de Locke, Condillac et des autres sensualistes, eut un grand nombre d'adversaires (1).

C'est ainsi que Gauss s'est prononcé plusieurs fois contre elle ; il exprimait cet avis, que les principes de la géométrie ne nous apparaissent pas avec le caractère de nécessité absolue (et, par conséquent, de vérité certaine) que doit présenter la science des quantités. « Nous devons avouer humblement que, si le nombre n'est que le produit de notre esprit, l'espace possède, en dépit de lui, une réalité à laquelle nous ne pouvons, *a priori*, dicter des lois (2). »

En Russie, la doctrine de l'espace de Kant fut combattue dans la première année universitaire de Lobatchevsky par un autre savant mathématicien russe du commencement de ce siècle, le professeur de l'Université de Kharkof, T. Ossipovsky,

(1) Un de ses adversaires fut P.-A. Adam Weishaupt, fondateur bien connu de l'ordre des « Illuminés », comme le montre son ouvrage : *Zweifel ueber die kantischen Begriffe von Zeit und Raum*. Nuernberg, 1788. (Sur Weishaupt, v. mon livre *Bronner et Lobatchevsky ;* deux épisodes de la vie des premiers professeurs de Kazan. 1893.)

(2) *Briefwechsel zwischen Gauss und Bessel*. Leipzig, 1880, p. 497.

traducteur de la *Logique* de Condillac. Dans son discours *Le temps et l'espace,* Ossipovsky, se plaçant à un point de vue sensualiste, se prononce catégoriquement pour l'objectivité de l'espace : « L'espace et le temps sont les conditions d'être des choses. Ils existent dans la nature par eux-mêmes et non pas seulement dans notre imagination. La conception de l'espace provient des impressions de nos sens extérieurs sur nos sentiments intérieurs. »

On ne peut donc supposer qu'un érudit comme Lobatchevsky soit resté indifférent à ces questions qui agitaient les esprits de son époque. En effet, par ses investigations géométriques et par sa démonstration de la possibilité d'une géométrie strictement logique, différente de celle d'Euclide, il répondait victorieusement à la question posée par Kant.

A la solution donnée dans la *Critique de la Raison pure,* Lobatchevsky en opposa une autre, consistant à regarder un des principes indispensables de la géométrie, le postulat d'Euclide, comme une loi physique, une « Donnée empirique » et il cherche à l'établir par des observations astronomiques.

Lobatchevsky formula de la façon la plus nette sa pensée géniale à la première page de ses *Nouveaux Principes :* « On ne peut encore déduire de la géométrie le principe qu'on a voulu démontrer et que peuvent seules vérifier, d'une manière analogue à celle des autres lois physiques, les expériences, les observations astronomiques par exemple. » Cette pensée est directement opposée à l'opinion suivant laquelle notre notion de l'espace serait une notion absolue qu'il n'y a pas lieu de vérifier par l'expérience.

A cette doctrine de l'espace qui formait une des pierres angulaires de la *Critique de la Raison pure,* Lobatchevsky porta un coup décisif.

On croyait pouvoir affirmer jusqu'alors que ne sachant rien de la substance des choses qui se produisent dans la nature, ne voyant que les phénomènes et ne connaissant pas « ces choses en elles-mêmes », nous avions, en géométrie du moins,

une notion absolue de l'espace, qu'il avait les mêmes propriétés ici et là, aujourd'hui, hier et demain.

Après Lobatchevsky, un géomètre quelconque, trouvant également logique la formule de l'espace donnée par Euclide, celle donnée par Lobatchevsky, celle, aussi, qui est connue sous le nom de Riemann, n'affirmera pas qu'il perçoit les propriétés de l'espace à une grande distance de nous, ni qu'il sait quelles ont été ces propriétés, pas plus qu'il ne sait quelles sont celles qu'il aura.

Après les recherches de Lobatchevsky, de même qu'à la suite de la découverte de Copernic, l'horizon intellectuel de l'humanité devient infiniment plus vaste.

Après Copernic, les hommes qui croyaient avoir une notion absolue du cosmos, ayant en son centre la terre entourée de sphères cristallines et concentriques, se sont trouvés, inopinément, habiter un grain de sable insignifiant dans l'immense océan des mondes. Y a-t-il une limite à cet océan? Quelle est-elle? Telles sont les questions posées par le système de Copernic. Les investigations de Lobatchevsky introduisirent dans la philosophie de la nature un problème de non moindre importance, celui des propriétés de l'espace. Sont-elles les mêmes ici que dans ces mondes éloignés d'où la lumière arrive jusqu'à nous après des centaines de mille et des millions d'années?

Sont-elles les mêmes maintenant qu'elles étaient lorsque le système solaire se forma des débris de la nébuleuse? Et que seront-elles lorsque l'univers se rapprochera de l'état correspondant à une distribution de l'énergie partout égale, état dans lequel les physiciens voient la fin des évolutions du monde?

On voit comment s'établit un parallèle entre Copernic et Lobatchevsky, parallèle mis en lumière pour la première fois par Clifford (¹) dans sa *Philosophy of the pure sciences* et consacré depuis par l'autorité d'un grand nombre de savants.

Le surnom de « Copernic de la géométrie », deux fois flatteur

(¹) *Lectures and Essays*. London, 1866.

pour un cœur slave, est appliqué à Lobatchevsky par le grand savant anglais Sylvester (1).

En affirmant la relativité de nos notions de l'espace, Lobatchevsky nous indique, en même temps, la voie à suivre pour les acquérir et les étendre : c'est la voie expérimentale.

Sous ce rapport, il se présente comme continuateur de l'œuvre des grands savants et philosophes : Bacon, Descartes, Galilée et Newton, qui, laissant de côté les considérations *a priori*, commencèrent à interroger la nature, sachant, comme l'a dit Lobatchevsky, qu'elle répond toujours et d'une manière satisfaisante (2).

Les investigations de Lobatchevsky sont le développement de l'idée émise par Newton dans la préface de ses *Principia*, idée qui consiste à regarder la géométrie comme une partie de la mécanique :

« *Fundatur igitur geometria in praxi Mechanica et nihil aliud est quam Mechanicae universalis pars illa quae artem mensurandi proponit ac demonstrat.* »

Pendant toute la période de son activité scientifique, Lobatchevsky nous apparaît comme un représentant parfait de la clarté de l'esprit russe. aspirant à l'évidence des faits et préférant aux indications douteuses d'un sentiment intérieur et aux méditations métaphysiques la vérité scientifique basée sur l'expérience.

Lobatchevsky a exprimé plusieurs fois ses opinions sur la philosophie de la nature.

« Dans la nature, dit-il, nous ne connaissons, à proprement parler, que le mouvement, sans lequel les impressions deviennent impossibles. Toutes les autres notions, les notions géométriques, par exemple, ont été produites artificiellement par notre esprit et sont tirées des propriétés du mouvement. C'est

(1) *I cordially join with you in the hope that our English mathematicians may not be wanting in the manifestation of an honour due to your illustrious compatriot, the Copernicus of Geometry (From a letter of prof. Sylvester to the author of the address).*

(2) Adresse sur les objets principaux de l'éducation, *Nouvelles de Kazan.*

pourquoi l'espace, pris séparément (1), n'existe pas pour nous.

« Les premières données seront incontestablement les notions que nous acquérons dans la nature au moyen de nos sens ; la raison peut et doit les réduire au plus petit nombre possible pour qu'elles servent ensuite de base solide à la science. » *(Nouveaux Principes de géométrie.)*

Lobatchevsky a encore montré ses tendances vers la méthode expérimentale dans son remarquable discours : *Sur les principaux objets de l'éducation :*

« Les mathématiciens ont découvert les méthodes directes pour arriver à la vérité. Mais il n'y a pas longtemps que nous les utilisons. Elles nous ont été indiquées par l'illustre Bacon.

« Cessez, disait-il, de faire des efforts inutiles, en tâchant de » tirer toute science de la raison ; interrogez la nature, elle ren» ferme toutes les vérités et répondra infailliblement et d'une » manière satisfaisante à vos questions. » Enfin, le génie de Descartes mit heureusement en œuvre cette idée et c'est à lui que nous devons de voir aujourd'hui presque complètement dissipées les ténèbres dont une scholastique surannée avait autrefois rempli nos universités. »

Comme on le voit, Lobatchevsky en rejetant celui des postulats d'Euclide que Kant considérait comme une vérité nécessaire, en montrant la possibilité de fonder une géométrie en dehors de ce postulat et en insistant sur la vanité de tous les efforts tentés pour démontrer ce dernier, n'obéissait pas au caprice d'un esprit qui veut se singulariser comme le pensèrent la plupart des mathématiciens de son temps.

Le problème résolu par Lobatchevsky était le problème mis à l'ordre du jour par les mathématiciens et les philosophes de son époque.

Or, pour l'entrevoir, il a fallu le génie de Gauss et de Lobat-

---

(1) Il me semble que le mot « séparément » veut dire ici « indépendamment du mouvement et des dimensions ». La question des propriétés de l'espace paraît coïncider alors avec la science des mesures. Cette pensée est à la base des idées de Cayley et de Klein, dont nous parlerons plus loin, sur la géométrie de Lobatchevsky.

chevsky, et pour le mener à bien, il fallait la persévérance et l'assiduité de ce dernier.

Pour nous autres, ce sera toujours un sujet de pieuse admiration et de joie patriotique de voir qu'un tel problème, posé par les penseurs des nations civilisées de l'Europe, ait été résolu par un savant qui a vécu à Kazan, loin de tout centre intellectuel, sans jamais quitter la Russie, sans s'être jamais trouvé en communication immédiate avec les philosophes et les géomètres de l'Europe occidentale.

Les recherches auxquelles il se livra pour instituer une géométrie indépendante de celle d'Euclide, la *Géométrie de Lobatchevsky*, furent faites à une époque de la vie de l'université de Kazan qui est liée au nom de Magnitsky.

Cette époque ne protégea pas les travaux de science pure. Mais, pendant que le collègue de Lobatchevsky, le professeur Nikolsky, entraîné par le courant qui dominait alors, cherche en son ouvrage : *De l'Utilité des Mathématiques,* des interprétations mystiques des vérités mathématiques, Lobatchevsky, qui dans ses travaux avait en vue la vérité scientifique seule, y trouve le repos et l'oubli du sombre présent.

On a découvert dans les archives de l'Université de Kazan un ouvrage intéressant, qui montre que les travaux de Lobatchevsky sur l'exposition systématique de la géométrie ont commencé avant 1823. Dans cette même année, il présenta à Magnitsky, pour le faire imprimer aux frais de l'État, comme livre classique, un manuel de géométrie qu'il venait d'écrire.

Magnitsky le fit parvenir à l'académicien Fuss, qui jugea ce livre très sévèrement : « Si l'auteur croit qu'il peut servir de manuel, il montre par là qu'il n'a pas la notion exacte de ce que l'on doit exiger d'un ouvrage de ce genre, c'est-à-dire du rôle capital des principes géométriques qui servent de fondement à la première partie de cette science, des méthodes mathématiques, de la nécessité des définitions précises et claires de toutes les notions, d'un classement logique et mathématique des sujets, d'une graduation nécessaire des

principes géométriques, d'une rigueur indispensable et autant que possible parfaitement géométrique dans les démonstrations. De toutes ces qualités requises, il n'y a pas la moindre trace dans la géométrie que je viens d'examiner. »

Conformément à l'esprit et à la manière de voir de son correspondant, Fuss s'indigne surtout de ce que l'auteur prend le « mètre » pour unité de mesure des lignes droites, et pour unité de mesure des arcs la centième partie du quart de la circonférence, sous le nom de « degré ».

« On sait, écrit-il, que cette division a été imaginée au moment de la Révolution française, alors que la rage de tout détruire s'étendit même aux calendriers et aux divisions de la circonférence. Mais cette nouveauté n'a été adoptée nulle part et en France elle fut rejetée; l'évidence de ses inconvénients étant reconnue. »

Fuss, impitoyable dans son jugement, ne pouvait prévoir que soixante-dix ans plus tard, non seulement les mathématiciens russes, mais encore ceux de l'univers entier, s'intéresseraient vivement à ces premiers efforts de Lobatchevsky sur l'interprétation à donner à la géométrie.

Malheureusement, ce curieux manuscrit a été perdu. On voit, par les lettres de Fuss, que Lobatchevsky a exposé dans son manuel des idées originales sur la théorie des parallèles, mais l'existence de ce manuel montre que ses études géométriques ont commencé avant 1823. Il est probable que c'est peu de temps après avoir présenté son manuel de géométrie qui eut un succès si pitoyable, que Lobatchevsky acheva son système de géométrie; il attendit pour le publier une époque plus favorable.

Il semble que ce n'est pas seulement à un hasard que l'on doit de voir, le 8 février 1826, le général-major Jeltouchine arriver à Kazan pour « renouveler l'Université », tombée en complet désarroi sous l'influence de Magnitsky, et, trois jours après, le 11 février 1826, la section physico-mathématique examiner le nouvel ouvrage de Lobatchevsky : *Exposition suc-*

cincte des principes de la géométrie avec une démonstration rigoureuse du théorème des parallèles (sic). »

La visite de Jeltouchine eut pour conséquence la démission immédiate de Magnitsky.

C'est alors que commença pour l'Université de Kazan une ère nouvelle et plus lumineuse, où se fit sentir le besoin d'hommes dévoués à la science et à l'Université.

La confiance que Lobatchevsky inspirait à ses collègues le fit choisir comme recteur. A partir du 3 mai 1827, il occupa pendant dix-neuf ans la première place à l'Université de Kazan, la servant avec un dévouement absolu et une énergie infatigable.

Recteur à trente-trois ans, Lobatchevsky profite de la première occasion favorable pour exprimer ouvertement ses opinions sur l'éducation de la jeunesse et sur le but de l'Université, opinion directement opposée à celles qui y régnaient quelques années auparavant. Dans la séance solennelle du 5 juillet 1828, il prononça son remarquable discours sur les points les plus importants de l'éducation, et c'est sur ce discours que je demande la permission d'attirer maintenant l'attention. Il commence par indiquer l'importance de l'éducation : « Imaginez dans quelle situation se trouverait un individu, séparé de la société, abandonné à ses instincts, luttant contre la nature sauvage qui l'entoure. Reportez vos pensées, ensuite, sur un homme qui, au sein d'une société organisée, au milieu de ses concitoyens élevés dans les derniers siècles de la civilisation, devient, par son savoir, l'honneur et la gloire de sa patrie. Quelle différence! Quelle distance infinie entre ces deux hommes! Cette différence est le résultat de l'éducation. Elle commence au berceau, s'acquiert, tout d'abord, par l'imitation seule; peu à peu l'esprit, la mémoire, l'imagination, l'amour du beau se développent. Puis, l'amour-propre, l'amour du prochain, la passion de la gloire, le sentiment de l'honneur, le désir de jouir de la vie s'éveillent en lui. Toutes les facultés de l'esprit, tous les talents, toutes les passions se perfectionnent par l'éducation, qui les fond en un tout harmonieux, et

l'homme, semblant naître une seconde fois, nous paraît réaliser l'idéal de la perfection.

» Toutefois, l'éducation ne doit pas tendre à étouffer ni à détruire complètement les passions de l'homme ni les aspirations qui lui sont particulières. Tout ce qui est en lui doit rester en lui, sans cela nous défigurerons sa nature, nous la violenterons et nous entraverons son bien-être. On entend très souvent récriminer contre les passions; or, comme l'a si justement dit Mably, plus les passions sont fortes, plus elles sont utiles à la société; ce n'est que leur direction qui peut être nuisible.

» Cependant, la culture de l'esprit ne constitue pas seule l'éducation.

» L'homme qui enrichit son esprit par la science doit encore apprendre à jouir de la vie... Je veux parler de l'éducation du goût. Vivre, c'est sentir, jouir de la vie, éprouver continuellement quelque sensation nouvelle qui doit nous rappeler que nous vivons... Rien ne resserre le cours de la vie comme l'ignorance; elle nous mène par un chemin tout droit et monotone du berceau à la tombe. Dans les classes inférieures de la société, le labeur exténuant imposé par la nécessité, alternant avec le repos, suffit à l'esprit du cultivateur, de l'ouvrier; mais vous, dont l'existence, par un hasard injuste, est devenue une charge pour les autres, vous, qui avez l'esprit triste et les sentiments éteints, vous ne jouissez pas de la vie. Pour vous, la nature est morte, les beautés de la poésie vous sont étrangères, l'architecture n'a pour vous ni charme ni magnificence, l'histoire des siècles ne vous offre aucun intérêt.

» Je me console à l'idée qu'il ne sortira jamais de tels produits de la culture de notre Université, qu'ils n'y entreront même pas. Ils n'y entreront pas, je le répète, parce que parmi nous règne l'amour de la gloire, le sentiment de l'honneur et de la dignité personnelle.

» Il semble que la nature, qui a doté si généreusement l'homme à sa naissance, ne s'est pas encore trouvée satisfaite,

qu'elle a inspiré à chacun le désir de surpasser les autres, de s'illustrer, d'être un objet d'admiration, de devenir célèbre, lui imposant ainsi le devoir de se perfectionner.

» L'esprit, avec une activité continuelle, aspire aux honneurs, à sa propre élévation; toute la race humaine marche d'un perfectionnement à l'autre. Où s'arrêtera-t-elle?

» Goûtons donc toutes les jouissances de la vie compatibles avec notre dignité. Que les exemples de l'histoire, la juste notion de l'honneur, l'amour de la patrie, éveillés dans les jeunes années donnent de bonne heure une noble direction à nos passions et nous inspirent cette force qui nous permettra de triompher de la mort! »

En parlant de la moralité comme de l'un des objets les plus importants de l'éducation, Lobatchevsky insiste surtout sur l'amour du prochain.

« Duclos, La Rochefoucauld, Knigge ont expliqué comment l'amour-propre était l'impulsion latente de tous les actes de l'homme dans la société. Moi, je demande qui a jamais pu enseigner complètement quels sont les devoirs qui dérivent de l'amour du prochain (1)? »

Tout ce discours, dont je viens de citer quelques passages, est imprégné, comme vous le voyez, d'un profond idéalisme, d'un grand amour pour l'Université, de respect pour la nature, pour la raison et la dignité humaines.

Ces belles paroles n'étaient pas démenties par les exemples de sa vie, consacrée tout entière au développement de la science et aux progrès de sa chère Université.

Il se distingua surtout, dans ses recherches sur la géométrie, dont nous avons déjà signalé l'importance, non seulement pour les mathématiques, mais encore pour la philosophie naturelle. Toutefois, notre grand savant ne fut pas exclusivement un géomètre, tel que Steiner ou von Staudt,

---

(1) Dans ma brochure citée plus haut, *Bronner et Lobatchevsky*, j'ai exprimé, comme hypothèse, l'idée que Lobatchevsky était redevable, en ce qui concerne ses opinions morales et philosophiques, à son maître Bronner.

et ses travaux sur l'algèbre et l'analyse présentent aussi un intérêt considérable.

Nous avons dit plus haut que Lobatchevsky avait étudié, sous la direction de Bartels, le célèbre ouvrage de Gauss : *Disquisitiones arithmeticæ.* Dans cet ouvrage, Gauss donne comme couronnement à ses travaux sur la théorie des nombres une de leurs plus remarquables applications.

Les anciens géomètres ont indiqué comment on construit les côtés d'un triangle régulier, d'un hexagone, d'un décagone, à l'aide du compas et de la règle. Gauss montra qu'il existe un nombre infini d'autres polygones réguliers qui peuvent être construits de la même manière.

Le premier travail que Lobatchevsky présenta à la division physico-mathématique en 1813 : *Sur la solution de l'équation algebrique* $X^n - 1 = 0$, se rapportait, en effet, à cette question. Plus tard, il y revint encore dans son mémoire : *Abaissement du degré d'une équation à deux termes, lorsque l'exposant, diminué d'une unité, est divisible par huit,* et apporta ainsi un complément important à la théorie de Gauss.

Vers 1820, Lobatchevsky entreprit, paraît-il, d'écrire un manuel d'algèbre pour les lycées. Quelque temps après, il termina cet ouvrage, qui devait être, dans sa pensée, à la fois un guide pour les professeurs et un manuel pour les étudiants.

Ce livre fut publié en 1834, sous le titre : *Algèbre ou Calcul des nombres finis,* et se distingue parmi des traités contemporains d'algèbre, publiés non seulement en Russie, mais aussi à l'étranger, par l'exposition systématique et la rigoureuse interprétation des principes fondamentaux. « Les premières notions dans toutes les branches des sciences mathématiques, écrit-il dans sa préface, s'acquièrent facilement, mais sont toujours sujettes à erreurs. Nous sommes obligés quelquefois de revenir en arrière, en mettant toute notre attention à les éviter. »

D'après l'opinion de Lobatchevsky, « c'est avec l'étude de l'algèbre que commencent à apparaître toute l'exactitude des données, toute la profondeur des aperçus que l'on peut trouver dans les sciences mathématiques, tandis que l'arithmétique n'est qu'une introduction et sert d'exercice préparatoire. »

C'est pourquoi il commence son algèbre par les premières notions de l'arithmétique, par les lois fondamentales de ses opérations, et donne une interprétation systématique des principes des mathématiques pures, se montrant le digne précurseur du grand mathématicien et systématicien de notre époque, du savant allemand Weierstrass.

Le caractère de l'algèbre de Lobatchevsky est de constituer une algèbre complète; c'est ainsi qu'il y a introduit l'étude des fonctions trigonométriques, en leur donnant une définition purement analytique; sous ce rapport, son manuel est supérieur même aux ouvrages classiques d'Euler : *Introductio in Analysin infinitorum,* et de Cauchy : *Analyse algébrique.* Lobatchevsky y expose, entre autres choses, sa manière particulière de reconnaître la convergence et la divergence des séries infinies. Il eut plus tard à revenir sur cette question dans plusieurs mémoires :

1° *De la convergence des séries trigonométriques* (*Nouvelles scientifiques* de l'Université impériale de Kazan, 1834);

2° *Méthode pour reconnaître la divergence des séries infinies et pour déterminer la valeur des fonctions de trois grands nombres* (*Notes scientifiques* de l'Université de Kazan, 1835);

3° *Ueber die Convergenz der unendlichen Reihen* (Kazan, 1841).

Déjà, dans le premier de ces mémoires, Lobatchevsky traite le problème fondamental du calcul différentiel, des relations entre la continuité et la différentiation, devançant ainsi, comme dans la question sur les principes de la géométrie, ses contemporains d'un demi-siècle.

Les mathématiciens du XVIII[e] siècle n'ont pas touché à la question des relations entre la continuité et la différentiation, présumant que toute fonction continue est, *eo ipso,* une fonction ayant une dérivée. Ampère essaya de le démontrer, mais sa démonstration ne fut pas suffisamment probante.

Cette question du rapport entre la continuité et la différentiation attira de nouveau l'attention en 1870, lorsque Weierstrass donna l'exemple d'une fonction continue dans un certain intervalle, mais n'ayant pas dans cet intervalle de dérivée définie (c'est-à-dire ne pouvant être différentiée). Or, Lobatchevsky avait insisté déjà en 1830 sur la nécessité de distinguer la progression (ce terme étant employé avec le sens du mot *continuité,* qui l'a remplacé aujourd'hui) et la continuité (la différentiation) des fonctions.

Il formula très nettement cette différence dans sa méthode pour reconnaître la convergence... « La fonction est progressive quand son accroissement tend vers zéro en même temps que l'accroissement de la variable X. Elle est continue lorsque le rapport de ces deux accroissements, quand ils décroissent, conduit à une nouvelle fonction qui sera, par conséquent, un « coefficient différentiel ». Les intégrales doivent toujours être prises dans des intervalles tels que les éléments sous chaque signe d'intégration conservent leur gradualité et leur continuité. »

Lobatchevsky entre dans plus de détails sur cette question dans sa notice *Sur la convergence des séries trigonométriques*, qui renferme une discussion générale des fonctions d'un très grand intérêt.

« Il semble, écrit-il, qu'on ne peut douter de la véracité de tout ce qui est susceptible d'être traduit par des chiffres, et que toute relation et toute variation se produisant ici-bas doivent pouvoir s'exprimer par une fonction analytique. Or, la théorie n'admet généralement l'existence des relations qu'en tant qu'on considère les nombres unis entre eux comme des données uniques. Lagrange, dans son calcul des fonctions, par lequel il a cherché à remplacer le calcul différentiel, en

voulant mettre une rigueur expressive dans son raisonnement, a trouvé dans cette rigueur même une entrave qui a limité ses efforts. »

Je ne rappellerai pas les autres ouvrages de Lobatchevsky sur la théorie des probabilités et sur la mécanique. Toutes ses œuvres témoignent de son habileté remarquable pour le calcul et montrent que son génie mathématique pénétrait jusqu'au fond des questions les plus subtiles de l'analyse. Son amour pour l'étude ne s'arrêtait pas seulement aux mathématiques, « ce triomphe de l'esprit humain, » il s'étendait à toutes les branches de la science. La botanique, la chimie, l'anatomie l'intéressaient également et lui étaient familières; cependant, il aimait par-dessus tout les sciences expérimentales.

Ce n'est pas en vain que Lobatchevsky, dans ce passage de son discours que nous avons cité plus haut, parle avec un tel enthousiasme de l'importance de l'expérience.

Nous le trouvons, par exemple, prenant une part active aux observations faites sur la température du sol. Dans ce but, on fit construire dans la cour de l'Université un puits au fond duquel, à une profondeur d'environ 31 mètres (15 sagènes), on plaça près de vingt thermomètres. Entre 1833-34, le nombre de ces observations était de trois mille six cent cinquante. Elles furent interrompues en 1835, à cause du dégagement considérable d'acide carbonique qui se produisit dans le puits; mais, en 1851, Lobatchevsky recommença ses investigations et porta surtout son attention sur l'étude de la température du *stratum* végétal. Pour les mesures de température, dont l'importance pour l'agriculture ne commence à être reconnue que de nos jours, il invente lui-même un thermomètre métallique d'une construction particulière.

Lobatchevsky éprouvait le même intérêt scientifique pour l'astronomie.

Le 26 juillet 1842, on pouvait voir dans une partie de la Russie une éclipse totale de soleil. Lobatchevsky se joignit à l'expédition de Penza, envoyée par l'Université de Kazan, et

qui se composait de l'observateur astronome Liapounof et du physicien Knorr. Il publia à son retour un rapport des plus détaillés, qui contenait, entre autres choses, des renseignements sur le phénomène merveilleux de la couronne solaire (phénomène qui ne peut être observé que pendant les éclipses de soleil), ainsi que des critiques et des interprétations de diverses théories relatives à cette question. Lobatchevsky ne croit pas à l'explication du phénomène par la présence d'une atmosphère solaire, ni à celle qui la trouve dans la courbure des rayons à la surface de la lune. En parlant de cette dernière, Lobatchevsky exposait son opinion sur la théorie de la lumière. « Le système des ondulations, dit-il, ne peut pas être appelé une théorie; il ne doit être regardé que comme l'expression même des phénomènes que l'on veut démontrer. La véritable théorie doit être contenue dans un seul et unique principe, d'où les phénomènes résultent comme condition nécessaire et avec leurs différentes variétés. Parler des vibrations, c'est raisonner sur une chose qui, en somme, n'existe pas, de même que nous considérons des lignes et des surfaces, tandis que dans la nature on ne constate que des corps. »

Non satisfait de la théorie des ondulations, Lobatchevsky exprima l'idée qu'il serait possible de la combiner avec celle de l'émission, en admettant que les particules lumineuses reçoivent à leur origine un mouvement de translation aussi bien que de vibration.

Le premier serait alors la cause de la lumière et de la chaleur, le dernier expliquerait les phénomènes de la polarisation. On peut, d'après lui, s'en tenir à la théorie de l'émission de Newton, en y ajoutant que la résistance que l'éther rencontre sur son chemin serait la cause des ondulations, comme l'eau d'une rivière qui trouve une digue s'élève en vagues, se divise, en laissant un espace libre, en deux courants qui se réunissent bientôt; ou bien, comme l'air qui, venant se heurter à un obstacle, entre en vibration (ici ces vibrations produisent quelquefois le son), se partage en deux courants séparés par un

vide, puis le courant primitif reprend son cours. L'eau passée par-dessus la digue, de même que le vide laissé par l'air, correspondent à l'ombre projetée par les corps opaques; la tendance de l'eau ou de l'air à couler ensemble de deux côtés différents nous est représentée par la déviation de la lumière vers le milieu de l'ombre. »

Revenant sur le phénomène de la couronne solaire, Lobatchevsky admet qu'au contact de la lumière, la surface de notre atmosphère devient elle-même lumineuse, et que nous voyons dans l'anneau qui entoure la lune la lumière provenant des régions supérieures de l'air. « C'est ainsi que notre mince enveloppe terrestre doit paraître briller d'un vif éclat aux habitants des autres planètes aussi bien qu'à ceux qui habiteraient la lune. »

La variété des travaux de Lobatchevsky doit nous étonner d'autant plus que l'activité déployée par lui en tant que professeur et recteur de l'Université pouvait absorber, à elle seule, tout son temps.

Vers 1820, il ne restait plus à l'Université de Kazan aucun des anciens professeurs allemands de Lobatchevsky.

L'année 1816 avait vu le départ de Littrof et la mort de Renner. Un an après Bronner, ayant pris un congé de six mois, partait pour la Suisse et ne revenait plus à Kazan.

En 1820, Bartels échangeait sa chaire de Kazan pour celle de professeur à Dorpat. A la faculté (section physico-mathématique), primitivement si riche en hommes de science, il ne restait que Lobatchevsky, Simonof et Nikolsky.

Le second d'entre eux entreprit bientôt un voyage autour du monde avec Bellingshausen, et Nikolsky s'adonna tout entier à la reconstruction de l'Université. Tout le poids de l'enseignement retomba sur Lobatchevsky, qui professa les mathématiques pures, la physique et l'astronomie (1).

---

(1) Je vais donner, à titre d'exemple, quelques fragments de la distribution des cours et des objets d'enseignement à l'Université impériale de Kazan.

Depuis le 17 août 1824 jusqu'au 28 juin 1825, Nicolas Lobatchevsky, doyen de

Au retour du voyage autour du monde de Simonof, Lobatchevsky n'enseigna plus l'astronomie ; il s'occupa des cours de mécanique et de physique mathématique. Ce n'est que vers 1840, lorsque la (section) faculté physico-mathématique s'assura le concours de Knorr, comme professeur de mécanique, et du très regretté Kotelnikof, que beaucoup d'entre nous se rappellent encore que Lobatchevsky put s'en tenir à l'enseignement exclusif des mathématiques pures ([1]).

Ne se contentant pas de ses cours officiels, Labatchevsky fit plus d'une fois des cours de physique publics. Dans un de ces cours, il traita la théorie de la décomposition chimique et la

---

la section physico-mathématique, professeur ordinaire de mathématiques pures, enseigna :

a) Sur les mathématiques :

Aux étudiants de la première division : Les propriétés des nombres entiers. Les exposants imaginaires. Les racines des équations. Les principes de la géométrie. La trigonométrie plane et sphérique, d'après ses propres notes.

Aux étudiants de la deuxième division : La géométrie analytique. Le calcul des différences. Les principes du calcul différentiel, d'après le manuel de Lacroix.

Aux étudiants de la troisième division : Le calcul intégral et le calcul des variations, d'après Lacroix, et l'application de l'analyse à la géométrie, d'après Monge.

b) Sur la physique :

Aux étudiants de la première division : Les principes de la physique. La manière de raisonner dans cette science. Les forces d'attaction et de répulsion. Les notions sur les propriétés physiques des corps. La dilatation des corps par la chaleur. La résistance des corps et l'évaporation des liquides.

Aux étudiants de la deuxième et de la troisième division : L'électricité. Le magnétisme. L'optique. La chaleur, en se servant du *Traité complet de Physique* de Biot et de quelques autres savants.

c) Sur l'astronomie :

Aux étudiants de la troisième division : L'astronomie sphérique et théorique, d'après les ouvrages de Delambre.

En 1826-1827 il professa, outre ses cours sur les mathématiques pures, la statique et la mécanique des corps solides et liquides d'après Lagrange et Poisson, ainsi que la physique mathématique d'après Fournier, Laplace, Poisson et Fresnel.

([1]) En 1833/4 Lobatchevsky, se servant des œuvres de Lagrange et de Lacroix, enseigna : aux étudiants de deuxième année, l'intégration des fonctions, aux étudiants de troisième année, l'intégration des équations à une seule variable et aux étudiants de quatrième année, l'intégration des équations aux dérivées partielles ainsi que le calcul des variations. Il fit ces cours jusqu'à la fin de son professorat.

synthèse des corps à l'aide de l'électricté, et il fit en même temps des expériences.

Pour les classes ouvrières, il organisa en 1839-1840 un cours spécial de physique sous le nom de : « Physique populaire. »

Le professeur A. Popof, un de ses élèves les plus distingués et son successeur, a laissé des mémoires sur la manière d'enseigner de Lobatchevsky. D'après ces mémoires, Lobatchevsky savait être devant son auditoire très profond ou très enthousiaste, suivant le sujet qu'il avait à traiter.

En général, son langage différait complètement de son style. Tandis que dans ses écrits il est concis, et même souvent peu clair, dans ses leçons il se préoccupait surtout de la clarté de l'exposition. Toutefois, il aimait mieux enseigner ses propres idées que d'interpréter d'autres auteurs et laissait à ses auditeurs la liberté de se pénétrer eux-mêmes des détails de la littérature scientifique. Ses cours de physique publics attirèrent beaucoup de monde; quant à ceux qui étaient faits devant un auditoire choisi et dans lesquels Lobatchevsky expliqua ses « nouveaux principes de géométrie », on peut les appeler, avec raison, des cours « supérieurs ».

Nous pouvons juger de la conscience avec laquelle Lobatchevsky a rempli jusqu'à la fin ses différentes fonctions par sa critique imprimée, très complète et remplie de déductions personnelles, sur la thèse de doctorat de A. T. Popof: *De l'intégration des équations différentielles de l'hydrodynamique réduites à la forme linéaire,* Kazan, 1845.

Lobatchevsky attachait une telle importance à la publication des critiques sur les thèses qu'en sa qualité d'inspecteur de l'enseignement du district de Kazan, il exprima au ministre de l'instruction publique son avis que toute thèse de doctorat devait être accompagnée d'une critique détaillée. Bien qu'on l'eût laissé libre d'agir à sa guise, il préféra avoir, relativement à cette question, l'opinion du Conseil de l'Université de Kazan.

Le Conseil ne ratifia pas la proposition de Lobatchevsky, trouvant « que les critiques imprimées exposées au jugement

du public, sans qu'il les eût demandées, devaient entraîner une sévérité plus grande, pouvant en beaucoup de cas nuire aux candidats; qu'elles ne devaient donc pas être considérées comme indispensables et qu'il fallait laisser la liberté aux professeurs qui les avaient écrites, de les faire ou non imprimer ».

Dans sa réponse, Lobatchevsky écrivit que « tout auteur est sujet à être jugé par le public, pour toutes les œuvres qu'il a publiées. Par suite, si la raison donnée par le Conseil était suffisante, on pourrait en déduire que MM. les Professeurs avaient l'intention de ne jamais faire imprimer leurs ouvrages ». Toutefois, ces idées n'ayant pas trouvé d'écho parmi les membres du Conseil, Lobatchevsky s'en tint à la proposition suivante : « Exposer, chaque fois, en détail, les causes pour lesquelles on s'abstient de faire imprimer la critique complète de la thèse. »

Étant habitué à remplir rigoureusement ses fonctions, comme il est facile de s'en convaincre par ce que nous venons de citer, et désirant trouver ce même sentiment chez les autres, Lobatchevsky apporta à l'accomplissement de ses devoirs de recteur toute l'énergie qui le caractérisait; son ardeur au travail était d'autant plus nécessaire qu'il dut, en vertu de cette fonction, travailler comme il a été dit à la réorganisation de l'Université et surveiller la construction de quelques-uns de ses bâtiments (du laboratoire de physique, de la bibliothèque, de la salle de dissection et de l'observatoire).

Administrateur infatigable, entrant dans tous les détails de la vie économique de l'Université, étudiant l'architecture pour pouvoir contrôler la construction des bâtiments, Lobatchevsky s'intéressa tout particulièrement aux sources et aux produits du mouvement intellectuel de l'Université : à sa bibliothèque et à ses journaux.

La bibliothèque se trouvait dans un état de confusion absolue lorsque Lobatchevsky (8 octobre 1825) prit, à son compte, les fonctions de bibliothécaire. Trois ans de travail

énergique et assidu remirent la bibliothèque dans un ordre parfait; on en fit l'inventaire, on publia des catalogues, on fit la liste des ouvrages manquants. Lobatchevsky aimait tellement sa bibliothèque, qu'en devenant recteur il conserva sa fonction de bibliothécaire, et ce n'est qu'en 1835 qu'il la transmit à un autre.

L'Université de Kazan avait eu avant 1812 son journal, qui s'appela, tout d'abord, *Nouvelles de Kazan*, et plus tard, *Courrier de Kazan*. Toutefois, ce journal n'avait pas un caractère essentiellement scientifique; les articles de science se perdaient au milieu des traductions, des articles littéraires, et étaient mêlés aux nouvelles politiques et aux communications officielles. Sous l'influence de Lobatchevsky ce journal fut remplacé en 1834 par les *Notes scientifiques*.

Les considérations qui amenèrent Lobatchewsky à faire cette transformation, sont exposées dans la préface du premier cahier du journal.

Il débute par l'importance de l'imprimerie, « cette seconde faculté du langage grâce à laquelle la pensée née un soir dans l'esprit d'un homme est répétée le lendemain à des milliers d'exemplaires qui la répandent aux quatre coins du globe. » Tel un point lumineux envoie instantanément ses rayons dans les espaces lointains, telle l'étincelle du cerveau humain, semblable à la lumière du jour, se propage en éclairant. Aussi les hommes dévoués à la science ne peuvent-ils résister au désir de faire imprimer leurs découvertes, leurs opinions et leurs idées sur toutes choses. Toutefois, de même que dans tout État civilisé il y a deux sortes d'instruction : l'une générale et que l'on pourrait appeler populaire, l'autre appartenant au monde savant, de même les feuilles périodiques doivent être de deux sortes.

« Les unes doivent être variées dans leur composition, comme toute instruction publique, intéresser par leur nouveauté et charmer en mettant en relief la vie réelle, en reproduisant fidèlement les passions et les sentiments. Les

écoles supérieures, les académies et les universités ne peuvent les publier. Elles doivent s'imposer un autre devoir : celui de la publication d'un journal purement scientifique. »

Les *Notes scientifiques* ont réalisé depuis leur fondation ce type de journal. Le premier article du premier livre, intitulé : « Abaissement du degré d'une équation à deux termes lorsque l'exposant, diminué d'une unité, est divisible par huit, » est dû à Lobatchevsky.

Lobatchevsky trouva une détente pour son esprit et un repos de l'infatigable activité dépensée par le savant, le professeur et le recteur, dans son amour pour la nature, dans ses humbles occupations de cultivateur campagnard.

A soixante lieues environ de Kazan, en aval du Volga, est situé un petit village, Bielovoljskaia Slobodka, qui a appartenu à Lobatchevsky; il y créa un beau jardin, et on y voit encore un bois de noyers qu'il a planté.

D'après une touchante tradition, conservée dans sa famille, Lobatchevsky aurait dit avec tristesse, en plantant ces arbres : « Je n'en verrai jamais les fruits. » Sa prophétie se réalisa. En effet, leur première récolte fut faite seulement après sa mort.

Mais même en horticulture et en agriculture, son esprit investigateur chercha à introduire quelque chose de neuf, à rompre avec la routine en usage à cette époque. C'est ainsi qu'il fit construire dans son domaine un moulin à eau, qu'il inventa une façon particulière de souder les pierres composant les meules, et qu'il fit venir du guano pour fumer ses terres. Il s'appliqua surtout à l'horticulture et à l'élevage des moutons, et dans ce but il acheta des moutons mérinos avec le produit de l'argent obtenu par la vente d'une bague de diamant, don de l'empereur Nicolas Ier. Il obtint aussi, pour le perfectionnement apporté dans la manière de travailler la laine, une médaille d'argent de la Société impériale d'Agriculture de Moscou.

Ne se bornant pas à l'application à l'agriculture des données scientifiques, Lobatchevsky chercha à entraîner les

autres propriétaires de Kazan, et devint un des membres les plus actifs de la Société Économique impériale de Kazan, fondée en 1839, occupant pendant près de quinze ans la fonction de président d'une de ses divisions.

Le sérieux qu'il apportait dans ses nombreux devoirs le rendit taciturne et renfermé en lui-même; il paraissait morne et sévère comme le deviennent ordinairement les passionnés qui, en raison de la fougue et de l'ardeur de leur jeunesse, ressentent plus fortement les orages de la vie. Et, nous le savons, il y a eu dans la vie de Lobatchevsky bien des orages capables d'influer sur son caractère. Toutefois, sous des dehors sévères, presque rudes, se cachaient un amour vrai du prochain, un cœur tendre, une profonde sympathie pour toutes les aspirations élevées et des sentiments tout paternels pour les jeunes hommes bien doués.

Un jeune employé qui lisait derrière son comptoir un livre de mathématiques attira son attention; il le fit entrer au lycée, puis à l'Université, et le jeune employé devint, après quelques années, le célèbre professeur de l'Université de Kazan, Bóltsani.

Le fils d'un pauvre prêtre, venu à pied de la Sibérie, entra, avec le concours de Lobatchevsky, à la Faculté de médecine; étant arrivé à une haute situation, et pour lui prouver sa reconnaissance, il légua à l'Université de Lobatchevsky sa précieuse bibliothèque.

Plus d'une fois Lobatchevsky, recteur, préserva les étudiants des suites de leurs entraînements, et ceux de notre époque vénèrent encore sa mémoire.

Les qualités supérieures de son esprit et de son âme lui attirèrent pendant sa vie la considération générale tant dans l'Université que dans notre ville.

Ce tribut s'adressait autant à Lobatchevsky recteur qu'à Lobatchevsky suppléant de l'inspecteur de l'enseignement, à « Bélisaire », comme on l'appelait lorsqu'il assistait aux examens de l'Université,

Cependant, cette estime s'arrêtant à l'homme, au professeur et à l'administrateur, ne pouvait satisfaire complètement le savant conscient d'avoir doté la science de principes nouveaux.

A ce point de vue, Lobatchevsky rencontre, comme nous l'avons dit, soit de l'indifférence (1), soit une ironie grossière et blessante dont est pleine la critique qui se trouve dans un des journaux de Saint-Pétersbourg (*Fils de la Patrie,* 1834).

Même parmi ses élèves, aucun ne développa ses idées et ne fut leur défenseur convaincu. La consolation de Lobatchevsky fut l'approbation de Gauss, qui, seul, lui rendit justice, et avec qui il était en correspondance; et, du reste, « les exemples de l'histoire » nous apprennent que les hommes placés trop au-dessus de leurs contemporains ne sont récompensés par la postérité qu'après leur mort.

Quarante ans à peine se sont écoulés depuis la mort de Lobatchevsky, et cette récompense lui est enfin échue.

La satisfaction suprême pour un penseur d'assister au développement de ses idées, de voir des travaux se poursuivre dans la voie qu'il a ouverte à la science, cette satisfaction, Lobatchevsky l'attendit en vain pendant sa vie.

Cette impulsion se fait sentir maintenant dans la patrie de Lobatchevsky aussi bien que dans les contrées civilisées de l'Europe : en Angleterre, en France, en Allemagne, en Italie, dans l'Espagne, à peine réveillée de son sommeil intellectuel, et au milieu des forêts vierges du Texas.

Elle a commencé en 1866, lorsque le mathématicien français Hoüel, mort aujourd'hui, mais dont nous devons rappeler le nom avec reconnaissance, publia la traduction française du livre de Lobatchevsky, écrit en allemand (2) : *Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien,* en y ajoutant des fragments de la correspondance de Gauss et de

(1) Dans son travail sur les parallèles, l'académicien V. Bouniakowski ne cite pas, en 1853, les travaux de Lobatchevsky.

(2) *Études géométriques sur la théorie des parallèles, etc.*

Schumacher; il consacra, de plus, un ouvrage spécial au développement des idées de Lobatchevsky [1]. .

En 1867 parut l'étude de Riemann, qui montrait la possibilité d'une géométrie d'un espace sphérique, d'une géométrie ne renfermant pas cet axiome : « Deux lignes droites ne peuvent contenir un espace [2]. »

Les observations d'optique physiologique amenèrent Helmholtz, vers cette même époque, à s'occuper de la question des principes géométriques [3].

D'autre part, les recherches d'un savant mathématicien italien, Eugenio Beltrami, sur la théorie des surfaces courbes [4], recherches dans lesquelles il fut guidé par les principes exposés par Gauss dans son remarquable mémoire: ***Disquisitiones generales circa superficies curvas***, l'engagèrent à étudier une forme particulière des surfaces « pseudo-sphériques », comme il les appela. Beltrami montra aussi l'identité de la géométrie de ces surfaces avec la géométrie plane de Lobatchevsky.

La combinaison de toutes ces études eut pour résultat ce fait qu'un espace mathématique homogène (c'est-à-dire permettant le mouvement du corps solide, invariable) à trois dimensions pouvait avoir trois formes différentes.

On attribue de plus en plus à l'une d'elles le nom de Lobatchevsky; les deux autres s'appellent l'espace d'Euclide et l'espace de Riemann.

---

(1) *Essai critique sur les principes fondamentaux de la géométrie*, 1867; seconde édition, 1886.

(2) *Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen*. La traduction russe de ce mémoire, faite par Sintrov, se trouve dans la collection des *Principes de Géométrie*, publiée par la Société physique et mathématique de l'Université impériale de Kazan, à l'occasion du centenaire de Lobatchevsky.

(3) *Ueber die Thatsachen, die der Geometrie zu Grunde liegen*. Traduction russe de Vassilief.

(4) *Saggio di interpretazione della geometria non euclidia.*

Theoria degli spazii di curvatura constante.

La traduction russe de ces mémoires, faite par Mée, se trouve dans cette même collection.

La théorie analytique de ces espaces les distingue d'après le signe d'une expression analogue à celle de la courbure d'une surface. Pour l'espace d'Euclide, cette expression — courbure de l'espace — est égale à zéro ; pour l'espace de Lobatchevsky, elle est négative, et pour celui de Riemann, positive.

L'étude des propriétés des espaces de forme générale constitue la géométrie non euclidienne.

Il est d'une utilité absolue pour cette étude d'avoir recours à la considération d'un espace à quatre dimensions qui les renferme.

La géométrie à dimensions multiples peut donc être considérée comme la suite de la géométrie non euclidienne, qui, en élucidant bien des questions de la géométrie, fournit en même temps des ressources sans lesquelles il est impossible de résoudre un grand nombre de problèmes d'analyse (1).

Je mentionnerai encore les remarquables travaux de Poincaré sur la théorie des fonctions automorphes, et je rappellerai de quel secours a été la géométrie à dimensions multiples à Kronecker, dans le problème de la séparation des racines des systèmes d'équations.

L'idée de Lobatchevsky, comme cela a lieu pour toutes les idées géniales, conduit aux questions les plus complexes. D'une part, « l'espace physique de notre expérience » est-il véritablement celui d'Euclide, comme nous le supposons et comme le prouve notre expérience limitée?

Newcomb, Ball, Peirce et les autres, prenant modèle sur Lobatchevsky, se sont demandé jusqu'à quel point les observations astronomiques permettaient de résoudre le problème de la somme des angles d'un triangle, et, en suivant la voie qu'il a indiquée, ont trouvé la réponse à cette question dans la détermination des parallaxes des étoiles fixes.

---

(1) On trouve un exposé très clair des recherches sur les principes de la géométrie à dimensions multiples dans l'ouvrage du professeur Killing, paru dernièrement et dédié à notre Société physique et mathématique, *Einfuehrung in die Grundlagen der Geometrie*.

Voici ce que dit à ce propos le célèbre astronome irlandais Ball : « Les astronomes ont été souvent désagréablement surpris en obtenant comme résultat de leurs travaux une parallaxe négative. Il est certain que cela provient, en général, des erreurs inévitables dans ces observations si difficiles; cependant, nous ne devons pas oublier que si l'espace avait vraiment une courbure, la parallaxe négative pourrait provenir d'observations d'une exactitude rigoureusement mathématique. »

Le savant américain Peirce va plus loin; il pense avoir démontré, en se basant sur des recherches astronomiques, que notre espace est bien celui de Lobatchevsky.

Zœllner, au contraire, se fondant sur les phénomènes de l'obscurité du ciel et sur des recherches sur la pesanteur des masses dispersées dans des espaces de différents types, concluait que notre espace appartient au type des espaces de Riemann.

Beaucoup de savants ont cherché à démontrer les phénomènes physiques par l'hypothèse de la courbure de l'espace et en admettant un espace d'un plus grand nombre de dimensions (1).

Clifford, admirateur enthousiaste de Lobatchevsky, a été plus loin encore, et a émis l'hypothèse que le mouvement visible d'un objet n'est autre chose qu'une variation de la courbure de l'espace.

Voici sur quoi il fonde son intéressante hypothèse :

1° Les parties infinitésimales de l'espace sont, par leur nature, identiques aux montagnes et aux vallées d'une surface plane en général; les lois usuelles de la géométrie ne peuvent leur être appliquées;

---

(1) Mach, *Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit*. Prague, 1872. « Le manque d'une théorie satisfaisante de l'électricité provient peut-être de ce qu'on a essayé d'expliquer les phénomènes électriques par des variations moléculaires dans un espace à trois dimensions. »

Mach et Bresh se sont servis de l'hypothèse d'un espace à quatre dimensions pour l'explication des phénomènes chimiques (*Der Chemismus im Sichte mehrdimensionaler Raumanschauung*. Leipzig, 1882).

2° La faculté de se déformer et de se redresser passe d'une façon continue et comme une onde d'un endroit à un autre de cette surface;

3° C'est cette variation même de la courbure de l'espace qui constitue le phénomène appelé « mouvement de l'objet pondérable ou éthéré »;

4° Dans le domaine physique, rien d'autre ne se produit que la variation de la courbure de l'espace, assujetti lui-même (peut-être) à la loi de la continuité.

Telle est la spéculation hardie de Clifford.

Les spéculations analogues sur les propriétés de l'espace peuvent-elles réellement donner de nouvelles hypothèses pour expliquer les phénomènes du monde? C'est ce que nous dira l'avenir.

« Il est important, écrit Riemann, que le travail servant à démontrer les phénomènes qui se produisent en nous et autour de nous ne soit pas gêné par l'étroitesse des idées, et que nos progrès dans la connaissance des relations réciproques des choses ne soient pas entravés par les préjugés traditionnels. »

J'ajouterai, en outre, que non seulement Lobatchevsky (et cela est très caractéristique pour ses opinions philosophiques) ne parle jamais des propriétés de l'espace, mais qu'il affirme que l'espace pris séparément n'existe pas.

Lobatchevsky n'approuverait pas probablement les conclusions actuelles sur les propriétés de l'espace; pourtant, il reconnaîtrait, il me semble, le développement de ses idées et de ses opinions dans cette autre manière de poser la question de la géométrie que nous trouvons chez Cayley et Klein (1).

A en croire ces mathématiciens, le problème quelque peu métaphysique des propriétés de l'espace doit être remplacé par celui qu'ils nous donnent sur le moyen de mesurer les distances.

(1) F. Klein, *Ueber nicht euklidische Geometrie* (*Math. Ann.*, Bd IV et VI). A. Cayley, *Address as President of British Association, at Southport*, 1883.

Afin de nous en faire une idée, imaginons que nous mesurons sur une ligne droite ABCDEF..... des distances absolument égales AB — 1 mètre, BC — $\frac{1}{2}$, CD — $\frac{1}{4}$, DE — $\frac{1}{8}$, etc., avec une mesure (diminuant par exemple sous l'influence d'un brusque changement de température) en passant de AB à BC de moitié, de BC à CD encore de moitié, etc...

Tous les segments paraîtront égaux à notre mesure, égaux à 1 mètre, et la distance de deux mètres égale à la somme d'une progression géométrique indéfinie $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ sera, subjectivement, égale à un nombre infini de mètres; la limite ne pourra jamais être atteinte par notre manière de mesurer. La circonférence décrite autour du point A avec un rayon égal à 2 mètres sera la circonférence limite de la géométrie de Lobatchevsky.

Le système des relations entre les distances et les angles est identique, comme l'ont montré Cayley et Klein, à celui qui constitue la géométrie de Lobatchevsky.

Mais, quel que soit l'aspect de la question que nous préférons, il est évident que les questions posées par notre immortel géomètre n'appartiennent pas seulement au domaine des mathématiques.

A leur solution doivent prendre part la physiologie des sens (en particulier la vue et le toucher) ainsi que la branche de la philosophie à laquelle on donne le nom de *théorie de la connaissance.*

Nos opinions sur la philosophie générale de la nature dépendent aussi de cette solution.

C'est en cela que se manifeste la grandeur des idées de Lobatchevsky.

Plus le choc d'un corps lourd sur une eau dormante est violent, plus se propage au loin le mouvement des ondes et plus est étendue la place qu'elles envahissent. Plus l'idée est générale, plus est considérable le nombre des branches de la science qui subissent son influence.

Le fait que les idées de Lobatchevsky intéresseront de plus en plus non seulement les mathématiciens, les astronomes, mais aussi les physiologistes et les philosophes, constitue la principale récompense de notre illustre penseur-géomètre.

L'autre récompense, c'est l'estime générale accordée à son nom et prouvée par le nombreux auditoire assemblé ici pour honorer sa mémoire, les discours que nous venons d'entendre, ainsi que la sympathie avec laquelle a été accueilli l'appel fait par notre Société physico-mathématique pour la fondation d'un prix auquel sera attaché le nom de Lobatchevsky.

Les dons sont arrivés presque de tous les points de l'Europe; une part considérable nous vient de l'Amérique lointaine. L'une des institutions savantes les plus célèbres du globe, la Société Royale de Londres y a pris part et même un collège d'une petite ville allemande a voulu apporter son tribut et, non seulement les mathématiciens, mais aussi les philosophes ont partagé notre enthousiasme.

Grâce à ces dons, le « Prix Lobatchevsky » va être fondé et contribuera, en soutenant et en encourageant les jeunes mathématiciens, au développement de sa science préférée.

Toutefois, il est encore un autre devoir qui incombe à la société civilisée russe, et tout d'abord à celle de la ville où fut élevé, où enseigna, où pensa et agit Lobatchevsky.

Un monument commémoratif en face de sa chère Université n'est pas une récompense trop grande pour un homme qui consacra sa vie à développer la civilisation de sa patrie, pour un penseur qui a tout fait pour la gloire scientifique de la Russie et de l'Université de Kazan.

Puisse ce monument rappeler aux générations futures des étudiants et du corps enseignant de l'Université de Kazan la haute personnalité d'un professeur qui voua sa vie au bien de son Université, d'un professeur qui considéra que le but de l'Université devait être non seulement « d'ouvrir l'esprit à la lumière de la science, mais encore d'inculquer les vertus, d'inspirer le désir de la gloire, les sentiments de noblesse,

de justice et d'honneur, et de cette honnêteté stricte et sacrée qui donne la force de résister à toutes les tentations et à tous les entraînements que le châtiment ne peut atteindre ».

Puisse cette physionomie d'un génial et puissant penseur, qui apporta une nouvelle lumière et qui introduisit les *Nouveaux Principes* dans une des branches les plus importantes de la science humaine, prouver à la Russie entière : « Que dans le domaine intellectuel nous ne pouvons ni ne devons reculer .»

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES

SUR

L'ADHÉRENCE DE DEUX SURFACES POLIES

PLANES OU SPHÉRIQUES

séparées par une mince couche liquide, et en particulier, sur le maintien des têtes osseuses articulaires dans leurs cavités;

PAR LE Dr H. BORDIER

LICENCIÉ ÈS SCIENCES PHYSIQUES

Les frères G. et E. Weber (1) ont fait plusieurs expériences sur l'articulation coxo-fémorale des cadavres pour démontrer que c'est la pression atmosphérique qui, sur le vivant, maintient la tête du fémur dans la cavité cotyloïde. Depuis cette époque (1843), tous les traités d'anatomie et de physiologie répètent à l'unisson que la tête du fémur, ainsi que toutes les autres têtes osseuses, sont maintenues dans leurs cavités articulaires par la même pression atmosphérique.

Nous commencerons par faire la remarque suivante : Dire que c'est la pression atmosphérique qui produit l'adhérence du fémur avec l'os coxal dans la cavité cotyloïde, c'est dire, évidemment, qu'il existe une différence de pression entre les deux côtés de la tête du fémur, ou encore qu'il existe un espace vide d'air ou de gaz entre cet os et les parois de la cavité. L'action de la pression atmosphérique ne peut se traduire que de cette façon; cette action n'aurait aucun sens physique si on ne la comprenait pas ainsi.

---

(1) *Traité d'ostéologie et de syndesmologie*, par G. et E. Weber, 1843, page 331.

Mais deux raisons principales s'opposent à l'existence d'un vide entre la tête du fémur et les parois de la cavité cotyloïde. La première et la plus importante, c'est que les gaz dissous dans la synovie et dans les tissus qui forment les parois de cette cavité se dégageraient dans cet espace vide, lequel, alors, serait immédiatement détruit. De ce fait, le vide ne peut ni préexister, ni même tendre à exister dans la cavité articulaire.

La deuxième raison, c'est que les coupes pratiquées dans plusieurs méridiens à travers l'articulation ont constamment montré que la tête du fémur et les parois de la cavité *se touchent en tous les points*, contrairement à l'opinion de Palletta qui croyait que la tête du fémur ne touchait la cavité qu'en un seul point.

Il n'existe donc entre les deux os aucun espace destiné à loger le vide des frères Weber.

Il y a une troisième raison qui nous paraît absolument en opposition avec cette théorie de la pression atmosphérique, c'est que le vide ne saurait exister dans un point de notre organisme : ce serait contraire à toutes les lois physiques et physiologiques.

Depuis longtemps j'avais résolu de rechercher la véritable explication du maintien de la tête du fémur en particulier, et de toutes les autres têtes articulaires dans leurs cavités respectives.

Mais avant de chercher à expliquer des phénomènes biologiques, il nous paraît indispensable d'être exactement fixé d'abord sur les lois physiques qui interviennent dans ces phénomènes. Aussi devons-nous commencer par exposer les expériences sur lesquelles repose notre démonstration.

Lorsqu'on prend deux disques plans entre lesquels est placé un liquide, par exemple de la glycérine, qui se rapproche assez bien par son aspect et par sa viscosité de la synovie, on constate que ces disques adhèrent fortement entre eux et qu'il faut développer un effort notable pour les séparer. Les conditions de l'expérience sont celles-ci : On place trois ou quatre

gouttes de glycérine pure, de densité 1,260, sur un des plans de Magdebourg, en verre bien rodé, et on applique l'autre par-dessus, en exerçant une pression assez énergique pour chasser la plus grande quantité de liquide possible; on constate que ces deux disques glissent cependant très facilement l'un sur l'autre, comme si l'on avait affaire à une articulation plane.

Pour pénétrer plus en avant dans le phénomène, il était nécessaire de faire des mesures, de façon à connaître la force capable d'amener la séparation de ces disques enduits de glycérine. J'ai employé pour cela la méthode suivante : Le disque inférieur est fixé solidement à un obstacle résistant pendant que le disque supérieur est suspendu au crochet d'un dynamomètre à ressort gradué en kilogrammes et vérifié; ce dynamomètre est attaché à l'extrémité d'un levier du premier genre, à l'aide duquel on peut exercer un effort lent et régulièrement progressif. Cet effort est à chaque instant indiqué par le dynamomètre. Si l'on vient, dans ces conditions, à agir sur la grande branche du levier, pendant qu'un aide a soin de maintenir les disques, de chaque côté, pour empêcher leur glissement, il arrive un moment où la séparation des disques se produit. Il suffit de lire le dynamomètre pour connaître l'effort développé.

Le diamètre des plans de verre du laboratoire de physique de la Faculté de médecine est de 72 millimètres; la force correspondant à la séparation des disques a varié, dans les différentes expériences, de 17k500 à 18 kilogrammes.

Si l'on rapproche cette expérience de celles de Gay-Lussac, avec un seul disque placé sur la surface libre d'un liquide, ou de Simon, de Metz, avec deux disques séparés par une couche liquide d'une épaisseur finie et connue, expériences dans lesquelles les nombres trouvés sont inférieurs à 100 grammes ou à peine supérieurs, on est obligé d'admettre qu'il s'agit là d'une autre cause que de la tension superficielle.

Un fait qui prouve que ce n'est pas la tension superficielle qui produit cet accolement des disques dans le cas de notre

couche liquide infiniment mince, c'est que si l'on fait l'expé rience en prenant de l'eau, dont la tension superficielle est 7,5, on trouve que l'effort de séparation est à peine de 2 kilogrammes, nombre bien inférieur à celui correspondant à la glycérine dont la tension superficielle n'est cependant que de 7,2. Bien plus, si l'on se sert d'huile d'olives pure, dont la tension superficielle est encore plus faible, comme l'on sait, et égale 3,5, l'effort correspondant à la séparation des disques est de 13k500.

Il faut donc écarter cette cause, qui se traduit par un nombre beaucoup trop faible, dans l'explication du phénomène. Nous pensons que l'adhérence énergique des disques est due à l'adhésion du liquide interposé, sans doute, mais surtout aux forces de cohésion de ce liquide. Nous avons été ainsi conduit à faire une série d'expériences pour voir si cette hypothèse était vérifiée.

Les forces de cohésion, c'est-à-dire la résistance à la rupture, sont d'autant plus grandes dans un liquide que celui-ci se rapproche davantage de l'état solide, état dans lequel ces forces sont très grandes.

Il en résulte que si la cause qui maintient les disques si fortement accolés l'un à l'autre réside bien dans la cohésion de la mince couche liquide interposée, on devra trouver que l'effort à faire pour amener la séparation des disques est d'autant plus considérable que le liquide est plus visqueux. C'est ce que l'expérience vérifie exactement.

Voici les résultats trouvés dans un grand nombre de mesures :

1. Eau	2k »
2. Huile d'olives	13 500
3. Sirop de sucre D = 1,3	14 »
4. Glycérine pure	17 500
5. Glucose en pâte	24 »
6. Suif de chandelle (après solidification de la couche)	25 500

Moins la mobilité de la substance interposée est grande, plus l'effort de séparation des disques est considérable

Une autre preuve de l'importance qu'offre la cohésion du liquide dans ce phénomène, c'est que si l'on fait varier la nature de la substance qui constitue les disques, en conservant la même surface, on trouve que pour un même liquide interposé, toujours de la même façon, l'effort reste constant.

Ainsi, dans le cas de la glycérine, on a :

Disques de verre rodé........	17k500 à 18k »	
— de palissandre........	17 » à 18 »	
— de cuivre rouge......	17 » à 17 500	

On peut aussi, comme nous l'avons fait, associer ces différents disques entre eux, de façon à constituer les trois cas :

Verre — Bois
Verre — Cuivre
Bois — Cuivre

et l'on constate que l'effort à développer reste le même. D'où la loi : La force de séparation des disques est indépendante de la nature des disques.

Nous nous sommes encore demandé comment variait l'effort que nécessite la séparation des disques avec la surface de la couche liquide interposée. Pour cela, nous avons fait faire des paires de disques en palissandre ayant des surfaces dans le rapport de 1, $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$.

Ces surfaces étaient :

	Surfaces.	Diamètres.
	—	—
1°	40cq71	7c20
2°	20cq35	5c08
3°	13cq57	4c16

En interposant de la glycérine, les efforts trouvés ont été :

1° 17k » à 18k
2° 8 750 à 9
3° 6 »

On voit que l'effort est nettement proportionnel à la surface de la couche interposée entre les disques. Cette proportionnalité s'est aussi trouvée exactement vérifiée dans le cas de

deux paires de disques de cuivre, dont les surfaces étaient dans le rapport de 1 à 2.

Les résultats de ces différentes séries d'expériences paraissent bien confirmer l'idée que nous avons émise, à savoir que ce sont surtout les forces de cohésion de la mince couche liquide interposée qui agissent pour maintenir accolées les surfaces planes que nous avons considérées.

Il était intéressant, dans le cas qui nous occupe, de savoir ce qui se passe lorsque les surfaces enduites sont sphériques au lieu d'être planes, comme dans le cas des articulations appelées énarthroses. C'est ce que nous avons cherché à obtenir. Pour cela, nous avons pris une sphère en cuivre ayant le même diamètre que celui du disque (n° 2) en palissandre, diamètre qui est aussi très sensiblement celui de la tête du fémur et de la cavité cotyloïde.

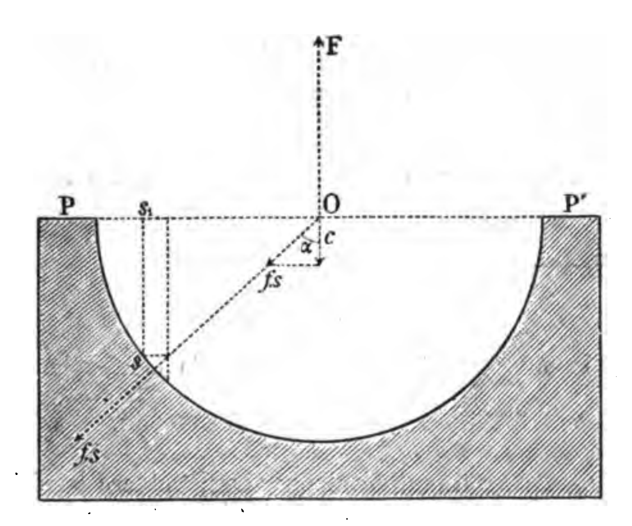
Dans une masse de plomb en fusion, nous avons immergé la boule de cuivre jusqu'à son équateur et nous avons laissé la masse se solidifier; la séparation de la boule s'est très bien faite ensuite. Nous avons ainsi obtenu deux surfaces sphériques s'adaptant exactement l'une sur l'autre comme dans le cas de nos disques. A la sphère de cuivre était fixé un anneau à l'aide duquel le dynamomètre était relié au système En plaçant de la glycérine entre ces deux surfaces sphériques, nous avons trouvé pour la force capable d'amener la séparation $8^{k}750$, déduction faite du poids de la boule (150 gr.); avec du glucose en pâte, on trouve que l'effort est compris entre 11 et 12 kilogrammes. Si, maintenant, on fait les mêmes expériences avec les disques de même diamètre que la boule de cuivre, on trouve dans le premier cas 9 kilogrammes, dans le second 12 kilogrammes. En sorte qu'on a le tableau :

	Glycérine.	Glucose.
Surfaces sphériques de 50^{mm} de diamètre.	$8^{k}750$	11^{k} à 12^{k}
Surfaces planes de 50^{mm} de diamètre....	9 »	12

D'où cette loi : L'effort qu'il faut développer pour séparer

deux surfaces sphériques réunies suivant une demi-sphère par un liquide donné est le même que celui qu'il faut développer dans le cas de deux surfaces planes *de même diamètre.*

Ce résultat expérimental peut être facilement démontré par le calcul.



Considérons en effet une sphère pleine séparée d'une demi-sphère creuse de même rayon par une mince couche liquide, et soit s un élément infiniment petit du liquide interposé. Les forces de cohésion de ce liquide s'opposent à la séparation des deux surfaces situées de chaque côté de cet élément s; tout se passe comme si à la paroi de la sphère pleine était appliquée, au centre de cet élément, une force excentrique dirigée suivant le prolongement de Os. Si f représente la résistance à la rupture de la couche interposée pour l'unité de surface, la force appliquée en s est $f \times s$. Cette force peut être considérée comme appliquée au centre O, commun aux deux surfaces sphériques (¹).

Puisque la traction de la sphère pleine s'exerce suivant OF, il n'y a que la composante verticale de $f.s$ qui agisse

(¹) La force O$f.s$ devrait être égale à la force $s f.s$; la figure a été tronquée sous ce rapport par le graveur, qui a représenté ces forces comme inégales.

pour faire équilibre à OF; la composante horizontale est détruite par celle provenant de l'élément symétrique.

La valeur de la composante verticale c de $f.s$ est, en désignant par α l'angle que fait le rayon Os avec la verticale,

$$c = f.s.\cos\alpha.$$

Mais $s.\cos\alpha$ est l'expression de la projection s_1 de l'élément s sur le plan horizontal PP'. On a donc

$$c = f.s_1.$$

Chaque élément de la demi-sphère fournissant une composante verticale, la force qu'il faudra vaincre pour amener la séparation des deux surfaces aura pour valeur

$$C = f.\sum s_1.$$

Et puisque $\sum s_1$ est la projection de la demi-sphère sur le plan PP', on a

$$C = f \times \pi R^2.$$

La force OF qu'il faut développer pour vaincre la résistance à la rupture de la mince couche interposée entre les deux demi-sphères est donc la même que celle à développer pour amener la séparation de deux cercles ayant même rayon que celui de la sphère considérée, et séparés par la même couche de liquide. Le calcul vérifie donc exactement les résultats de l'expérience.

Nous avons essayé d'obtenir une surface sphérique se rapprochant tout à fait de la cavité cotyloïde. Nous avons pratiqué dans le fond de la demi-sphère de plomb une cavité que nous avons ensuite remplie avec de la cire vierge; de cette façon, on reproduit la *fovea acetabuli* qui, dans l'articulation, est comblée par le ligament rond et par du tissu adipeux (graisse articulaire) qui complète le cartilage manquant en ce point. Comme on pouvait s'y attendre *a priori*, l'effort correspondant à la séparation des surfaces est resté le même que dans le cas où la demi-sphère est constituée par une substance homogène.

Pour trancher définitivement la question du maintien des têtes osseuses dans leurs cavités articulaires, et pour savoir si les forces de cohésion du liquide interposé entre les surfaces sont suffisantes à expliquer l'expérience des frères Weber, il ne restait plus qu'à faire des expériences en prenant comme substance interposée entre les disques le liquide articulaire lui-même, c'est-à-dire la *synovie*.

On sait que ce liquide est destiné à lubréfier les articulations. Il est sécrété par l'épithélium qui recouvre la membrane synoviale. C'est une humeur *visqueuse, filante,* contenant des débris de cellules et de noyaux cellulaires. La synovie renferme une substance analogue à la mucine, mais qui paraîtrait se rapprocher des nucléo-albumines, et une albumine particulière, synovine, qui communique à l'eau *une extrême viscosité,* ce qui lui a fait donner le nom de gomme animale (Landwehr).

Nous avons pu, grâce à la complaisance de notre ami Breiffel, chef interne de l'hôpital Saint-André, nous procurer de la synovie sur un cadavre datant de dix-huit heures environ. Nous avons ouvert l'articulation du genou, de façon à pouvoir en récolter une assez grande quantité pour nos expériences.

Nous avons pu alors mesurer à plusieurs reprises la force nécessaire pour produire la séparation : 1° des plans de Magdebourg ayant 72 millimètres de diamètre et $40^{cq}71$ de surface, et 2° des disques de palissandre ayant un diamètre très voisin de celui de la tête du fémur, 50 millimètres et $20^{cq}35$ de surface.

Dans le premier cas, la force a été trouvée égale à 19-20 kilogrammes.

Dans le deuxième cas, il a fallu développer un effort voisin de 10 kilogrammes (de $9^{k}500$ à 10 kilogrammes).

On voit d'abord que ces expériences confirment ce que nous avons dit plus haut, à savoir la proportionnalité qui existe entre la surface de la couche liquide interposée et l'effort développé.

De plus, comme nous avons démontré et par l'expérience, et par le calcul, que l'effort à développer pour obtenir la séparation de deux surfaces sphériques est le même que s'il s'agissait de deux surfaces planes circulaires ayant le même diamètre, il en résulte que la force qui maintiendrait accolées la tête fémorale et les parois de la cavité cotyloïde, si elles étaient séparées par cette même synovie, serait environ de 10 kilogrammes.

Cette force est-elle suffisante pour expliquer l'équilibre du poids de la jambe lorsque l'on a coupé muscles, tendons, ligaments et capsule articulaire, comme dans l'expérience des frères Weber?

D'après ces auteurs, le poids moyen de la jambe ainsi détachée du tronc est d'environ 11 kilogrammes, par conséquent un peu plus grand que le nombre trouvé dans notre expérience. Mais il faut remarquer, ce qui est très important, que la synovie dont nous nous sommes servi provenait d'un sujet mort depuis au moins dix-huit heures, et que dans ces conditions, il y a eu nécessairement une altération de ce liquide qui a évidemment produit une diminution de la viscosité de la synovie et, par suite, une diminution de la cohésion. Il est donc permis d'admettre que si l'on pouvait se procurer de la synovie fraîche, telle qu'elle existe sur le vivant, la force de séparation atteindrait 11 à 13 kilogrammes, c'est-à-dire une valeur plus que suffisante pour faire équilibre au poids moyen de la jambe.

Dans ces conditions, et sans même qu'il soit utile de refaire les expériences des frères Weber, *qui créent des conditions tout autres que celles qui existent sur le vivant,* il est bien permis de dire que la pression atmosphérique n'a pas besoin d'être invoquée pour expliquer le maintien des têtes osseuses articulaires dans leurs cavités. Nous avons dit, au commencement de ce travail, qu'il était inadmissible que le vide existât ou seulement pût tendre à se produire dans un point quelconque de l'organisme. Eh bien! puisque nous

trouvons une explication qui ne fait intervenir que les conditions mêmes de la vie, sans avoir besoin d'admettre rien de contraire aux lois physiques et physiologiques, n'est-il pas naturel d'adopter cette explication seule et de rejeter absolument la théorie de la pression atmosphérique [1], que l'on a admise jusqu'à ce jour?

Comme conclusions de toutes ces expériences, nous dirons :

1° Lorsque deux disques sont séparés par une mince couche liquide, la force qui s'oppose à la séparation de ces disques est due aux forces de cohésion de la substance interposée;

2° Cette force est indépendante de la nature des disques; elle ne dépend que de la nature du liquide;

3° L'effort qu'il faut développer pour séparer deux disques entre lesquels est une mince couche liquide est proportionnel :

a) à la viscosité du liquide;
b) à la surface des disques;

4° Lorsque deux surfaces sphériques sont accolées suivant une demi-sphère, l'effort de séparation est le même que pour deux surfaces planes circulaires ayant même diamètre;

---

(1) Les résultats des expériences des frères Weber doivent d'ailleurs être expliqués autrement qu'on le fait d'habitude. La première expérience (production d'un canal à l'aide d'un foret dans l'os coxal et chute de la jambe dès que le foret est arrivé dans la cavité cotyloïde) doit s'interpréter de la façon suivante : la cause de la chute n'est pas la destruction du vide, c'est au contraire la rupture de l'adhérence par la pointe du foret qui vient fatalement buter sur la tête du fémur et rompre l'homogénéité de la couche de synovie qui entraîne la chute de la jambe.

Dans la deuxième expérience (remise en place de la tête fémorale et occlusion à l'aide du doigt du canal foré précédemment dans l'os), c'est bien la pression atmosphérique qui retient le fémur, mais grâce à l'existence d'un espace artificiellement créé dont l'air est raréfié par suite d'un léger mouvement de descente de l'os fémoral; la force élastique de cet air est suffisamment diminuée pour que la pression atmosphérique fasse équilibre au poids de la jambe. Ici, le bourrelet cotyloïdien agit sur la tête du fémur pour empêcher l'entrée de l'air dans la cavité cotyloïde.

Une expérience que l'on pourrait être tenté de croire démonstrative en faveur du rôle de la pression atmosphérique est celle qui consiste à porter l'articulation débarrassée des muscles et des ligaments sous la cloche de la machine pneumatique. La séparation du fémur est due ici au dégagement des gaz de la synovie sous l'influence de la diminution de pression ; il y a encore rupture de l'homogénéité de la couche liquide par les bulles gazeuses qui se forment entre les deux surfaces articulaires.

5° Si l'on interpose une mince couche de synovie entre deux disques plans ayant même diamètre que la tête articulaire du fémur, la force qui s'oppose à leur séparation est de même ordre de grandeur que le poids moyen de la jambe d'un sujet;

6° Il est inutile d'invoquer, pour expliquer le maintien des têtes osseuses articulaires dans leurs cavités, l'intervention de la pression atmosphérique, autrement dit du vide barométrique; ce vide ne peut pas exister dans notre organisme, ni même tendre à exister, pour des raisons à la fois physiques et physiologiques. Les forces de cohésion de la mince couche de synovie interposée entre les surfaces articulaires dans les énarthroses sont suffisantes pour expliquer ce maintien; c'est même la seule raison plausible;

7° Sur le vivant (et c'est un cas qui doit nous intéresser davantage que ce qu'ont produit artificiellement les frères Weber sur le cadavre), la tonicité musculaire vient constamment en aide à la cause physique, dont nous avons démontré l'efficacité, pour empêcher la séparation des surfaces articulaires.

Les expériences que nous venons de rapporter permettent de se rendre facilement compte du mécanisme de certains actes physiologiques qui se produisent dans notre organisme à chaque instant de la vie.

C'est ainsi, par exemple, que nous comprendrons aisément, d'après ce qui précède, le mécanisme de l'occlusion des paupières pendant le sommeil. Cette occlusion n'est évidemment pas due, comme on le croit généralement, à la contraction du muscle orbiculaire des paupières : la cause de cette occlusion est purement physique. L'orbiculaire des paupières n'intervient qu'au début du phénomène, pour produire le rapprochement des bords palpébraux et pour maintenir ce rapprochement un certain temps, jusqu'à un moment voisin de l'apparition du sommeil. Lorsque celui-ci se produit, le muscle orbiculaire, qui est un muscle strié, se relâche, et c'est alors qu'intervient la cause physique à laquelle nous faisons allusion. En effet, les bords des paupières s'adaptent

exactement l'un contre l'autre; leur consistance étant cartilagineuse (cartilage tarse), ils ont un certain degré de rigidité. Si on remarque enfin qu'entre ces bords existe toujours une mince couche liquide due à la glande lacrymale, on reconnaîtra l'analogie qui existe entre l'adhérence palpébrale et celle que nous avons produite entre nos disques humectés soit de glycérine, soit de synovie. La cohésion de la mince couche interposée produit et maintient l'accolement des deux bords palpébraux, d'où occlusion des yeux.

On voit ainsi que le muscle orbiculaire n'a aucun rôle actif à jouer et qu'il doit, comme son antagoniste, le releveur de la paupière supérieure et comme les autres muscles striés de l'organisme, se reposer pendant le sommeil.

Un autre acte physiologique qui trouve une explication identique et où l'on a voulu voir encore l'action de la pression atmosphérique, c'est l'occlusion de la cavité buccale.

Landois, dans son *Traité de physiologie humaine,* dit : « Quand la bouche est fermée, les mâchoires sont maintenues appliquées l'une contre l'autre par *la pression atmosphérique,* car le vide est produit dans la cavité buccale, et les lèvres en avant, le voile du palais en arrière, empêchent l'air d'y pénétrer (1). »

Nous croyons qu'il est superflu d'insister, et inutile de prendre cette explication au sérieux.

Si on remarque, au contraire, que les lèvres sont toujours, sur leur partie commune accolée, recouvertes d'un enduit plus ou moins visqueux provenant des glandes salivaires, on comprendra aisément que cette salive, par sa cohésion, maintienne l'adhérence des deux lèvres, comme la glycérine celle des disques dans nos expériences. La contraction des muscles de la mâchoire inférieure est ainsi mécaniquement rendue moins utile; il est même très probable que ces muscles se relâchent. pendant l'occlusion de la bouche, surtout dans le sommeil.

---

(1) Landois, *Traité de physiologie humaine,* traduit de l'allemand par M. Moquin-Tandon, 1893, page 264.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

7e MÉMOIRE

PROPRIÉTÉS POLARISATRICES DES FAISCEAUX DE RAYONS DE NATURE QUELCONQUE

PAR M. L'ABBÉ ISSALY

INTRODUCTION

L'étude des diverses espèces de faisceaux de rayons qui a fait l'objet de notre précédent Mémoire peut être utilement poursuivie.

On peut faire voir en effet, que non seulement tout faisceau, mais même toute surface, soit optique, soit anoptique, soit dioptique, appelle, comme corrélative, une seconde surface qu'il y a lieu de nommer (sans ambiguïté possible) l'*inverse* de la première, puisque, en les coupant par un même plan horizontal, les aires des sections produites ont pour moyenne proportionnelle l'aire de la courbe plane qui sert de directrice commune aux deux surfaces considérées.

Mais il y a plus : des deux conoïdes que nous avons reconnues constituer le lieu général de toute la variété des droites focales, l'un appartient exclusivement aux surfaces directes, l'autre à leurs inverses respectives, à condition pourtant que la directrice plane proposée passe par l'origine.

En ce qui concerne l'ellipse déviatrice qu'introduit de lui-même le lieu précédent, un examen plus approfondi nous a convaincu qu'elle est d'une importance majeure. A elle, en effet, ou, équivalemment, à la courbure dont elle dérive, peuvent

se rattacher sans effort les lois primordiales de l'intensité lumineuse ou calorifique, et cela parce que, d'une part, la courbure en question (déviation verticale) mesure, au point de vue cinématique, le carré de la vitesse angulaire horizontale *résultante* relative à tout mouvement à deux variables d'un système rigide, et que, d'autre part, au point de vue dynamique, le carré de cette même vitesse mesure la force vive du système.

Parmi les nombreuses propriétés dont jouit l'ellipse déviatrice, nous signalerons, dès à présent, les suivantes : 1° on peut l'obtenir comme section horizontale faite, à une certaine distance de l'origine, dans un nouveau cône du second degré que nous ferons connaître et sur la surface duquel l'*antinormale* proprement dite que l'on sait ne figure qu'à titre de simple génératrice (5e Mémoire); 2° on l'obtient encore comme section centrale d'un ellipsoïde particulier dont les propriétés nous permettront incidemment d'étendre, même en coordonnées obliques, à la surface normo-directive, la construction géométrique du premier plan de polarisation Π que nous avions dû restreindre jusqu'ici au cas de la surface absolue de l'onde.

Il est à remarquer que, vis-à-vis du cône précédent, le plan Π et son corrélatif Π_{γ} forment un système de plans diamétraux *conjugués*. Bien plus, dans les deux angles adjacents variables que ces deux plans font entre eux, se trouve comprise une double série (moyenne ou complémentaire) d'autres plans dits *déviateurs*, lesquels sont conjugués, eux aussi, deux à deux et ont pour antinormales respectives les diverses génératrices du cône ; en sorte que le nom de *cône déviateur* lui revient pour ainsi dire de droit et comme à double titre.

Ceci nous amènera naturellement à chercher l'expression générale de l'angle que forme un plan déviateur donné avec le plan tangent à l'un quelconque des cônes moyens ou complémentaires de Malus. Or, l'expression à laquelle on arrive est, à notre point de vue, particulièrement digne d'intérêt, puisque

nous n'en tirons rien moins qu'une interprétation nouvelle et fort plausible, à notre sens, du phénomène remarquable connu sous le nom de polarisation chromatique.

C'est afin d'éclairer cette dernière théorie d'un jour tout nouveau que nous distinguons, au même lieu, entre la polarisation primitive d'un faisceau (lumineux ou calorifique) caractérisée par un plan tangent tel que P_i, et sa polarisation subséquente ou acquise caractérisée par un plan déviateur tel que $\Pi_{i'}$, généralisation lui-même du plan Π.

La première, en effet, due exclusivement au polariseur, n'implique, avec l'obliquité i, que les paramètres quasi extrinsèques p' et q', les seuls qu'on voie figurer dans les équations des plans tangents aux divers cônes de Malus et qu'on rencontre toujours dans les calculs comme inhérents, sinon comme identiques, aux courbures *géodésiques* des réseaux tant superficiels que pseudo-superficiels.

La deuxième, au contraire, produite par la substance sur laquelle on opère et par l'analyseur, sans rejeter ces mêmes éléments p', q', qui lui servent pour ainsi dire d'intermédiaires, utilise surtout, avec une obliquité i', communément distincte de i, les composantes essentiellement intrinsèques p, q, p', q', en fonction *exclusive* desquelles, on le sait, s'expriment, en analyse, les directions, soit des lignes de courbure, soit des lignes asymptotiques et, partant, celles de la double série des lignes pseudo-conjuguées, lignes remarquables aux yeux de tout géomètre, sans doute, mais aux nôtres surtout qui les tenons pour étroitement liées à la constitution réticulaire des corps, en général, et à celle des substances cristallisées, tout spécialement.

Telles sont, en résumé, les questions principales dont nous aurons à nous occuper dans le présent travail. Entre autres développements secondaires, le lecteur y trouvera aussi : l'origine et la signification géométrique de deux groupes de conditions fondamentales dites *maxima* et *minima*, la genèse de deux pseudo-surfaces singulières, une interprétation *aréo-*

laire des coefficients des équations des deux plans conjugués Π et Π_y, etc.

Ajoutons que l'emploi à peu près continuel qui y sera fait de coordonnées obliques donnera, dès l'abord, à ce Mémoire le même degré de généralité que celui tardivement acquis par son devancier dans ses pages finales.

I

Aperçu préliminaire relatif à quelques conditions-limites remarquables.

1. Reprenons avant tout quelques-unes des principales formules dont nous avons déjà fait usage (VI, n° 27) pour le cas où les coordonnées sont obliques.

Étant donnés deux trièdres bi-rectangles supplémentaires OXYZ et OX_1Y_1Z, le premier d'angle aigu Φ, le second d'angle obtus $\Pi - \Phi$, entre les projections obliques (p, q), (p_1, q_1) et les projections orthogonales $(\mathbf{p}, \mathbf{q})$, $(\mathbf{p}_1, \mathbf{q}_1)$ d'un vecteur horizontal quelconque OA, on a les relations générales

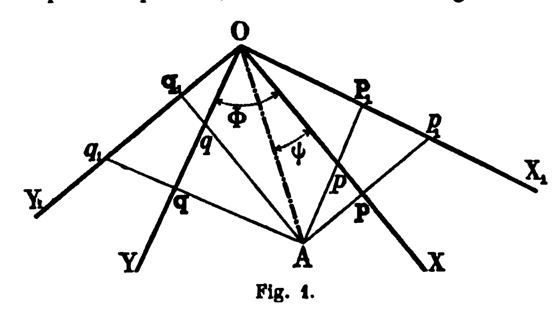


Fig. 1.

$$(1) \qquad \begin{cases} p + q \cos\Phi = \mathbf{p} = p_1 \sin\Phi, \\ q + p \cos\Phi = \mathbf{q} = q_1 \sin\Phi, \end{cases}$$

ou bien, équivalemment, celles-ci :

$$(1') \qquad \begin{cases} p_1 - q_1 \cos\Phi = \mathbf{p}_1 = p \sin\Phi, \\ q_1 - p_1 \cos\Phi = \mathbf{q}_1 = q \sin\Phi. \end{cases}$$

Comme application immédiate, soit ψ l'angle que OA fait avec OX; on aura d'abord, pour la direction de ce vecteur,

$$(2)\qquad \frac{Y}{X}=\frac{q}{p}=\frac{\sin\psi}{\sin(\Phi-\psi)},$$

et, par suite, pour son azimut,

$$(2')\qquad \operatorname{tg}\psi=\frac{q\sin\Phi}{p+q\cos\Phi}=\frac{q}{p_1}.$$

Deux autres vecteurs OA′, OA″ donneraient lieu à des formules analogues. En particulier, leurs longueurs auront pour expressions

$$(3)\qquad \begin{cases} \overline{OA}^2=p^2+q^2+2pq\cos\Phi=\omega_z^2,\\ \overline{OA}'^2=p'^2+q'^2+2p'q'\cos\Phi=\omega_z'^2,\\ \overline{OA}''^2=p''^2+q''^2+2p''q''\cos\Phi=\omega_z''^2,\end{cases}$$

ou encore, très utilement, ces autres :

$$(3')\qquad \overline{OA}^2=p_1^2+q_1^2-2p_1q_1\cos\Phi=\omega_z^2,$$

....

2. *Conditions pseudo-superficielles maxima.* — Considérons l'équation suivante :

$$(4)\qquad \begin{cases} (p_1\sin i-q\cos i)X^2+[(q_1+p_1')\sin i+(p-q')\cos i]XY\\ \qquad\qquad +(q_1'\sin i+p'\cos i)Y^2=0,\end{cases}$$

qui est celle des tangentes aux lignes pseudo-conjuguées S_i de toute pseudo-surface $\mathcal{F}'$, en contact à l'origine avec le plan des XY, tangentes qui reproduisent, remarquons-le, celles des lignes de courbure ou des lignes asymptotiques de ces mêmes pseudo-surfaces, selon que $i=\frac{\pi}{2}$, ou que $i=0$.

Si l'on exprime que cette équation dégénère en celle d'un *cercle évanouissant* ou d'un *ombilic* coïncidant avec l'origine, on obtiendra pour conditions deux certaines valeurs de tg i qui, égalées entre elles, donnent

$$(p_1-q_1')^2+(q+p')^2=0.$$

On en déduit

$$(5)\qquad \left\{\begin{array}{l} p_1 = q'_1, \\ q = -p'. \end{array}\right.$$

Telles sont les conditions que, par opposition avec celles qui vont suivre, nous qualifions de *conditions maxima*. On peut évidemment, à l'aide de (1) et de (1'), leur donner diverses formes, par exemple celles-ci :

$$(5')\ \left\{\begin{array}{l} p = q' + 2p' \cos\Phi, \\ q = -p', \end{array}\right. \qquad (5'')\ \left\{\begin{array}{l} p_1 = q'_1, \\ q_1 = -p'_1 + 2q'_1 \cos\Phi. \end{array}\right.$$

Substituées dans (4), elles y font apparaître les lignes *isotropes* du plan horizontal ou, si l'on veut, le *point-cercle*

$$(4')\qquad X^2 + Y^2 + 2XY\cos\Phi = 0,$$

à condition cependant d'exclure l'obliquité $\operatorname{tg} i = \frac{q}{p_1}$, ou $i = \psi$, pour laquelle il n'y a plus de cercle évanouissant possible.

On parviendrait à ces mêmes résultats en partant de l'équation aux tangentes des lignes complémentaires S_i, savoir :

$$(6)\ \left\{\begin{array}{l} (p_1 \cos i + q \sin i)X^2 + [(q_1 + p'_1)\cos i - (p - q')\sin i]XY \\ \qquad + (q'_1 \cos i - p' \sin i)Y^2 = 0, \end{array}\right.$$

équation qui se déduit immédiatement de (4) en y changeant i en $i \pm \frac{\pi}{2}$.

Proposons-nous, comme premier exemple, d'appliquer les conditions (5) à l'expression de l'azimut α du plan de polarisation Π d'un rayon donné OL mis en coïncidence avec l'axe OZ.

Nous avons vu (VI, n° 28) que l'équation de ce plan peut s'écrire :

$$(7)\qquad \frac{Y}{X} = \frac{\sin\alpha}{\sin(\Phi - \alpha)} = \frac{p'q - q'p}{p'q' - q'p'} = \frac{p'_1q_1 - q'_1p_1}{p'_1q'_1 - q'_1p'_1} = \frac{K'}{K}.$$

Observant qu'à l'instar de (2') on a $\operatorname{tg}\psi' = \frac{q'}{p'_1}$, on en déduit

$$(8)\qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{K'\sin\Phi}{K + K'\cos\Phi} = -\frac{p'_1q_1 - q'_1p_1}{p'_1p + q'_1q} = \operatorname{tg}(\psi' - \psi);$$

d'où la valeur simple $\alpha = \psi' - \psi = \mathbf{a}_2 - \psi$, en désignant par $\mathbf{a}_2$ l'azimut du plan tangent P_2 à l'orthogonale C_2 du cône C_1 de Malus.

On peut, du reste, vérifier cette valeur à l'aide de celle de l'obliquité polarisatrice correspondante, dont l'expression générale est, comme on l'a démontré au même lieu,

$$(9)\quad \operatorname{tg} i_\Delta = \frac{\Delta_2}{-\Delta_1} = \frac{qp'^2 - (p - q')p'q' - p'q'^2}{p_1q_1'^2 - (q_1 + p_1')p_1'q_1' + q_1'p_1'^2} = \operatorname{tg}(\mathbf{a}_2 - \alpha).$$

Substituant dans ce rapport les conditions (5), et supprimant (sous sa double forme) le facteur commun $\omega_z'^2$, on trouve que $\operatorname{tg} i_\Delta$ se réduit à $\operatorname{tg}\psi$. On a donc $i_\Delta = \psi$, et, conséquemment, à nouveau $\alpha = \mathbf{a}_2 - i_\Delta = \psi' - \psi$.

Comme second exemple, soit le déterminant connu (VI, n° 29)

$$(a)\quad D_i = (p_1q_1' - q_1p_1')\zeta^2 + [(p + q')\cos i + (q_1 - p_1')\sin i]\zeta + 1.$$

On vérifie sans peine que pour $i = \psi$, cas exceptionnel signalé plus haut, les conditions (5) le réduisent au carré parfait

$$(b)\quad D_i = (\omega_z\zeta + 1)^2,$$

avec cette remarque, vraie d'ailleurs pour toutes les applications du même genre, que $\omega_z = \omega_z'$, et qu'en outre $\psi' - \psi = \Phi$, relation fort utile ainsi qu'on le verra dans la suite.

3. *Conditions superficielles minima.* — Exprimons maintenant que les équations (4) et (6), prises chacune à part, représentent des ***hyperboles équilatères évanouissantes***, c'est-à-dire des droites rectangulaires; on aura

$$(c)\quad (p + q')\operatorname{tg} i - (q_1 - p_1') = 0,$$

ou bien

$$(d)\quad (p + q') + (q_1 - p_1')\operatorname{tg} i = 0.$$

Que si l'on veut, en outre, que chacune de ces équations soit satisfaite, ***quel que soit i***, il faudra poser

$$(10)\quad \begin{cases} p = -q', \\ q_1 = p_1'. \end{cases}$$

Nous reconnaissons là les *conditions minima* déjà utilisées dans notre précédent Mémoire [1]. On peut les écrire aussi

$$(10') \quad \begin{cases} p = -q', \\ q = p' + 2q' \cos\Phi, \end{cases} \qquad (10'') \quad \begin{cases} p_1 = -q'_1 + 2p'_1 \cos\Phi, \\ q_1 = p'_1; \end{cases}$$

et l'on observe que, à l'exemple de (5), elles entraînent l'égalité $\omega_z = \omega'_z$, conjointement avec $\psi - \psi' = \Phi$.

Cela étant, introduisons ces conditions dans (4) et (6); on obtiendra, pour chaque valeur de i, les couples de directions orthogonales

$$(11) \quad [(p'_1 \sin i - q' \cos i) \pm \omega'_z] X + (q'_1 \sin i + p' \cos i) Y = 0;$$
$$(11') \quad [(p'_1 \cos i + q' \sin i) \pm \omega'_z] X + (q'_1 \cos i - p' \sin i) Y = 0.$$

Outre cette perpendicularité, à laquelle on devait s'attendre, on peut vérifier que chacun de ces couples est ***bissecteur*** de l'autre, en sorte que deux directions appartenant à des couples d'espèce différente sont inclinées entre elles à 45° (v. Note).

Actuellement, cherchons l'expression que doit prendre, eu égard aux conditions (10), l'azimut du plan Π. On trouve aisément

$$(12) \qquad \operatorname{tg} \alpha = \frac{K' \sin\Phi}{K + K' \cos\Phi} = \frac{p''_1 q_1 - q''_1 p_1}{p''_1 p + q''_1 q} = \operatorname{tg}(\psi - \psi'');$$

d'où $\alpha = \psi - \psi''$, valeur égale et contraire à celle obtenue dans le premier cas.

Pour la vérifier, observons que, présentement, le rapport (9) se trouve équivaloir à $\operatorname{tg}(2\psi'' - \psi)$. On a donc $i_\Delta = 2\psi'' - \psi$, et, par suite, $\alpha = \psi'' - i_\Delta = \psi - \psi''$.

En groupant nos deux obliquités polarisatrices maxima et minima, il vient

$$(13) \qquad \begin{cases} i_\Delta^{(\mu)} = \psi'' + (\psi - \psi'') = \psi, \\ i_\Delta^{(\nu)} = \psi'' - (\psi - \psi'') = 2\psi'' - \psi. \end{cases}$$

[1] Il est bon d'observer que la valeur de $\operatorname{tg} i$ tirée de (c) ou de (d) et mise dans les relations (4) ou (6), fait de ces dernières l'*équation aux axes* de l'ellipse déviatrice de $\mathcal{F}''$ au point O.

Elles se retrouveront plus tard impliquées dans notre théorie de la polarisation chromatique.

4. *Condition curvimétrique (généralisée) de Gauss.* — Nous nommons ainsi la condition, bien des fois rencontrée déjà dans nos recherches, à savoir : $K'' = 0$, ou, plus explicitement,

$$\frac{K''}{\sin^2 \Phi} = K'' = pq' - qp' = p_1 q'_1 - q_1 p'_1 = 0, \tag{14}$$

condition qu'on peut aussi écrire (1) et (1′) :

$$\frac{p}{p'} = \frac{q}{q'} = \frac{p + q \cos \Phi}{p' + q' \cos \Phi} = \frac{p_1}{p'_1}, \tag{14'}$$

ou bien

$$\frac{p_1}{p'_1} = \frac{q_1}{q'_1} = \frac{p_1 - q_1 \cos \Phi}{p'_1 - q'_1 \cos \Phi} = \frac{p}{p'}. \tag{14''}$$

Ainsi étendue aux pseudo-surfaces et appliquée notamment à l'équation (7) du plan Π, elle réduit celle-ci (abstraction faite du cas où l'on a $p''q - q''p = 0$, c'est-à-dire $\psi = \psi''$) à la forme

$$\frac{Y}{X} = -\frac{p}{p'} = \frac{\sin \varphi_0}{\sin (\Phi - \varphi_0)};$$

d'où l'on conclut aussitôt que l'azimut α est ici égal à φ_0.

D'autre part, l'obliquité i_Δ ayant, dans ce cas, pour valeur (VI, n° 29)

$$\operatorname{tg} i_\Delta = \frac{p'_1 q'' + p'' p_1}{p'_1 p''_1 - q''_1 p_1} = \frac{K_{(\varphi)}}{K'_1} = \operatorname{tg} (\psi'' - \varphi_0), \tag{15}$$

il s'ensuit que $\alpha = \psi'' - i_\Delta = \varphi_0$, ce qui est une vérification.

Pour deuxième exemple, substituons la condition $K'' = 0$ dans les équations (4) et (6). Elles se décomposeront de la manière suivante :

$$(16) \quad \begin{cases} (p'_1 \sin i - q \cos i)\, X + (q'_1 \sin i + p' \cos i)\, Y = 0, \\ (q_1 \sin i + p \cos i)\, X + (q'_1 \sin i + p' \cos i)\, Y = 0, \end{cases}$$

$$(16') \quad \begin{cases} (p'_1 \cos i + q' \sin i)\, X + (q'_1 \cos i - p' \sin i)\, Y = 0, \\ (q_1 \cos i - p \sin i)\, X + (q'_1 \cos i - p' \sin i)\, Y = 0. \end{cases}$$

On reconnaîtra facilement que les premières directions de chaque couple sont à angle droit, tandis que les secondes coïncident entre elles et avec la direction φ_0. Ceci est la généralisation (et ce dernier détail est la rectification) de la propriété démontrée, en coordonnées rectangulaires (V, n° 33), à propos des lignes S_i et S_j.

II

Propriétés des faisceaux optiques ou anoptiques inverses.

---

5. I. — *Faisceaux optiques inverses.* — 1° Nous partirons du système suivant :

$$\frac{q_1 X + q_1' Y}{X - \xi} = \frac{-p_1 X - p_1' Y}{Y - \eta} = -\frac{1}{Z},$$

qui ne diffère de son analogue (VI, n° 5) qu'en ce que les coordonnées sont ici obliques, et que, pour la symétrie (uniquement) des formules subséquentes, Z y remplace ζ.

Au lieu de résoudre ce système par rapport à X et à Y, ce qui nous ramènerait aux faisceaux optiques directs si longuement étudiés dans notre précédent Mémoire, résolvons-le par rapport à ξ et à η, les variables (X, Y, Z) étant supposées désigner, à leur tour, les coordonnées d'un point quelconque de l'espace. On aura

$$(17) \qquad \begin{cases} \xi = (q_1 Z + 1) X + q_1' Z Y, \\ -\eta = p_1 Z X + (p_1' Z - 1) Y. \end{cases}$$

Pour obtenir, à l'instar des lieux optiques directs, l'équation d'un lieu optique inverse, de directrice horizontale plane donnée $f_0(\xi, \eta) = 0$, il suffira de substituer dans celle-ci les valeurs précédentes de ξ et de η. Si la surface ainsi obtenue

est réglée, ce sera un faisceau; mais on n'aura plus qu'un pinceau si la courbe f_1 devient infinitésimale.

Quoi qu'il en soit, lorsque, dans l'un quelconque de ces deux cas, cette même directrice passe par l'origine et a, par conséquent, son équation vérifiée pour $\xi = 0$, $\eta = 0$, le système (17) fournit les rapports simultanés

$$(18) \qquad \frac{Y}{X} = -\frac{q_1 Z + 1}{q'_1 Z} = -\frac{p_1 Z}{p'_1 Z - 1},$$

ou, ce qui revient au même (14),

$$(18') \qquad \frac{Y}{X} = -\frac{K'Z - p'_1}{q'_1} = -\frac{p_1}{K'Z + q_1}.$$

On en déduit

$$(19) \qquad D_1 = K'Z^2 + (q_1 - p'_1) Z + 1 = 0.$$

Ceci nous prouve déjà que, dans notre hypothèse, tout lieu optique inverse contient deux droites focales (δ'_1) respectivement situées dans les deux mêmes plans horizontaux que les droites focales (δ_1) relatives au lieu direct correspondant.

Je dis, en outre, que les projections horizontales de ces deux couples de droites coïncident entre elles d'abord, puis aussi avec les tangentes aux lignes de courbure *obliques* S_1 de la pseudo-surface $\mathcal{F}'$.

En effet, de l'égalité

$$\frac{q_1 Z' + 1}{q'_1 Z'} = -\frac{p_1 \zeta'}{q_1 \zeta' + 1},$$

qui exprime cette coïncidence, on déduit

$$(p_1 q'_1 - q_1^2) Z' \zeta' - q_1 (Z' + \zeta') - 1 = 0,$$

ce qui, eu égard aux propriétés des racines de l'équation (19), est une pure *identité*. On verra du reste, dans la suite, de quelle manière ces deux couples de droites focales se différentient dans l'espace sur les diverses nappes de leur lieu géométrique conoïdal.

Dans le cas exceptionnel où l'on a $p_1 = q'_1 = 0$, les droites (δ_1) et (δ'_1) sont toujours réelles, et, de plus, appartiennent aux plans des ZX et des YZ, en sorte que les lignes de courbure S_1 ont alors pour tangentes à l'origine les axes OX et OY.

2° Examinons maintenant de quelles propriétés jouissent les sections horizontales de nos divers lieux optiques inverses.

Soit $Z = Z_1$ un plan sécant horizontal quelconque. Désignons par A_{Z_1} l'aire de la section produite, et par A_0 celle de la directrice plane f_0 que nous supposerons être une courbe fermée. De la relation (VI, formule 9) étendue à nos coordonnées obliques, savoir :

$$(\xi d\eta - \eta d\xi) \sin \Phi = D_1 (X dY - Y dX) \sin \Phi,$$

on déduit $\frac{A'_{Z_1}}{A_0} = \frac{1}{D_1}$. Comparant avec l'expression analogue $\frac{A_{Z_1}}{A_0} = D_1$ qui correspond (VI, formule 9') aux lieux optiques directs, il vient

$$A_{Z_1} A'_{Z_1} = A_0^2,$$

ce qui est la justification péremptoire de la dénomination de surfaces directe ou inverse que nous avons adoptée dès le début.

Les cônes asymptotes respectifs donnant lieu, de leur côté, aux formules $\frac{a'_{Z_1}}{A_0} = \frac{1}{K^2 Z^2}$ d'une part, et $\frac{a_{Z_1}}{A_0} = K^2 Z^2$ d'autre part, on en conclut semblablement :

$$a_{Z_1} a'_{Z_1} = A_0^2.$$

3° Venons enfin à la polarisation axiale de nos faisceaux, et prenons d'abord pour directrice plane la trace horizontale $f_0 = p''_1 \xi + q''_1 \eta = 0$ du plan tangent P_1 au cône de Malus, le long de OZ. En y substituant les formules (17), on trouve

$$[(p''_1 q_1 - q''_1 p_1) X - (p'_1 q''_1 - q'_1 p''_1) Y] Z + (p''_1 X + q''_1 Y) = 0,$$

ou, plus simplement,

$$(K' X - K Y) Z + (p''_1 X + q''_1 Y) \sin^2 \Phi = 0,$$

paraboloïde hyperbolique dont le plan directeur vertical n'est autre (7) que le premier plan de polarisation Π.

En prenant de même pour directrice la trace horizontale $f_0 = q'\xi - p'\eta = 0$, du plan tangent P_1 à l'orthogonal du cône de Malus, on trouverait

$$[(p'p_1 + q'q_1)X + (p'_1p' + q'_1q')Y]Z + (q'X - p'Y) = 0,$$

ou, plus simplement,

$$(K'_\gamma X + K_\gamma Y)Z + (q'X - p'Y)\sin^2\Phi = 0,$$

vu que, dans le plan directeur vertical de ce nouveau paraboloïde, on reconnaît le *corrélatif* Π_γ du plan Π, celui-là même que nous avons déjà signalé (VI, n° 31) sous la double forme

$$(20)\quad \frac{Y}{X} = \frac{\sin\alpha_\gamma}{\sin(\Phi - \alpha_\gamma)} = -\frac{p'p_1 + q'q_1}{p'_1p' + q'_1q'} = -\frac{p'_1p + q'_1q}{p'p'_1 + q'q'_1} = -\frac{K'_\gamma}{K_\gamma}.$$

Si l'on observe que, selon que les conditions maxima (5) ou minima (10) sont remplies, on a identiquement

$$(21)\quad \begin{aligned} K + K'\cos\Phi &= \mp K'_\gamma \sin\Phi, \\ K' + K\cos\Phi &= \mp K_\gamma \sin\Phi, \end{aligned}$$

on en conclura pour l'expression de l'azimut α_γ du plan Π_γ :

$$\operatorname{tg}\alpha_\gamma = \frac{-K'_\gamma \sin\Phi}{K_\gamma - K'_\gamma\cos\Phi} = \pm\frac{p'p_1 + q'q_1}{p'_1q_1 - q'_1p_1} = \pm\frac{K'_\gamma}{K'}.$$

D'autre part, les formules (8) et (12) nous montrent qu'alors $\operatorname{tg}\alpha = \mp\frac{K'}{K'_\gamma}$. Il s'ensuit que $\operatorname{tg}\alpha . \operatorname{tg}\alpha_\gamma = -1$, c'est-à-dire que, dans les deux cas-limites actuels, les plans Π et Π_γ sont *rectangulaires*.

6. II. — *Faisceaux anoptiques inverses.* — 1° Le cône orthogonal de Malus C_1 nous fournit, par sa trace, la suite de rapports égaux

$$\frac{pX + p'Y}{X - \xi} = \frac{qX + q'Y}{Y - \eta} = \frac{1}{Z}.$$

Cette suite, on le voit, est de même forme que son analogue (VI, n° 6), mais elle n'en suppose pas moins les coordonnées obliques. On en tire

$$(22)\qquad \begin{cases} -\xi = (pZ - 1)\,X + p'ZY, \\ -\eta = qZX + (q'Z - 1)\,Y. \end{cases}$$

Portant ces valeurs dans l'équation donnée $f_0\,(\xi, \eta) = 0$, on obtiendra celle du lieu anoptique inverse correspondant.

Quand la courbe f_0 passe par l'origine, on déduit du système (22)

$$(23)\qquad \frac{Y}{X} = -\frac{pZ - 1}{p'Z} = -\frac{qZ}{q'Z - 1},$$

ou bien

$$(23')\qquad \frac{Y}{X} = -\frac{K'Z - q'}{p'} = -\frac{q}{K'Z - 1}.$$

Le lieu passe alors par deux droites focales anoptiques (δ'_2) respectivement situées dans les plans horizontaux

$$(24)\qquad D_2 = K'Z^2 + (p + q')\,Z + 1 = 0.$$

On vérifie, comme ci-dessus, qu'elles ont mêmes projections horizontales que les droites focales directes (δ_2) et que ces projections communes ne sont autres que les tangentes à l'origine aux lignes asymptotiques S_2.

Lorsque les conditions $q = p' = 0$ sont vérifiées, les droites (δ'_2) appartiennent (toujours dans l'hypothèse de $\xi = \eta = 0$) à l'un des plans $X = 0$, $Y = 0$, et dès lors leurs projections sont les axes OX, OY, qui sont eux-mêmes les tangentes à l'origine des lignes S_2.

2° En coupant par un même plan horizontal $Z = Z_1$ un lieu anoptique direct et un lieu anoptique inverse, de même directrice f_0, on a $\frac{A_{Z_1}}{A_0} = D_1$ pour le premier, et $\frac{A'_{Z_1}}{A_0} = \frac{1}{D_1}$ pour le second; d'où, comme plus haut,

$$A_{Z_1} A'_{Z_1} = A_0^2$$

Les cônes asymptotes de ces mêmes lieux donneront, de même,

$$\mathfrak{a}_{z_1}\mathfrak{a}'_{z_1} = A_0^2.$$

3° Prenons successivement pour directrice plane la trace $f_0 = q''\xi - p''\eta = 0$, du plan tangent P_2, puis la trace similaire $f_0 = p''_1\xi + q''_1\eta = 0$, du plan tangent P_1; on obtiendra, pour faisceaux anoptiques correspondants, les paraboloïdes

$$(K'X - KY)\,Z + (q''X - p''Y)\sin^2\Phi = 0,$$
$$(K'_\gamma X + K_\gamma Y)\,Z - (p''_1 X + q''_1 Y)\sin^2\Phi = 0,$$

dont les plans directeurs verticaux sont, ici encore, les plans Π et Π_γ.

III

Principales propriétés de la double série de faisceaux dioptiques moyens ou complémentaires inverses.

---

7. Nous pouvons borner sans inconvénient nos calculs à la première série, puisqu'il suffira d'y changer i en $i \pm \frac{\pi}{2}$ pour avoir (au signe de Z près) les résultats relatifs à la seconde.

1° Soit donc la suite connue (VI, n° 29)

$$\frac{\mathfrak{Q}_{z_1}\sin i + \mathfrak{P}_z\cos i}{X - \xi} = \frac{\mathfrak{Q}_z\cos i - \mathfrak{P}_{z_1}\sin i}{Y - \eta} = -\frac{1}{Z},$$

dans laquelle Z a été substitué à ζ, et où l'on a fait, à nouveau,

$$(25)\qquad \begin{cases} pX + p'Y = \mathfrak{P}_z, & p_1X + p'_1Y = \mathfrak{P}_{z_1}, \\ qX + q'Y = \quad {}_{z}, & q_1X + q'_1Y = \mathfrak{Q}_{z_1}. \end{cases}$$

On en déduit

$$(26)\ \begin{cases} \xi = [(p\cos i + q_1\sin i)\,Z + 1]\,X + (q'_1\sin i + p'\cos i)\,ZY, \\ \eta = (p_1\sin i - q\cos i)\,ZX - [(q'\cos i - p'_1\sin i)\,Z + 1]\,Y. \end{cases}$$

Mises dans l'équation $f_0(\xi, \eta) = 0$ de la directrice, ces valeurs fourniront, à chaque fois, le lieu dioptique inverse correspondant.

Lorsque $\xi = \eta = 0$, on tire de ce système

$$(27)\quad \frac{Y}{X} = -\frac{(p\cos i + q_1 \sin i)Z + 1}{(q'_1 \sin i + p'\cos i)Z} = \frac{(p_1 \sin i - q\cos i)Z}{(q'\cos i - p'_1 \sin i)Z + 1},$$

ou, ce qui revient au même,

$$(27')\quad \frac{Y}{X} = \frac{K'Z + (q'\cos i - p'_1 \sin i)}{q'_1 \sin i + p'\cos i} = -\frac{p_1 \sin i - q\cos i}{K'Z + (p\cos i + q_1 \sin i)},$$

avec

$$(28)\quad D_i = K'Z^2 + [(p + q')\cos i + (q_1 - p'_1)\sin i]Z + 1 = 0.$$

Il existe donc alors, pour chaque valeur de i, deux droites focales dioptiques inverses (δ'_i), jouissant vis-à-vis des droites focales (δ_i) des mêmes propriétés que les droites focales-limites mises en évidence dans le paragraphe précédent.

Lorsqu'on a, à la fois (4),

$$p_1 \sin i - q\cos i = 0,$$
$$q'_1 \sin i + p'\cos i = 0,$$

c'est-à-dire $\operatorname{tg} i = \frac{q}{p_1} = -\frac{p'}{q'_1}$, les droites ($\delta'_i$) appartiennent aux plans des ZX et des YZ, en même temps que OX et OY deviennent les tangentes à l'origine des lignes S_i.

Comme alors les formules (26) et (28) se réduisent à

$$(26')\quad \begin{cases} \xi = (\omega_2 Z + 1)X, \\ -\eta = (\omega'_2 Z + 1)Y, \end{cases}$$

avec

$$(28')\quad D_i = (\omega_2 Z + 1)(\omega'_2 Z + 1),$$

le lieu dioptique inverse correspondant a pour équation

$$f_0[(\omega_2 Z + 1)X, \ -(\omega'_2 Z + 1)Y] = 0.$$

2° En ce qui concerne les sections horizontales de ces surfaces inverses supposées coupées par le plan $Z = Z_i$, la

comparaison de leurs aires avec celles des surfaces directes qui leur correspondent conduit à la relation prévue

$$A_{z_i} A'_{z_i} = A_0^2.$$

On a, de même, pour les sections faites par le même plan dans leurs cônes asymptotes respectifs,

$$a_{z_i} a'_{z_i} = A_0^2.$$

3° Avant de nous occuper de la polarisation axiale de ces nouvelles surfaces, généralisons la notation que nous avons antérieurement adoptée pour représenter les deux plans tangents P_i et P_j aux cônes de Malus C_i et C_j. On aura (nos 23 et 31)

$$(29) \qquad \frac{Y}{X} = \frac{q' \cos i - p'_1 \sin i}{q'_1 \sin i + p' \cos i} = \frac{q' - p'_1 u}{q'_1 u + p'} = \frac{s'_i}{t'_i},$$

$$(30) \qquad \frac{Y}{X} = -\frac{q' \sin i + p'_1 \cos i}{q'_1 \cos i - p' \sin i} = -\frac{q' u + p'_1}{q'_1 - p' u} = -\frac{s'_j}{t'_j};$$

d'où l'on tire aisément pour leurs azimuts α_i et α_j respectifs,

$$(29') \qquad \operatorname{tg} \alpha_i = \frac{q' - p'_1 u}{q' u + p'_1} = \frac{s'_i}{s'_j} = \operatorname{tg}(\psi' - i),$$

$$(30') \qquad \operatorname{tg} \alpha_j = -\frac{q' u + p'_1}{q' - p'_1 u} = -\frac{s'_j}{s'_i} = -\cot(\psi' - i).$$

Ceci posé, si l'on prend pour directrice plane la trace $s'_i \xi - t'_i \eta = 0$ du plan P_i, on obtiendra pour faisceau dioptique inverse le paraboloïde

$$(K' X - K Y) Z + (s'_i X - t'_i Y) \sin^2 \Phi = 0.$$

En partant, au contraire, de la trace $s'_j \xi + t'_j \eta = 0$ du plan P_j, on trouverait le nouveau paraboloïde

$$(K'_\gamma X + K_\gamma Y) Z + (s'_j X + t'_j Y) \sin^2 \Phi = 0.$$

Ainsi les plans directeurs verticaux sont, comme pour les cas-limites précédemment analysés, les deux mêmes plans Π et Π_γ.

En rapprochant ces résultats de ceux que notre dernier Mémoire a mis en évidence, on constate que les faisceaux

inverses font intervenir les deux seuls plans corrélatifs de polarisation Π et Π_γ, là où les faisceaux directs impliquaient la double série des plans axiaux moyens ou complémentaires Π_i et Π_j.

IV

Application de ce qui précède au dédoublement du lieu général des droites focales et à l'étude de deux pseudo-surfaces singulières.

---

8. I. — *Lieu géométrique des droites focales de toute espèce.* — Ce lieu nous est connu, même en coordonnées obliques (VI, n° 30). C'est une surface réglée du 8[e] ordre qui se décompose en deux conoïdes réciproques du 4[e] ordre seulement, et que les notations abrégées (25) nous permettent d'écrire, par exemple, ainsi :

$$(a)\quad K'^2(X^2+Y^2+2XY\cos\Phi)Z^2-(\mathfrak{P}_z^2+\mathfrak{Q}_z^2+2\mathfrak{P}_z\mathfrak{Q}_z\cos\Phi)=0,$$
$$(b)\quad (\mathfrak{P}_z^2+\mathfrak{Q}_z^2+2\mathfrak{P}_z\mathfrak{Q}_z\cos\Phi)Z^2-(X^2+Y^2+2XY\cos\Phi)=0.$$

Ceci rappelé, on peut faire voir que le premier de ces conoïdes se rattache exclusivement aux faisceaux dioptiques directs, et le second aux faisceaux dioptiques inverses.

En effet, si nous étendons aux coordonnées obliques les formules (40) de notre précédent Mémoire, relatives, on le sait, aux faisceaux directs, elles deviendront

$$\frac{\eta}{\xi}=\frac{(q'\cos i-p'_1\sin i)\zeta+1}{(q'_1\sin i+p'\cos i)\zeta}=-\frac{(p_1\sin i-q\cos i)\zeta}{(p\cos i+q_1\sin i)\zeta+1}$$

Éliminant $\sin i$ et $\cos i$ entre elles, on retombe sur le conoïde (a) exprimé (chose indifférente d'ailleurs) au moyen des variables ξ, η, ζ.

Que si maintenant on fait une élimination semblable entre

les formules (27) ci-dessus, relatives aux faisceaux inverses, on retombera, sans modification aucune, sur le conoïde (*b*), C. Q. F. D.

Voici quelques cas particuliers :

(α) Quand les conditions maxima (5) sont vérifiées, on sait que $\omega_z = \omega'_z$. Alors, les deux conoïdes se réduisent aux plans horizontaux $Z_1 = Z_2 = \pm \frac{1}{\omega_z}$.

(β) Quand ce sont les conditions minima (10) qui ont lieu, nos deux plans deviennent symétriques, de coïncidents qu'ils étaient, et l'on a $Z_1 = - Z_2 = \pm \frac{1}{\omega_z}$.

(γ) Enfin, lorsque la condition généralisée de Gauss, $K' = 0$, est satisfaite, les deux conoïdes prennent la forme

$$(pX + p'Y)^2 = 0,$$
$$\omega_z^2 (pX + p'Y)^2 Z^2 - p^2 (X^2 + Y^2 + 2XY \cos \Phi) = 0;$$

d'où l'on voit que l'origine est pour eux un point commun *réel*.

9. II. — 1° *Pseudo-surface singulière moyenne.* — Par analogie avec la pseudo-sphère et le pseudo-plan (VI, § III), nous appelons pseudo-surface singulière moyenne une pseudo-surface telle que toutes les lignes issues de chacun de ses points sont des lignes pseudo-conjuguées S_i correspondantes à une certaine obliquité i que le calcul suivant va déterminer.

A cet effet, remarquons d'abord que l'équation des lignes S_i peut se déduire immédiatement de celle de leurs tangentes (4), à condition d'y remplacer X et Y par ds et ds'. Cela étant, si l'on écrit que l'équation de ces lignes est identiquement vérifiée, on aura les conditions

$$\operatorname{tg} i = \frac{q}{p_1} = - \frac{p - q'}{q_1 + p'_1} = - \frac{p'}{q'_1},$$

lesquelles équivalent à celles-ci, plus significatives :

$$(c) \qquad i = \psi, \quad \omega_z = \omega'_z = \sqrt{K'}.$$

En les introduisant dans (26) et associant convenablement les signes, ces dernières deviennent

$$(d) \qquad \begin{cases} \xi = (\omega_z Z + 1) X, \\ \eta = (\omega_z Z + 1) Y. \end{cases}$$

Si donc la directrice plane est, par exemple, le cercle

$$(e) \qquad f_0 = \xi^2 + \eta^2 + 2\xi\eta \cos \Phi - 1 = 0,$$

le lieu dioptique inverse correspondant sera la surface de révolution du 4ᵉ degré

$$(f) \qquad (X^2 + Y^2 + 2XY \cos \Phi)(\omega_z Z + 1)^2 - 1 = 0.$$

Quant au lieu direct corrélatif, on l'obtiendra aisément en remarquant d'abord qu'à cause de $D_t = (\omega_z Z + 1)^2$, les formules (VI, nº 29) qui donnent X et Y ne diffèrent pas (après transformation) des formules (*d*). Si donc on reprend la directrice circulaire (*e*) sous la forme appropriée

$$(e') \qquad f_0 = X^2 + Y^2 + 2XY \cos \Phi - 1 = 0,$$

on se trouvera conduit au cône de révolution

$$\xi^2 + \eta^2 + 2\xi\eta \cos \Phi - (\omega_z \zeta + 1)^2 = 0,$$

cône dont le sommet est au point $\zeta = -\dfrac{1}{\omega_z}$ situé sur OZ.

En comparant deux sections faites par un même plan horizontal $Z = \zeta$ dans nos deux lieux corrélatifs, on trouvera deux cercles ***réciproques,*** comme il fallait s'y attendre, car leurs rayons r, r' satisfont à la condition $rr' = \dfrac{\omega_z Z + 1}{\omega_z Z + 1} = 1$.

2° ***Pseudo-surface singulière complémentaire.*** — Nous appelons ainsi une pseudo-surface telle que toutes les lignes issues de chacun de ses points sont des lignes pseudo-conjuguées complémentaires et dont l'obliquité, vu ce qui précède, est nécessairement égale à $\psi \pm \dfrac{\pi}{2}$.

En écrivant, en effet, que les lignes S_j, dont les tangentes

sont représentées par (6), ont leur équation identiquement satisfaite, il vient

$$\operatorname{tg} i = -\frac{p_1}{q} = \frac{q_1 + p'_1}{p - q'} = \frac{q'_1}{p'},$$

ou bien, équivalemment,

$$(c') \qquad i = \psi \pm \frac{\pi}{2}, \quad \omega_z = \omega'_z = \sqrt{K'}.$$

Ceci suffit pour montrer que la question actuelle n'est qu'une variante de celle que nous venons de traiter. Il serait dès lors superflu de s'y arrêter davantage.

V

Relations nouvelles entre le plan de polarisation d'un rayon donné et le corrélatif de ce plan. — Parallélogramme déviateur : ses variétés.

---

10. Dans la Note qui termine notre 6e Mémoire, l'ellipse déviatrice de toute pseudo-surface $\mathcal{S}'$ tangente au plan horizontal a été représentée par

$$(31) \qquad \mathcal{A}X^2 + \mathcal{A}'Y^2 + 2\mathcal{B}'XY = 1.$$

Voici d'abord quelques expressions, utiles à connaître, de ces coefficients remarquables :

$$(32) \begin{cases} \dfrac{\mathcal{A}}{\sin^2\Phi} = \dfrac{\omega_z^2}{\sin^2\Phi} = \dfrac{1}{\sin\Phi}(pp_1 + qq_1) = p_1^2 + q^2 = p^2 + q_1^2, \\ \dfrac{\mathcal{A}'}{\sin^2\Phi} = \dfrac{\omega_z'^2}{\sin^2\Phi} = \dfrac{1}{\sin\Phi}(p'p'_1 + q'q'_1) = p_1'^2 + q'^2 = p'^2 + q_1'^2, \\ \dfrac{\mathcal{B}'}{\sin\Phi} = \dfrac{\omega_z\omega'_z}{\sin\Phi}\cos(\omega_z, \omega'_z) = pp'_1 + qq'_1 = p_1p' + q_1q'. \end{cases}$$

Elles permettent notamment de donner à l'équation (31) la

forme déjà signalée

$$(33)\qquad \omega_z^2 X^2 + \omega_z'^2 Y^2 + 2\omega_z\omega_z' \cos(\omega_z, \omega_z')\, XY = 1.$$

Pour que cette ellipse déviatrice devienne un *cercle,* il faut et il suffit que les conditions maxima ou minima soient remplies, car on n'a pas seulement alors $\omega_z = \omega_z'$, mais aussi $(\omega_z, \omega_z') = \Phi$, en sorte que l'équation précédente se transforme en celle-ci :

$$\omega_z^2 (X^2 + Y^2 + 2XY \cos \Phi) = 1.$$

Enfin, la même ellipse se réduit aux deux *droites parallèles*

$$pX + p'Y = \pm \frac{p}{\omega_z},$$

toutes les fois que la condition $K'' = 0$ est vérifiée.

11. Ces remarques faites, venons immédiatement à la plus importante des relations qui existent entre le plan de polarisation Π et son corrélatif Π_γ.

THÉORÈME. — *Les traces horizontales du plan de polarisation et de son corrélatif constituent un système de diamètres conjugués par rapport à l'ellipse déviatrice.*

Nous rappellerons, en premier lieu, que les équations de ces deux plans peuvent s'écrire

$$(34)\qquad \frac{Y}{X} = \frac{p''q - q''p}{p'q'' - q'p''} = \frac{p_1''q_1 - q_1''p_1}{p_1'q_1'' - q_1'p_1''} = \frac{K'}{K},$$

$$(35)\qquad \frac{Y}{X} = -\frac{p''p_1 + q''q_1}{p_1'p'' + q_1'q''} = -\frac{p_1''p + q_1''q}{p'p_1'' + q'q_1''} = -\frac{K_\gamma'}{K_\gamma}.$$

Cela étant, si l'on multiplie les deux membres de l'équation de la déviatrice par $p''^2 + q''^2 + 2p''q'' \cos\Phi$ ou $\omega_z''^2$, et qu'on utilise la seconde expression (3') de ce dernier vecteur, on pourra transformer l'équation de notre conique en celle-ci :

$$(36)\qquad (K'X - KY)^2 + (K_\gamma' X + K_\gamma Y)^2 = \omega_z''^2 \sin^4\Phi,$$

qui démontre à elle seule le théorème.

Rapportée aux diamètres conjugués que nous venons de mettre en évidence, cette même conique devient

$$(37)\quad \frac{X'^2}{K^2+K'^2+2KK'\cos\Phi}+\frac{Y'^2}{K_\gamma^2+K_\gamma'^2-2K_\gamma K_\gamma'\cos\Phi}=\frac{1}{K''^2\omega_z''^2};$$

d'où cette conséquence importante qu'au point de vue de la déviatrice, les plans Π et Π_γ *se valent*. Si donc le plan Π a été jusqu'ici pour nous le plan de polarisation par excellence, et cela pour les raisons que l'on sait, le plan Π_γ, son conjugué, mérite à bon droit d'être désormais appelé second plan (principal) de polarisation. Nous verrons dans la suite qu'entre eux deux il en existe une double série; mais tenons-nous-en, pour le moment, à faire ressortir l'étroite connexité de ceux-là mêmes qui leur servent de limite. C'est ce qui va résulter essentiellement des considérations suivantes :

1° Reprenons la trace horizontale du cône C_1 de Malus, par exemple, c'est-à-dire les tangentes aux lignes de courbure S_1, savoir :

$$(38)\qquad \frac{q_1X+q_1'Y}{X}=\frac{-p_1X-p_1'Y}{Y}.$$

Si l'on multiplie les deux termes du premier rapport par p_1', et ceux du second par q_1', on en pourra déduire, à l'aide d'une combinaison facile, le rapport équivalent

$$\frac{K'X-KY}{p_1'X+q_1'Y}.$$

En multipliant, au contraire, les termes du premier rapport par q' et ceux du second par p', on en déduira semblablement

$$\frac{K_\gamma'X+K_\gamma Y}{q'X-p'Y}.$$

La trace horizontale du cône C_2 ou les tangentes aux lignes asymptotiques S_2 ne feraient d'ailleurs que permuter les dénominateurs de ces nouveaux rapports.

De là nous concluons que la réciprocité dont jouissent les

plans Π et Π_γ dérive du lien général commun qui les unit aux plans tangents (rectangulaires) des cônes de Malus précités.

Au fait, si l'on compare entre elles les équations (34) et (35) de ces plans Π et Π_γ, on constate aussitôt qu'il est possible de passer de l'un à l'autre de la manière suivante :

Règle. — Changez p'', q'' en q''_1, $-p''_1$, ou bien p''_1, q''_1 en q'', $-p''$; autrement dit, substituez la trace $\frac{Y}{X} = -\frac{p''_1}{q''_1}$ du plan P_1 à la trace $\frac{Y}{X} = \frac{q''}{p''}$ du plan P_2, ou *vice versa*. Par cela seul, les plans Π et Π_γ se permuteront l'un dans l'autre.

2° On a vu (VI, n° 28) que c'est au moyen de l'un quelconque des deux systèmes

$$(39)\begin{cases} p_1X + p'_1Y + p''_1Z = 0, \\ q_1X + q'_1Y + q''_1Z = 0, \end{cases} \qquad (39')\begin{cases} pX + p'Y + p''Z = 0, \\ qX + q'Y + q''Z = 0, \end{cases}$$

que l'on obtient les équations

$$(40) \qquad \frac{X}{K} = \frac{Y}{K'} = \frac{Z}{K''},$$

de l'antinormale OL_1 qui, conjointement avec le rayon donné OL (devenu OZ), détermine le plan Π. Appliquons à ces mêmes systèmes la règle précédente; il viendra

$$(41)\begin{cases} p_1X + p'_1Y + q''Z = 0, \\ q_1X + q'_1Y - p''Z = 0, \end{cases} \qquad (41')\begin{cases} pX + p'Y + q''_1Z = 0, \\ qX + q'Y - p''_1Z = 0, \end{cases}$$

d'où l'on tire, sous deux formes équivalentes,

$$(42) \qquad \frac{X}{-K_\gamma} = \frac{Y}{K'_\gamma} = \frac{Z}{K''}.$$

Ce sont là les équations d'une semi-droite OL_γ qu'il convient de nommer l'antinormale *conjuguée* de OL_1. Prise avec OZ, elle détermine le plan Π_γ.

3° L'analogie autant que la réciprocité seront complètes si nous étendons la même règle aux discriminants bien connus

(VI, n° 27) :

$$(43)\quad \begin{cases} -\Delta_1 = -\dfrac{1}{\sin^2\Phi}(p''_1 K + q''_1 K') = p_1 q''^2_1 - (q_1 + p'_1) p''_1 q''_1 + q'_1 p''^2_1, \\ \Delta_2 = \dfrac{1}{\sin^2\Phi}(p'' K' - q'' K) = q p''^2 - (p - q') p'' q'' - p' q''^2, \end{cases}$$

des cônes C_1 et C_2. On obtiendra, de la sorte, deux nouveaux discriminants :

$$(44)\quad \begin{cases} -\Delta_{\gamma_1} = \dfrac{1}{\sin^2\Phi}(q'' K_\gamma + p'' K'_\gamma) = p_1 p''^2 + (q_1 + p'_1) p'' q'' + q'_1 q''^2, \\ \Delta_{\gamma_2} = \dfrac{1}{\sin^2\Phi}(q''_1 K'_\gamma - p''_1 K_\gamma) = q q''^2_1 + (p - q') p''_1 q''_1 - p' p''^2_1, \end{cases}$$

dont nous pourrons apprécier plus tard toute l'importance.

12. ***Parallélogramme déviateur.*** — Traçons dans le plan des XY les trois vecteurs OA, OA', OA'' représentés par les formules (3), et désignons par ψ, ψ', ψ'' leurs azimuts, ce der-

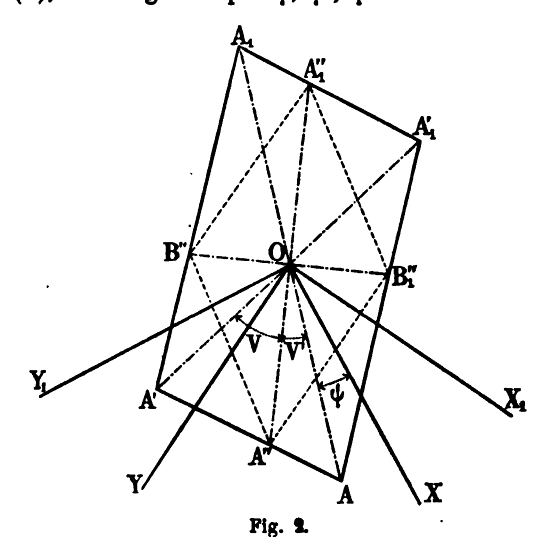


Fig. 2.

nier n'étant autre, comme on l'a vu (n° 2), que l'azimut a_2 du plan tangent P_2. Soit aussi, pour abréger,

$$(45)\qquad \psi' - \psi'' = V, \quad \psi'' - \psi = V', \quad \psi' - \psi = V''.$$

En s'aidant des composantes orthogonales tracées sur la figure 1, on verra aisément qu'avec $\frac{q}{p_1} = \operatorname{tg}\psi$, $\frac{q'}{p'_1} = \operatorname{tg}\psi'$, etc., on a

$$(46) \begin{cases} p \sin\Phi = \omega_z \sin(\Phi - \psi), \\ q \sin\Phi = \omega_z \sin\psi, \end{cases} \qquad (46') \begin{cases} p_1 \sin\Phi = \omega_z \cos\psi, \\ q_1 \sin\Phi = \omega_z \cos(\Phi - \psi), \end{cases}$$

avec des valeurs analogues en ω'_z, ω''_z pour les vecteurs OA′, OA″. Or, si l'on a égard à l'expression de l'aire d'un triangle en fonction des coordonnées de ses sommets, et qu'on porte ces composantes $p, q, p', q', \ldots$ dans l'équation (34) du plan Π, elle deviendra, après suppression haut et bas du facteur commun $-\frac{1}{2}\frac{\omega''_z}{\sin\Phi}$:

$$(47) \qquad \frac{Y}{X} = \frac{K'}{K} = \frac{p''q - q''p}{p'q'' - q'p''} = \frac{\text{tri.}\,OAA''}{\text{tri.}\,OA''A'} = \frac{\omega_z \sin V'}{\omega'_z \sin V}.$$

Cherchons pour le plan Π_γ une expression analogue.

A cet effet, menons, dans le sens direct, un quatrième vecteur OB″ perpendiculaire à OA″ et, par conséquent, dans la direction de la trace du plan tangent P_1. Par des calculs de même genre que les premiers, on trouvera

$$(48) \quad \frac{Y}{X} = -\frac{K'_\gamma}{K_\gamma} = -\frac{p''p_1 + q''q_1}{p'_1p'' + q'_1q''} = -\frac{\text{tri.}\,OB''A_1}{\text{tri.}\,OA'B''} = -\frac{\omega_z \cos V'}{\omega'_z \cos V}.$$

Ceci posé, nous remarquons que, de nos quatre vecteurs, deux seulement, OA et OA′, entrent dans les coefficients angulaires de nos plans par leurs *longueurs* ω_z et ω'_z, tandis que les deux autres, OA″, OB″, n'y entrent que par leurs *directions* $\frac{q''}{p''}$ et $-\frac{p''_1}{q''_1}$. Il nous est donc permis d'arrêter ces derniers, dont les longueurs sont arbitraires, au périmètre du parallélogramme formé par les deux premiers, ce à quoi nous trouverons cet avantage, entre autres ([1]), que les coefficients angulaires

([1]) L'ellipse qui est la polaire réciproque de la *déviatrice* par rapport au cercle

$$X^2 + Y^2 + 2XY\cos\Phi = 1,$$

$\frac{K'}{K}$ et $-\frac{K'_\gamma}{K_\gamma}$ deviendront alors respectivement égaux aux rapports $\frac{AA'}{A'A'}$ et $\frac{B'A_1}{AB'}$ des segments de base des triangles correspondants.

Ajoutons, en ce qui concerne V', que les relations ci-dessus peuvent être utilement complétées par les suivantes :

$$(49)\quad \frac{K'}{\sin^2 \Phi} = K' = pq' - qp' = 2\,\frac{\text{tri.}OAA'}{\sin \Phi} = \frac{\omega_z \omega'_z}{\sin \Phi}\sin V'.$$

13. *Cas particuliers.* — (α) Lorsque les conditions maxima ou minima sont satisfaites, on a $V' = V + V' = \Phi$, avec $\omega_z = \omega'_z$. Le parallélogramme déviateur ayant ses diagonales égales est un *rectangle*, et l'on constate que, sans avoir besoin de devenir un *carré*, ce qui impliquerait $V' = \Phi = \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire des coordonnées rectangulaires, les plans Π et Π_γ sont alors orthogonaux, vu que leurs coefficients angulaires satisfont à l'identité caractéristique

$$1 + \left(\frac{\sin V'}{\sin V} + \frac{\cos V'}{\cos V}\right)\cos(V + V') - \frac{\sin V' \cos V'}{\sin V \cos V} = 0.$$

Dans ces deux cas, en effet, l'ellipse déviatrice est un cercle, et comme les traces de nos deux plans en constituent, d'après le théorème ci-dessus, deux diamètres conjugués, elles sont nécessairement perpendiculaires entre elles.

(β) Les coordonnées restant obliques, supposons que l'on ait $V' = \frac{\pi}{2}$, avec $\omega_z \gtrless \omega'_z$. Le parallélogramme se transforme

---

ayant pour équation générale

$$\frac{X_1^2}{\omega_z^2} + \frac{Y_1^2}{\omega_z'^2} - 2\frac{X_1 Y_1}{\omega_z \omega'_z}\cos V' = \frac{\sin^2 V'}{\sin^2 \Phi},$$

il s'ensuit que les diagonales du parallélogramme déviateur sont toujours proportionnelles aux segments que la conique précédente intercepte sur les axes (supplémentaires) OX_1, OY_1, auxquels elle se trouve rapportée. Il y a même égalité entre ces diagonales et ces segments, lorsque l'angle (ω_z, ω'_z) ou V' est égal à $\Pi - \Phi$.

en *losange*. Mais les plans Π et Π_γ ne seront pas pour cela rectangulaires, car leurs coefficients angulaires respectifs $\frac{\omega_z}{\omega'_z}$ cot V et $-\frac{\omega_z}{\omega'_z}$ tg V ne satisfont pas à la condition d'orthogonalité.

(γ) Lorsque la condition $K'' = 0$ ou $\psi = \psi'$ est vérifiée, on a, par hypothèse, $V'' = 0$ et, par suite, $V = -V'$ ou $V = \Pi - V'$. Le parallélogramme s'évanouit en un *segment* (double) *de ligne droite*. Les plans Π et Π_γ coïncident dans ce cas entre eux et avec la direction φ_0 (nº 4). De son côté, l'ellipse déviatrice, on l'a vu, se réduit à deux droites parallèles à cette même direction.

VI

Double série, moyenne ou complémentaire, de plans déviateurs de polarisation. Cône et ellipsoïde déviateurs.

14. Proposons-nous de généraliser les résultats obtenus dans le paragraphe précédent.

A cet effet, considérons les deux séries de plans *déviateurs*

$$(50)\quad \frac{Y}{X} = \frac{\sin \alpha_{i'}}{\sin(\Phi - \alpha_{i'})} = \frac{K'_\gamma \sin i' + K' \cos i'}{K \cos i' - K_\gamma \sin i'} = \frac{K'_\gamma u' + K'}{K - K_\gamma u'} = \frac{K'_{i'}}{K_{i'}},$$

$$(51)\quad \frac{Y}{X} = \frac{\sin \alpha_{j'}}{\sin(\Phi - \alpha_{j'})} = -\frac{K'_\gamma \cos i' - K' \sin i'}{K \sin i' + K_\gamma \cos i'} = -\frac{K'_\gamma - K' u'}{K u' + K_\gamma} = -\frac{K'_{j'}}{K_{j'}},$$

la seconde série se déduisant de la première par le changement de i' en $i' \pm \frac{\pi}{2}$, et l'angle i' ne différant de l'obliquité ordinaire i que par sa *graduation*.

Nous désignerons par $\Pi_{i'}$ et $\Pi_{j'}$ ces deux systèmes de plans. On voit aussitôt que, pour $i' = 0$ ou $i' = \frac{\pi}{2}$, ils reproduisent,

comme limites communes des deux séries, les plans Π et Π_γ que nous venons d'étudier.

THÉORÈME. — *Les traces horizontales de deux plans déviateurs appartenant respectivement à l'une ou à l'autre série, constituent, pour chaque valeur de l'obliquité, un système de diamètres conjugués par rapport à l'ellipse déviatrice.*

En effet, si l'on multiplie les deux membres de l'équation (31) de cette ellipse par $\omega_z''^2 (\sin^2 i' + \cos^2 i')$, on pourra, par des transformations convenables, l'écrire

$$(52) \qquad (K'_{i'} X - K_{i'} Y)^2 + (K'_{j'} X + K_{j'} Y)^2 = \omega_z''^2 \sin^4 \Phi,$$

ce qui démontre le théorème.

Comme vérification, il faut que, lorsque les coefficients angulaires de nos plans conjugués deviennent égaux, l'ellipse déviatrice s'évanouisse. C'est ce qui a lieu, en effet, vu que cette condition d'égalité équivaut à $K'' = 0$ (nº 13).

Voici une seconde méthode propre à mettre en évidence une relation très intime entre les plans $\Pi_{i'}$, $\Pi_{j'}$ et les plans tangents $P_{i''}$, $P_{j''}$ tels que $i'' = i + i'$ et $j'' = j + j'$:

Prenons la trace horizontale du cône C_i ou, si l'on veut, les tangentes aux lignes S_i, d'obliquité $i = i'' - i'$, et mettons-la sous la forme

$$\frac{pX + p'Y}{X \sin(\Phi - i) - Y \sin i} = \frac{qX + q'Y}{X \sin i + Y \sin(\Phi + i)}.$$

En multipliant les termes du premier rapport successivement par $s'_{j'}$, $s'_{i'}$ (30), et ceux du second par $t''_{j'}$, $t''_{i'}$, on en déduira sans peine les rapports équivalents $\frac{K'_{i'} X - K_{i'} Y}{s'_{j''} X + t''_{j''} Y}$ d'abord, puis $\frac{K'_{j'} X + K_{j'} Y}{s'_{i''} X - t''_{i''} Y}$. Et comme, d'autre part, la trace du cône C_j ou les tangentes aux lignes S_j ne produiraient qu'un échange dans ces derniers dénominateurs, il en faut conclure que la relation (harmonique) qui unit entre eux les plans $\Pi_{i'}$ et $\Pi_{j'}$ les unit aussi aux plans tangents *rectangulaires* $P_{i''}$, $P_{j''}$, et cela par

l'intermédiaire des lignes S_i, S_j, ou, implicitement, par les cônes C_i, C_j.

On peut, comme complément, vouloir connaître l'expression de l'angle que font nos deux plans conjugués.

Par un calcul qui ne présente d'autre difficulté que sa longueur, on trouve

$$\operatorname{tg} \upsilon = \frac{K'' h_1 (u'^2 + 1)}{[u' - \operatorname{tg}(\Omega'_1 - a_2)][u' + \cot(\Omega'_1 - a_2)]},$$

h_1 désignant une constante, et Ω'_1 le plus petit des angles que font avec OX les axes de figure de l'ellipse suivante :

$$(pX - qY)^2 + (p'X - q'Y)^2 - 2(pX - qY)(p'X - q'Y)\cos\Phi = 1,$$

laquelle se confond avec la déviatrice lorsqu'on a $q = -p'$, c'est-à-dire quand la seconde des conditions maxima (5) est remplie.

15. *Cône déviateur.* — Si, généralisant la règle établie (n° 11), on remplace dans les équations (40) de l'antinormale OL_1 relative au plan Π les composantes p'', q'' par $t''_{i'}$, $s''_{i'}$, ou bien p''_1, q''_1 par $s''_{j'}$, $t''_{j'}$, ces équations deviendront

$$\frac{X}{K_{i'}} = \frac{Y}{K'_{i'}} = \frac{Z}{K''}. \tag{53}$$

C'est là évidemment l'antinormale $OL_{i'}$ relative au plan déviateur $\Pi_{i'}$.

En opérant *les mêmes* substitutions dans les équations (42) de l'antinormale OL_γ relative au conjugué Π_γ du plan Π, on trouve

$$\frac{X}{-K_{j'}} = \frac{Y}{K'_{j'}} = \frac{Z}{K''}, \tag{54}$$

ce qui est manifestement l'antinormale $OL_{j'}$ relative au plan déviateur $\Pi_{j'}$ conjugué de $\Pi_{i'}$.

Cela posé, éliminons i' entre l'un ou l'autre des systèmes précédents; nous obtiendrons ainsi *le lieu géométrique de*

toutes les antinormales, à savoir :

(55) $(K'X - KY)^2 + (K'_\gamma X + K_\gamma Y)^2 = \omega_z''^2 \sin^2\Phi . Z^2.$

ou, en simplifiant,

(55') $\omega_z^2 X^2 + \omega_z'^2 Y^2 + 2\omega_z\omega'_z \cos(\omega_z, \omega'_z) XY = \omega_z''^2 Z^2.$

C'est un cône du second degré tel que si on le coupe par les plans horizontaux symétriques $Z = \pm \frac{1}{\omega''_z}$, les sections produites se projettent en vraie grandeur sur le plan des XY suivant une conique commune qui n'est autre que l'ellipse déviatrice (33). De là le nom assigné au lieu géométrique lui-même.

Quand les conditions maxima ou minima sont remplies, ce cône déviateur est de révolution autour de OZ; et si l'on a $K'=0$, il dégénère en deux plans sécants réels dont l'intersection, située dans le plan des XY, est la droite connue $\frac{Y}{X} = -\frac{p}{p'}$, d'azimut φ_0.

16. On peut arriver à l'équation du cône déviateur par une autre voie qu'il importe de faire connaître.

Considérons, à cet effet, le cône moyen *rotatoire* de Malus qui a pour équation

$$(56)\begin{cases} [pX + p'Y + (q''_1 \sin i' + p'' \cos i')Z][X\sin i + Y\sin(\Phi + i)] \\ -[qX + q'Y + (q''\cos i' - p''_1 \sin i')Z][X\sin(\Phi - i) - Y\sin i] = 0. \end{cases}$$

Il diffère du cône moyen ordinaire C_i en ce que, conformément à la règle énoncée plus haut, on a remplacé dans celui-ci p'', q'' par $t''_{i'}$, $s''_{i'}$. Or, si l'on exprime que ce nouveau cône (56) devient évanouissant, on obtient, ici encore, une équation du 3e degré en tg i (et non en tg i'), dont la racine réelle unique a pour valeur

(g) $\operatorname{tg} i_{\Delta, i'} = -\frac{\Delta_{2,i'}}{\Delta_{1,i'}} = -\frac{t''_{i'}K'_{i'} - s''_{i'}K_{i'}}{s''_{i'}K_{i'} + t''_{i'}K'_{i'}} = \operatorname{tg}(a_{i'} - \alpha_{i'}),$

d'où l'on tire

(h) $i_{\Delta, i'} = a_{i'} - \alpha_{i'} = (a_2 - i') - \alpha_{i'},$

ce qui est, remarquons-le, l'extension de la formule $i_\Delta = a_1 - \alpha$ (n° 2) relative au plan Π et correspondant à $i' = 0$.

Des deux plans dans lesquels le cône (56) se décompose actuellement, l'un n'est autre que le plan déviateur $\Pi_{i'}$ déterminé par OZ et l'antinormale $OL_{i'}$, l'autre un certain plan connexe $\Xi_{i'}$, qui ne saurait être d'aucune utilité pour nous en ce moment.

Cette méthode, on le voit, a le double avantage de généraliser la théorie du premier plan de polarisation Π, et de conduire directement à l'antinormale $OL_{i'}$ du plan $\Pi_{i'}$ sans la faire dépendre, quant à sa détermination du moins, des antinormales-limites OL_1 et OL_γ. Il va sans dire, d'ailleurs, que le reste du calcul s'achèvera comme ci-dessus par l'élimination de i' entre les équations $OL_{i'}$.

Nous ferons observer, en terminant, que la formule (g) peut aussi s'écrire, d'après (43) et (44),

$$(g') \qquad \operatorname{tg} i_{\Delta, i'} = - \frac{\Delta_{\gamma_1} u'^2 - (\Delta_{\gamma_1} - \Delta_1) u' + \Delta_2}{\Delta_{\gamma_1} u'^2 + (\Delta_{\gamma_1} - \Delta_2) u' + \Delta_1}.$$

On verra bientôt que celle-ci n'est qu'un cas particulier d'une expression plus générale encore.

17. *Ellipsoïde déviateur.* — Soit l'ellipsoïde

$$(57) \left\{ \begin{array}{l} \omega_z^2 X^2 + \omega_z'^2 Y^2 + \omega_z''^2 Z^2 + 2\omega_z'\omega_z'' \cos V . YZ + 2\omega_z''\omega_z \cos V' . ZX \\ \qquad + 2\omega_z\omega_z' \cos V'' . XY = 1, \end{array} \right.$$

dont les coefficients nous sont connus (n° 12) et qui n'est, observons-le en passant, qu'un cas particulier de l'ellipsoïde plus général qu'on obtient en substituant aux carrés des projections horizontales ω_z^2, $\omega_z'^2$ des vitesses angulaires ceux de ces vitesses elles-mêmes, savoir : $\omega^2 = p^2 + q^2 + r^2$, etc., les angles V, V', V'' désignant alors les faces du trièdre sur les arêtes duquel (axes instantanés de rotation dans un mouvement à trois variables) les vecteurs ω, ω', ω'' doivent être portés. Mais un tel ellipsoïde relevant essentiellement de

la cinématique, il nous suffira de considérer ici l'ellipsoïde précédent.

Nous admettrons donc, comme par le passé, que l'on a $V'' = V + V'$, ce qui met le troisième vecteur dans le plan des deux autres, et nous permet de donner à ce même ellipsoïde la forme

$$(57') \quad \omega_z^2 X^2 + \omega_z'^2 Y^2 + \omega_z''^2 Z^2 + \frac{2}{\sin\Phi}(K_\gamma YZ + K'_\gamma ZX + K''_\gamma XY) = 1,$$

le coefficient K''_γ que nous introduisons pour la première fois n'étant autre (32) que $\mathcal{B}''$.

En cherchant, notamment, la courbe d'intersection de cet ellipsoïde avec le cône déviateur (55′), on trouve qu'elle est située sur le cylindre hyperbolique

$$2\omega_z Z\left(\frac{K'_\gamma}{\sin^2\Phi}X + \frac{K_\gamma}{\sin^2\Phi}Y + \omega_z''^2 Z\right) = 1.$$

Or, on peut vérifier que le plan asymptote, non horizontal, de ce cylindre, plan dont la trace coïncide avec celle du plan Π_γ, coïncide lui-même avec le plan tangent au cône déviateur le long de la *première* antinormale OL_1, c'est-à-dire celle qui est relative au plan Π, savoir :

$$\frac{X}{K} = \frac{Y}{K'} = \frac{Z}{K''}.$$

Mais il y a plus : si l'on forme les équations du diamètre, lieu géométrique des centres des ellipses de section horizontale de l'ellipsoïde déviateur (57′), on retrouvera cette même antinormale OL_1 ; et comme, d'autre part, en remplaçant $p, q', p'', \ldots$ par $A, A', B_2, \ldots$, il devient loisible (V, n° 32) de prendre, au lieu de OZ, un rayon OL d'orientation quelconque dans l'espace, on arrive à la construction générale suivante :

Règle. — *Étant donnée la surface normo-directive Σ_{n_0}, on obtient le premier plan de polarisation géométrique Π de l'un quelconque de ses rayons en menant le plan qui passe*

par ce rayon et par le diamètre, lieu des centres des sections faites dans l'ellipsoïde déviateur correspondant perpendiculairement au rayon donné.

Ceci est, comme nous l'avons annoncé dès le début, la généralisation de la règle formulée (V, n° 12) pour la surface de l'onde Σ_g.

Lorsque les conditions maxima ou minima sont satisfaites, l'ellipsoïde déviateur est de révolution autour de OZ.

Si l'on a $K'' = 0$, c'est-à-dire $\psi = \psi'$, il se transforme en un cylindre elliptique représenté par

$$[\omega_z (pX + p'Y) + p\omega_z'' \cos V''. Z]^2 + p^2 \omega_z''^2 \sin^2 V'. Z^2 = p^2.$$

Enfin, si l'on suppose que $\psi = \psi' = \psi''$, on n'a plus que les deux plans parallèles réels

$$pX + p'Y + p''Z = \pm \frac{p}{\omega_z}.$$

VII

Expression générale de l'angle que forme le plan tangent à l'un quelconque des cônes de Malus avec un plan déviateur donné.

18. Nous prendrons d'abord chacun de nos plans dans la première des deux séries (moyenne ou complémentaire) auxquelles il peut appartenir. En désignant toujours par i l'obliquité du plan tangent P_i, et par i' celle du plan déviateur $\Pi_{i'}$, leurs équations respectives seront (29) et (50)

$$\frac{Y}{X} = \frac{q'' - p_1''u}{q_1''u + p''}, \qquad \frac{Y}{X} = \frac{K_\gamma' u' + K'}{K - K_\gamma u'}.$$

L'angle cherché $a_i - \alpha_{i'} = \theta$ aura, par suite, pour tangente

trigonométrique (coordonnées obliques)

$$(58)\qquad \operatorname{tg}\theta = -\frac{\Delta_{\gamma_2} u u' - \Delta_{\gamma_1} u' + \Delta_1 u + \Delta_2}{\Delta_{\gamma_1} u u' + \Delta_{\gamma_2} u' - \Delta_2 u + \Delta_1},$$

les discriminants qui y figurent étant les mêmes que ceux du n° 11.

Comme vérification, pour $i = i'$, on retrouve la formule (g') du n° 16.

Si les deux plans appartenaient tous deux aux séries complémentaires, on changerait simplement u en $-\frac{1}{u}$ et u' en $-\frac{1}{u'}$. Ceci indique assez ce qu'il y aurait à faire pour les deux autres combinaisons possibles.

Passons en revue quelques cas importants :

1° Lorsque les conditions maxima (5) sont vérifiées, il vient

$$(59)\qquad \operatorname{tg}\theta = \frac{q u u' - p_1 (u - u') + q}{p_1 u u' + q (u - u') + p_1},$$

et, par suite,

$$(59')\qquad \theta = \psi - (i - i').$$

Il en résulte que les deux plans P_i et $\Pi_{i'}$ coïncideront ou seront rectangulaires selon que l'on aura

$$(59'')\qquad i - i' = \psi, \qquad \text{ou} \qquad i - i' = \psi \pm \frac{\pi}{2},$$

ce qui, d'après (13), peut aussi s'écrire

$$(59''')\qquad i - i' = i_\Delta^{(\mu)}, \qquad \text{ou} \qquad i - i' = i_\Delta^{(\mu)} \pm \frac{\pi}{2}.$$

Vérifions par un calcul direct ces deux derniers cas extrêmes.

On s'assurera d'abord que l'azimut du plan $\Pi_{i'}$ a ici pour valeur

$$\operatorname{tg}\alpha_{i'} = -\frac{K'_\gamma u' + K'}{K'_\gamma - K' u'} = \operatorname{tg}(\alpha - i') = \operatorname{tg}(\psi' - \psi - i'),$$

α désignant l'azimut $\psi' - \psi$ du plan Π (n° 2).

Cela étant, si l'on égale la valeur $\psi' - \psi - i'$ de $\alpha_{i'}$, soit à

$\mathbf{a}_i = \psi' - i$, soit à $\mathbf{a}_j = \psi' - i \pm \frac{\pi}{2}$, on retrouve les relations (59').

2° Quand ce sont les conditions minima (10) qui sont satisfaites, on a, en faisant, pour un instant, $\operatorname{tg}(2\psi' - \psi) = f$,

(60) $$\operatorname{tg}\theta = \frac{fuu' + (u + u') - f}{uu' - f(u + u') - 1},$$

et, par suite,

(60') $$\theta = (2\psi' - \psi) - (i + i').$$

Donc, les plans P_i et $\Pi_{i'}$ seront ou coïncidents ou à angles droits, selon que l'on aura

(60'') $$i + i' = 2\psi' - \psi, \qquad \text{ou} \qquad i + i' = (2\psi' - \psi) \pm \frac{\pi}{2}.$$

Remontant aux relations (13), on peut aussi écrire :

(60''') $$i + i' = i_{\Delta}^{(v)}, \qquad \text{ou} \qquad i + i' = i_{\Delta}^{(v)} \pm \frac{\pi}{2}.$$

Pour vérifier ces deux derniers cas-limites, on constate d'abord qu'actuellement

$$\operatorname{tg}\alpha_{i'} = \frac{K'_{\gamma}u' + K'}{K'_{\gamma} - K'u'} = \operatorname{tg}(\alpha + i') = -\operatorname{tg}(\psi' - \psi - i'),$$

α désignant le nouvel azimut $\psi - \psi'$ du plan Π (n° 3).

Si, après cela, on égale la valeur actuelle de $\alpha_{i'}$, soit à $\mathbf{a}_i$, soit à $\mathbf{a}_j$, comme on l'a fait dans le premier cas, on retombera sur les relations (60'').

3° Supposons, en dernier lieu, que l'on ait $K' = 0$. Après avoir supprimé, haut et bas, le facteur commun $(K'_{\gamma} u' + K')$ qui, lorsqu'il est nul, rend θ indéterminé et équivaut à la condition $i' = \psi' - \psi$, on trouvera

(61) $$\operatorname{tg}\theta = -\frac{(p'p'_1 - q'_1p)u - (p'q' + p'p)}{(p'p'_1 - q'_1p) + (p'q' + p'p)u}.$$

Posant, comme au n° 4 : $-\frac{p}{p'} = \frac{\sin\varphi_0}{\sin(\Phi - \varphi_0)}$, on en conclut

(61') $$\theta = (\psi' - \varphi_0) - i.$$

Donc, les plans P_i et $\Pi_{i'}$ seront coïncidents ou orthogonaux selon que l'on aura

$$(61') \qquad i = \psi' - \varphi_0, \quad \text{ou} \quad i = (\psi' - \varphi_0) \pm \frac{\pi}{2},$$

quel que soit d'ailleurs i'.

19. En rapprochant par exemple les formules correspondantes à $\theta = 0$ et $\theta = \frac{\pi}{2}$ obtenues dans les deux premiers cas, formules qui complètent si heureusement les relations (13), on a

$$(13') \qquad \begin{cases} i - i' = i_\Delta^{(\mu)} = \psi' + (\psi - \psi') = \psi, \\ i + i' = i_\Delta^{(\nu)} = \psi' - (\psi - \psi') = 2\psi' - \psi. \end{cases}$$

Plus généralement, nous ferons observer que si, dans certains phénomènes naturels, le cas du maximum et du minimum se trouvent *coexister* pour l'obliquité polarisatrice i_Δ, il faut qu'on ait alors simultanément, θ étant quelconque,

$$(13'') \qquad \begin{cases} i = \psi' - \theta, \\ i' = \psi' - \psi. \end{cases}$$

Or, il résulte de nos précédents Mémoires que les conditions minima sont effectivement toujours réalisées par l'hyperboloïde générateur du rayon ordinaire. Quant au rayon extraordinaire, l'ellipsoïde qui le produit réalise toujours la seconde des conditions maxima (IV, 15, 4°), et très sensiblement la première quand ce n'est pas exactement aussi, comme le long d'un axe de révolution de cet ellipsoïde, par exemple.

Sans insister ici davantage sur ce point, le lecteur trouvera dans notre Note finale d'intéressants développements sur les liens analytiques qui unissent les deux obliquités polarisatrices maxima et minima.

VIII

Application à la polarisation chromatique.

20. I. — *Formules usuelles.* — Notre point de départ, pour *construire* tout d'une pièce ces formules, sera l'identité suivante :

$$(a) \qquad (\sin^2 a + \cos^2 a)(\sin^2 b + \cos^2 b) = 1,$$

laquelle, développée, devient

$$(a') \quad \sin^2 a \sin^2 b + \sin^2 a \cos^2 b + \cos^2 a \sin^2 b + \cos^2 a \cos^2 b = 1.$$

Cela étant, ajoutons et retranchons dans le premier membre de cette dernière la quantité $2 \sin a \cos a \sin b \cos b \cos \delta$; l'angle δ étant *quelconque*, le résultat pourra s'écrire :

$$(a'') \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos^2(a+b) + 2 \sin a \sin b \cos a \cos b\,(1 - \cos \delta) \\ + \sin^2(a+b) - 2 \sin a \sin b \cos a \cos b\,(1 - \cos \delta) = 1. \end{array} \right.$$

Posant

$$(b) \quad \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{F_o}{I} = \cos^2(a+b) + \sin 2a \sin 2b \sin^2 \dfrac{\delta}{2}, \\ \dfrac{F_e}{I} = \sin^2(a+b) - \sin 2a \sin 2b \sin^2 \dfrac{\delta}{2}, \end{array} \right.$$

ce qui implique la condition $F_o + F_e = I$, on obtient ainsi, sans hypothèse d'aucune sorte, deux expressions de même forme que celles en usage, depuis Fresnel, pour représenter spécialement dans la théorie des ondulations les intensités résultantes F_o, F_e des faisceaux ordinaire et extraordinaire suivant lesquels se partage tout faisceau lumineux tombant normalement sur une lame de cristal à un axe, par exemple, taillée parallèlement à cet axe.

L'analogie se change en coïncidence lorsqu'on fait $\delta = \pi \dfrac{d}{\lambda}$

et qu'on suppose que les angles a et b désignent ceux que font avec l'axe de la lame les traces du plan primitif de polarisation et de la section principale du prisme biréfringent que le double faisceau doit traverser à sa sortie du cristal.

En résumé, vu l'indétermination originelle de δ, les formules adoptées dans la théorie classique peuvent être considérées, on le voit, comme émanant, à la spécification de δ près, de simples identités trigonométriques.

21. II. — *Formules de Biot.* — Nous observons que ces mêmes formules (b) peuvent aussi s'écrire

$$(b') \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{F_o}{I} &= \cos^2(a+b)\cos^2\frac{\delta}{2} + \cos^2(a-b)\sin^2\frac{\delta}{2}, \\ \frac{F_e}{I} &= \sin^2(a+b)\cos^2\frac{\delta}{2} + \sin^2(a-b)\sin^2\frac{\delta}{2}. \end{aligned} \right.$$

Or, si l'on y fait

$$O = I\cos^2\frac{\delta}{2}, \quad E = I\sin^2\frac{\delta}{2},$$

il viendra

$$(c) \quad \left\{ \begin{aligned} F_o &= O\cos^2(a+b) + E\cos^2(a-b), \\ F_e &= O\sin^2(a+b) + E\sin^2(a-b). \end{aligned} \right.$$

Posant enfin $a + b = \alpha$ et $a - b = \alpha - 2i$, on obtient exactement les formules par lesquelles Biot a, tout le premier, représenté les phénomènes constitutifs, voire (si la lumière est blanche) le phénomène intégral de la polarisation chromatique.

22. III — *Théorie analytique nouvelle.* — Son exposé exige que nous reprenions les choses de plus haut.

Lemme. — L'identité (a) de départ peut être envisagée comme issue de l'expression de la déviation verticale d'une courbe quelconque S tracée sur toute pseudo-surface $\mathcal{F}'$ tangente, à l'origine, au plan des X Y.

Remontons en effet à la Note qui termine notre 6e Mémoire,

On y verra (8) qu'en posant

$$(d) \qquad \begin{cases} p \sin \varphi' + p' \sin \varphi = \mathrm{P} \sin \Phi, \\ q \sin \varphi' + q' \sin \varphi = \mathrm{Q} \sin \Phi, \end{cases}$$

le carré de la déviation verticale $\frac{1}{v_s^2}$ ou $\mathcal{D}^2$ de la courbe S peut (14) se mettre sous la forme

$$\mathcal{D}^2 = \mathrm{P}^2 + \mathrm{Q}^2 + 2\mathrm{PQ} \cos \Phi.$$

Il suit, d'autre part, de notre Mémoire sur les congruences de droites (n° 9), que l'on a aussi pour les courbures de front ou de profil de cette même ligne S

$$(e) \qquad \begin{cases} \dfrac{\sin^2 \omega}{v_s^2} = \dfrac{1}{r_{o,s}^2} = \mathcal{D}_1^2, \\ \dfrac{\cos^2 \omega}{v_s^2} = \dfrac{1}{r_s'^2} = \mathcal{D}_2^2, \end{cases}$$

ω désignant l'angle que forme l'élément d S avec la projection horizontale de l'angle de contingence $d\varepsilon$ relatif aux pseudo-normales MN, M'N' menées aux extrémités M et M' de cet arc. On en conclut

$$\mathcal{D}^2 = \mathcal{D}_1^2 + \mathcal{D}_2^2 = (\mathrm{P}^2 + \mathrm{Q}^2 + 2\mathrm{PQ} \cos \Phi)(\sin^2 \omega + \cos^2 \omega).$$

C'est le cas général.

Lorsque les conditions maxima ou minima sont satisfaites, cette expression revient à celle-ci :

$$\mathcal{D}^2 = \left. \begin{array}{r} (p^2 + q^2 + 2pq \cos \Phi)(\sin^2 \varphi + \sin^2 \varphi' + 2 \sin \varphi \sin \varphi' \cos \Phi) \\ \times (\sin^2 \omega + \cos^2 \omega) \end{array} \right\},$$

ou plus simplement à cette autre : $\mathcal{D}^2 = \omega_z^2 \sin^2 \Phi$.

Que si les coordonnées deviennent rectangulaires,

$$(f) \qquad \mathcal{D}^2 = (p^2 + q^2)(\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi)(\sin^2 \omega + \cos^2 \omega);$$

et puisque $\mathcal{D}^2 = p^2 + q^2$, on retombe de la sorte *méthodiquement* sur l'identité (a); ce qu'il s'agissait de faire voir.

23. Reprenons-la donc, cette identité, et faisons-en, à notre tour, comme le pivot de nos propres recherches.

A cet effet, nous ferons remarquer d'abord que puisque les angles i et i' dont il n'a pas cessé d'être question dans le paragraphe précédent sont absolument quelconques, nous pouvons les identifier avec les angles φ et ω ci-dessus. Faisant, en outre, $p = \pm q'_e$, $q = \pm p'_o$ (conditions-limites), on aperçoit sans peine que l'identité (f), devenue d'abord

$$(f') \qquad \mathcal{D}^2 = (p'^2_o + q'^2_e)(\sin^2 i + \cos^2 i)(\sin^2 i' + \cos^2 i'),$$

peut aussi s'écrire :

$$(g) \qquad \left\{ \begin{aligned} \mathcal{D}^2 = p'^2_o\,&[\sin^2(i - i') + \cos^2(i - i')] \\ + q'^2_e\,&[\sin^2(i + i') + \cos^2(i + i')]. \end{aligned} \right.$$

Cela posé, si l'on remonte aux formules générales (59′) et (60′), savoir :

$$(h) \qquad \left\{ \begin{aligned} i - i' &= \psi - \theta = i^{(\mu)}_\Delta - \theta, \\ i + i' &= 2\psi' - \psi - \theta = i^{(\nu)}_\Delta - \theta, \end{aligned} \right.$$

formules pour la simultanéité desquelles, remarquons-le à nouveau, il faut que l'on ait

$$(h') \qquad \left\{ \begin{aligned} i &= \psi' - \theta, \\ i' &= \psi' - \psi; \end{aligned} \right.$$

puis, qu'on les substitue dans (g), il viendra

$$(i) \qquad \left\{ \begin{aligned} \mathcal{D}^2 = p'^2_o\,&[\sin^2(\psi - \theta) + \cos^2(\psi - \theta)] \\ + q'^2_e\,&[\sin^2(2\psi' - \psi - \theta) + \cos^2(2\psi' - \psi - \theta)]. \end{aligned} \right.$$

Par analogie avec (c), ou plutôt pour introduire directement dans le calcul les deux faisceaux partiels dont se forme (expérimentalement) chacun des deux faisceaux transmis, nous nous trouvons conduit à poser

$$(62) \qquad \left\{ \begin{aligned} \mathcal{A}^2 &= p'^2_o \cos^2(\psi - \theta) + q'^2_e \cos^2(2\psi' - \psi - \theta), \\ \mathcal{B}^2 &= p'^2_o \sin^2(\psi - \theta) + q'^2_e \sin^2(2\psi' - \psi - \theta), \end{aligned} \right.$$

et cela en négligeant un second système similaire qui ne paraît convenir ni aux phénomènes lumineux ni aux phénomènes calorifiques.

Avant que de passer outre, il devient nécessaire de fixer la signification des angles qui entrent dans ces formules.

A cet effet, désignons par ψ (fig. 3) l'azimut XOA du plan P_A, section principale de l'analyseur. La trace OA de cette section se trouvera ainsi dirigée suivant le vecteur ω_z et aura par conséquent, avec nos coordonnées *rectangulaires* actuelles, pour équation $\frac{Y}{X} = \frac{q}{p} = \operatorname{tg} \psi$.

Soit, en second lieu, ψ' l'azimut XOA' de l'axe de la lame cristallisée, axe dont la direction OA' coïncidera par là-même avec le vecteur ω'_z, puisqu'elle aura, comme ce dernier, $\frac{Y}{X} = \frac{q'}{p'} = \operatorname{tg} \psi'$ pour équation. Nous désignons subsidiairement dans la figure par $XO\eta$ ou $\xi O \eta$ l'angle $2\psi'$, double de XOA'.

Quant au plan de polarisation primitive Π_0, nous choisirons pour le représenter le plan $Y = 0$ lui-même; sur quoi on peut observer que ces deux plans se trouveront coïncider entre eux et avec le plan tangent P_i, toutes les fois, notamment, qu'on supposera l'angle θ nul, vu qu'alors l'azimut de ce dernier

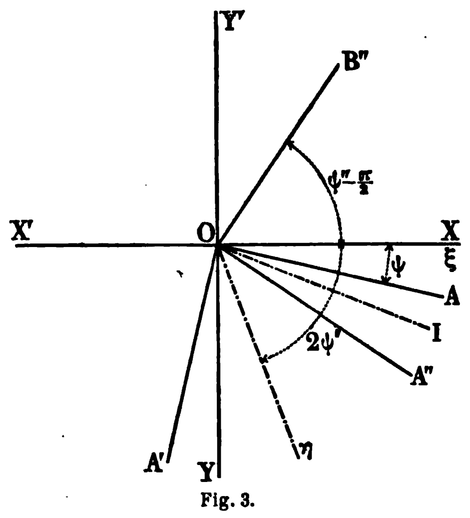


Fig. 3.

plan, qui est égal à $\psi' - i$, sera nul, lui aussi, en vertu de la première des relations (h').

Ajoutons, enfin, que l'angle i sera compté positivement ou

négativement à partir de OX jusqu'à la direction OI, telle que $IOA' = \theta$.

L'angle i' sera compté de la même façon à partir de OA jusqu'à OA'.

Ces préliminaires indispensables posés, revenons au système (62). Si l'on y fait $\theta = 0$, il devient

$$(62') \quad \begin{cases} \mathcal{A}^2 = p_o'^2 \cos^2\psi + q_e'^2 \cos^2(2\psi' - \psi), \\ \mathcal{B}^2 = p_o'^2 \sin^2\psi + q_e'^2 \sin^2(2\psi' - \psi), \end{cases}$$

système qui ne diffère que par la notation de celui de Biot, soit qu'il s'agisse de la lumière homogène (seul cas que nous considérions) ou de la lumière blanche, et qui, par conséquent, satisfera pleinement comme lui à l'expérience pour toute lame d'épaisseur donnée. Or, il importe d'observer que l'on peut obtenir directement ce dernier système (62') sans l'assujettir à la condition $\theta = 0$. En effet, si l'on remonte à l'identité (i), on constatera aisément que le facteur $(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$ peut y être mis en évidence, ce qui, en nous ramenant directement à ce même système (62'), nous permet désormais de l'envisager comme *indépendant de* θ, simplement.

Il y a plus : si l'on examine avec attention les formules qui le composent, on reconnaîtra, sans même recourir au n° 19, qu'il trahit, pour chacun des faisceaux, une symétrie manifeste de ses deux éléments constituants, soit autour de OA', soit autour de OB', directions qui ne sont autres que ce qu'en cristallographie on nomme les *droites d'extinction* de tout cristal soumis à l'action de la lumière.

Ceci posé, utilisons dès maintenant la remarque ci-dessus relative à l'indépendance de l'angle θ et introduisons, du même coup, la double symétrie en question dans les coefficients, jusqu'ici arbitraires, $p_o'^2$, $q_e'^2$. Pour cela, ayant égard à ce que, d'après (h'), on a $\psi' - \theta = i$ et $\psi' + \theta = 2\psi' - i$, nous poserons d'abord $\frac{q_e'}{p_o'} = \frac{\sin i}{\sin(2\psi' - i)}$, puis, plus explicitement,

$$(j) \quad p_o'^2 = \frac{\mathfrak{J}^2 \sin^2(2\psi' - i)}{\sin^2(2\psi' - i) + \sin^2 i}, \quad q_e'^2 = \frac{\mathfrak{J}^2 \sin^2 i}{\sin^2(2\psi' - i) + \sin^2 i},$$

avec

$$(j') \qquad p_o'^2 + q_o'^2 = \mathcal{A}^2 + \mathcal{B}^2 = \mathcal{J}^2$$

(en remplaçant ici convenablement $\mathcal{O}^2$ par $\mathcal{J}^2$).

Ces relations, on le vérifiera sans peine, transforment le cercle $X^2 + Y^2 = \mathcal{J}^2$, en une ellipse $\xi^2 + \eta^2 = \mathcal{J}^2$, rapportée à ses diamètres conjugués *égaux*, d'angle $2\psi'$ ou $\pi - 2\psi'$. Introduites dans (62′), elles font prendre à ce système la forme définitive

$$(62'') \quad \left\{ \begin{aligned} \mathcal{A}^2 &= \frac{\mathcal{J}^2 [\sin^2(2\psi' - i)\cos^2\psi + \sin^2 i \cos^2(2\psi' - \psi)]}{\sin^2(2\psi' - i) + \sin^2 i}, \\ \mathcal{B}^2 &= \frac{\mathcal{J}^2 [\sin^2(2\psi' - i)\sin^2\psi + \sin^2 i \sin^2(2\psi' - \psi)]}{\sin^2(2\psi' - i) + \sin^2 i}. \end{aligned} \right.$$

On voit aussitôt que rien ne change dans ces relations quand on y remplace ψ' par $\psi' \pm \frac{\pi}{2}$, mais qu'au contraire $\mathcal{A}^2$ et $\mathcal{B}^2$ permutent leurs valeurs lorsqu'on ajoute $\pm \frac{\pi}{2}$ aux obliquités polarisatrices (h), en fonction desquelles ψ et $2\psi' - \psi$ sont exprimables.

Parmi les valeurs les plus remarquables qu'on peut tirer de ces nouvelles formules, signalons les suivantes :

OBLIQUITÉS ET AZIMUTS		INTENSITÉS DU FAISCEAU ORDINAIRE	INTENSITÉS DU FAISCEAU EXTRAORDINAIRE
$i = \psi =$	$2\psi'$	$\mathcal{J}^2$	0
	ψ'	$\mathcal{J}^2 \cos^2 \psi'$	$\mathcal{J}^2 \sin^2 \psi'$
	0	$\mathcal{J}^2$	0
	$\psi' - \frac{\pi}{2}$	$\mathcal{J}^2 \sin^2 \psi'$	$\mathcal{J}^2 \cos^2 \psi'$
	$2\left(\psi' - \frac{\pi}{2}\right)$	$\mathcal{J}^2$	0
$i = 0$	$\psi = \pm \frac{\pi}{2}$	0	$\mathcal{J}^2$

Il s'agit d'appliquer ces résultats au phénomène de la polarisation chromatique dans le cas simple mais constitutif où la lumière est homogène.

A cet effet, admettons d'abord que, durant tout le trajet du faisceau incident à travers la lame cristallisée, l'angle ψ, dont la valeur ne dépend encore que de l'action combinée du polariseur et de la lame, satisfasse à la condition indiquée $i = \psi$, sauf à prendre brusquement, à l'émergence du faisceau, la valeur fixe que la position donnée de l'analyseur lui assigne. D'après (h'), cette première hypothèse entraîne que $i + \theta = i + i' = \psi'$, et, conséquemment, que OA et OI coïncident (fig. 3).

Supposons en deuxième lieu que, pour les épaisseurs croissantes $0, e, 2e, 3e, 4e, \ldots$, dont le *pas* e dépend essentiellement de l'espèce de lumière employée, les deux angles égaux i et ψ vérifient l'une ou l'autre (selon le signe de la lame) des proportions suivantes : $\frac{i}{\psi'} = \frac{\varepsilon}{e}$, ou $\frac{i}{\psi' - \frac{\pi}{2}} = \frac{\varepsilon}{e}$, de façon à prendre les valeurs périodiques correspondantes $0, \psi', 2\psi', \psi', 0$, ou bien $0, \psi' - \frac{\pi}{2}, 2\left(\psi' - \frac{\pi}{2}\right), \psi' - \frac{\pi}{2}, 0$.

Concevons enfin qu'à « l'oscillation des axes des molécules lumineuses » autour de OA' ou de OB', imaginée par Biot, on substitue celle, ***équivalente,*** du plan (dynamique) $P_{\psi'-i}$ ou P_θ, de part et d'autre de ces mêmes axes. En faut-il davantage pour que se trouve constituée par là-même, sur une base inattaquable, une théorie vraiment rationnelle et en parfait accord avec l'expérience, des phénomènes fondamentaux de la polarisation chromatique?... Nous laissons aux physiciens-géomètres, et ***à eux seuls,*** le soin d'en décider.

Terminons par quelques remarques :

(α) Si, dans les formules générales (62'), on suppose que $i = \psi' = \pm \frac{\pi}{4}$, il vient $\mathcal{A}' = \mathcal{B}' = \frac{1}{2}\mathcal{J}'$, et cela ***quel que soit*** ψ. La polarisation uniforme que prennent alors les deux faisceaux

peut donc être convenablement qualifiée, selon l'usage, de *circulaire*.

(β) Elle pourra, de même, être taxée d'*elliptique* lorsque, tout en restant égaux entre eux, ces deux angles prendront une valeur quelconque.

(γ) Que la condition $\grave{i} = \psi''$ suffise pour caractériser les lames dites *quarts d'onde*, c'est ce que nous ferons voir ultérieurement ici ou ailleurs *(Cosmos)*, quand il sera question d'étendre notre théorie à un nombre quelconque de lames.

(δ) Pour passer de la lumière homogène à la lumière blanche, il faudra faire la somme d'une infinité d'expressions de même forme que (62''), ce qui implique la condition générale $\Sigma \mathcal{A}^2 + \Sigma \mathcal{B}^2 = \Sigma \mathfrak{J}^2$.

IX

Transformations diverses opérées sur la double série des plans axiaux. — Effets produits par le retournement des couples de composantes horizontales.

24. *Première transformation.* — Il nous paraît utile, avant tout, de grouper dans un même tableau diverses formules relatives à la question actuelle, et qui ont été, du reste, déjà établies dans notre dernier travail, savoir :

$$(63)\begin{cases}\dfrac{\mathrm{K}_1}{\sin^2\Phi} = K_1 = q''_1 q_1 - q'_1 p''_1, \\ \dfrac{\mathrm{K}'_1}{\sin^2\Phi} = K'_1 = p'_1 p''_1 - q''_1 p_1,\end{cases} \qquad (63')\begin{cases}\dfrac{\mathrm{K}_2}{\sin^2\Phi} = K_2 = p' q'' + p'' p, \\ \dfrac{\mathrm{K}'_2}{\sin^2\Phi} = K'_2 = p'' q + q' q'',\end{cases}$$

$$(64)\begin{cases}\dfrac{\mathrm{K}_{(1)}}{\sin^2\Phi} = K_{(1)} = q''_1 q - q' p''_1, \\ \dfrac{\mathrm{K}'_{(1)}}{\sin^2\Phi} = K'_{(2)} = p' p''_1 - q''_1 p,\end{cases} \qquad (64')\begin{cases}\dfrac{\mathrm{K}_{(2)}}{\sin^2\Phi} = K_{(2)} = p'_1 q'' + p'' p_1, \\ \dfrac{\mathrm{K}'_{(2)}}{\sin^2\Phi} = K'_{(1)} = p'' q_1 + q'_1 q'',\end{cases}$$

avec cette remarque qu'entre ces divers binômes, on a les relations

$$K_1 \sin\Phi = K_{(1)} - K'_{(1)} \cos\Phi,$$
$$K_{(1)} \sin\Phi = K_1 - K'_1 \cos\Phi,$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

Ceci rappelé, soit l'équation du plan axial moyen Π_i

(65) $$\frac{Y}{X} = \frac{K'_1 u^2 - [K_{(2)} - K_{(1)}]\, u + K'_2}{K_1 u^2 + [K'_{(2)} - K'_{(1)}]\, u + K_2}.$$

Celle du plan axial complémentaire Π_j s'en déduit, redisons-le, en changeant i en $i \pm \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire u en $-\frac{1}{u}\cdot$

En introduisant les conditions minima (10), *exclusivement*, dans chacune d'elles, on trouve $\frac{Y}{X} = \frac{K'}{K}$, ce qui est le premier plan de polarisation Π lui-même. Il fallait s'y attendre, puisque, d'après (VI, n° 29), la condition de coïncidence de ces deux plans est

(*l*) $$[(q_1 - p'_1)u + (p + q')]\,\overline{(\Delta_1 u + \Delta_2)} = 0,$$

laquelle est identiquement vérifiée quand les conditions minima ont lieu.

Mais supposons qu'avant de les introduire, ces conditions, on change dans les termes de (65) p', q' en $t'_{i'}$, $s'_{i'}$, et p'_1, q'_1 en s'_j, t'_j, conformément à la règle généralisée dont il a été déjà fait usage au n° 15; il viendra alors, après réductions $\frac{Y}{X} = \frac{K'_{i'}}{K_{i'}}$, c'est-à-dire que le plan déviateur $\Pi_{i'}$ aura pris la place du plan Π, comme on pouvait le prévoir. On retrouverait le plan Π_y en appliquant au plan (65) la règle simple du n° 10 qui est spéciale à ce conjugué.

Cette coïncidence possible du plan axial moyen Π_i avec un plan déviateur $\Pi_{i'}$ quelconque, sous la seule réserve que les conditions minima soient satisfaites, nous conduit à jeter (par mode de digression) un coup d'œil rétrospectif sur la condition de coïncidence des plans axiaux Π_i et Π_j eux-mêmes (VI, n° 32).

Nous avons trouvé qu'au moment où ces plans n'en font qu'un, leur équation commune est

$$\frac{Y}{X} = \frac{K'_1 + K'_2}{K_1 + K_2} = \frac{\sin \chi}{\sin (\Phi - \chi)}.$$

On en déduit, à l'aide du tableau ci-dessus, et sans hypothèse aucune,

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{p''_1 (q + p') - q''_1 (p - q' + 2q \cos \Phi)}{p''_1 (p_1 - q'_1) + q''_1 (q_1 + p'_1 - 2p_1 \cos \Phi)}.$$

D'autre part, si l'on forme l'équation aux ***bissectrices*** des lignes de courbure

$$(S_1) \qquad p_1 ds^2 + (q_1 + p'_1)\, ds\, ds' + q'_1 ds'^2 = 0,$$

on trouvera, pour celle de ces bissectrices qui fait le plus petit angle ω_1 avec OX, que $\omega_1 = \frac{1}{2}(\chi + \psi'')$, ce qui établit une relation simple entre les trois angles ω_1, χ et ψ''.

En particulier, lorsque $\chi = \psi - \psi'' = \alpha$ (12), il vient $\omega_1 = \frac{\psi}{2}$, formule remarquable, mais dont l'application ***physique***, s'il en est, nous échappe complètement.

25. *Deuxième transformation.* — Il résulte de nos formules préliminaires (1) et (1') que le ***retournement*** de deux composantes horizontales, c'est-à-dire le changement de p, q en $-p$, $-q$, ou bien celui de p', q' en $-p'$, $-q'$, entraîne le changement simultané de p_1, q_1 en $-p_1$, $-q_1$, ou de p'_1, q'_1 en $-p'_1$, $-q'_1$, et *vice-versa*.

Au point de vue géométrique, un tel retournement substitue $-\omega_z$ à ω_z, ou bien $-\omega'_z$ à ω'_z, de manière à faire passer (K' devenant négatif) du triangle OAA' du parallélogramme déviateur (fig. 2) à son adjacent, soit de droite, soit de gauche.

On voit encore que, par le changement de signe qu'elle entraîne dans les coefficients angulaires des plans Π et Π'_γ, l'opération précitée substitue à chacun d'eux son ***conjugué harmonique*** par rapport aux plans $X = 0$, $Y = 0$, si les

coordonnées sont obliques, et son *symétrique*, si elles sont rectangulaires.

Quant à la double série des plans axiaux, le retournement de ces mêmes composantes y produit des modifications plus profondes, vu que ce sont deux séries tout à fait nouvelles Π'_i et Π'_j qu'on engendre de la sorte.

Ayant le choix d'opérer, dans les premières de ces séries, le changement de signe sur l'un ou l'autre groupe de composantes, nous conviendrons, pour l'uniformité des calculs, de le faire porter sur les composantes p', q' et p'_1, q'_1, *exclusivement*.

Ceci admis, concevons la présente transformation exécutée dans le second membre de (65); nous aurons ainsi formé l'équation d'un nouveau plan Π'_i qu'il y a lieu de comparer au plan primitif Π_i. — Par exemple, on peut se proposer de chercher pour quelles valeurs de i les plans Π''_i et Π'_i coïncident?...

En égalant leurs coefficients angulaires, on obtient une équation du 4me degré en tg i ou en u, qui se décompose comme il suit :

$$(m) \qquad (u^2 + 1)(p''_1 u - q'')(q''_1 u + p'') = 0.$$

Comparant avec (29), on voit que les valeurs de i cherchées sont celles qui font coïncider le plan tangent P_i, soit avec le plan $Y = 0$, soit avec le plan $X = 0$. Ceci nous rappelle que c'est le premier de ces cas que nous avons rencontré, au § VIII, quand nous avons fait de P_i le plan primitif de polarisation Π_0.

Un calcul analogue opéré sur les plans de la deuxième série Π_j et Π' conduirait à l'équation similaire

$$(m') \qquad (u^2 + 1)(p''u - q''_1)(q''u + p''_1) = 0,$$

dont les racines, comparées avec (30), donneraient lieu à la *même* interprétation.

Il reste à porter dans les équations des plans Π_i et Π_j avec lesquels Π'_i et Π'_j sont actuellement confondus, les couples de racines des équations (m) et (m'). On n'obtient ainsi que deux

plans *distincts* qui sont :

$$\frac{Y}{X} = \frac{p_1'' q - q'' p_1}{p_1'' p + q'' q_1}, \qquad \frac{Y}{X} = -\frac{p_1' p'' + q' q_1''}{q_1' p'' - p' q_1''}.$$

Nous les représenterons par $\Pi_{i,\alpha}$ et $\Pi_{i,\beta}$, bien que nous n'ayons pas à insister davantage sur eux en ce moment. On remarquera que leur forme seule peut servir de vérification à nos calculs, vu que le retournement des composantes les laisse intacts, comme cela devait être, *a priori*. On constate, du reste, que les conditions minima rendent ces deux plans identiques avec le plan Π, conformément à ce qui a été vu (n° 24).

26. *Troisième transformation.* — Reportons-nous à la figure (1). On voit immédiatement que substituer p_1, q_1, par exemple, à p, q, revient, au facteur constant sin Φ près, à substituer $\mathbf{p}$, $\mathbf{q}$, à p, q, c'est-à-dire à remplacer les composantes obliques du vecteur OA ou ω_z par ses ortho-composantes. Le passage inverse de p_1, q_1 à p, q s'expliquerait d'une manière analogue à l'aide du trièdre supplémentaire.

Cela étant, nous remarquons que les binômes K, K′, K″, comme aussi K_γ, K'_γ, restent indifférents à une semblable transformation puisqu'on a, par exemple,

$$\frac{\mathrm{K}}{\sin^2\Phi} = K = p'q'' - q'p'' = p_1'q_1'' - q_1'p_1'',$$
$$\frac{\mathrm{K}_\gamma}{\sin^2\Phi} = K_\gamma = p'p_1'' + q'q_1'' = p_1'p'' + q_1'q''.$$

De là cette conséquence importante que la double série des plans déviateurs et, par suite, l'ellipse déviatrice, sont absolument indépendants de la transformation qui nous occupe.

Mais supposons qu'il s'agisse des conditions maxima (5) et des conditions minima (10) ; on passera bien des unes aux autres par le simple retournement des composantes p', q' si les coordonnées sont rectangulaires ; mais la permutation des composantes de même espèce, d'un trièdre à l'autre, s'impose quand les coordonnées sont obliques. Il y a donc lieu, pour

préparer et faciliter les calculs subséquents, d'opérer cette *double* transformation dans les binômes (63) et (64) qui deviendront ainsi :

$$(66)\quad \begin{cases} K_{1,1} = \quad q''q + q'p'', \\ K'_{1,1} = -p'p'' - q''p, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases} \qquad (66')\quad \begin{cases} K_{2,2} = -p'_1q''_1 + p''_1p, \\ K'_{2,2} = \quad p''_1q_1 - q'_1q''_1, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

On verra de même que les discriminants fondamentaux (43) se transforment de la façon suivante :

$$(67)\qquad \begin{cases} -\Delta_{1,1} = pq''^2 - (q - p')\,p''q'' + q'p''^2, \\ \Delta_{2,2} = q_1p''^2_1 - (p_1 + q'_1)\,p''_1q''_1 + p'_1q''^2_1. \end{cases}$$

Comme application, revenons à notre double série de plans axiaux. Si l'on exprime que le plan Π_i ou (65), pris d'abord tel quel, coïncide avec le plan Π, on obtiendra, ainsi que nous l'avons rappelé, la condition (l) qui est identiquement vérifiée quand les conditions *minima* sont satisfaites.

Introduisant maintenant dans l'équation du plan Π_i les nouveaux binômes (66), (66'), ..., on trouvera que, pour que sous sa nouvelle forme il coïncide avec le *conjugué harmonique* Π' du plan Π, il faut avoir

$$[(q + p')\,u + (p_1 - q'_1)]\,(\Delta_{1,1}u + \Delta_{2,2}) = 0,$$

nouvelle relation qui est identiquement vérifiée lorsqu'on a $p_1 = q'_1$ et $q = -p'$, c'est-à-dire quand les conditions *maxima* ont lieu.

Cet exemple suffit, croyons-nous, pour faire apprécier toute la portée de ce troisième et dernier ordre de considérations.

X

Généralisation de nos principaux résultats. — Clivage continu des faisceaux de rayons d'espèce quelconque suivant la double série des plans déviateurs de polarisation.

---

27. Formons, avant tout, comme au début du précédent paragraphe, le tableau des notations (en partie connues) dont

nous aurons à faire usage. Et d'abord nous poserons

$$(68)\qquad i'' = i + i', \qquad j'' = j + j',$$

en convenant, comme par le passé, que $j = i \pm \frac{\pi}{2}\cdot$ Nous ferons ensuite

$$(69)\ \begin{cases} q'' \cos i - p''_1 \sin i = s''_i, \\ q''_1 \sin i + p'' \cos i = t''_i, \end{cases} \qquad (69')\ \begin{cases} q'' \sin i + p''_1 \cos i = s''_j, \\ q''_1 \cos i - p'' \sin i = t''_j, \end{cases}$$

$$(70)\ \begin{cases} K \cos i' - K_\gamma \sin i' = K_{i'}, \\ K'_\gamma \sin i' + K' \cos i' = K'_{i'}, \end{cases} \qquad (70')\ \begin{cases} K \sin i' + K_\gamma \cos i' = K_{j'}, \\ K'_\gamma \cos i' - K' \sin i' = K'_{j'}. \end{cases}$$

On prévoit déjà par ceci que, laissant de côté les plans axiaux, nous aurons principalement à faire intervenir dans ce qui suit la double série des plans tangents aux divers cônes de Malus et celles des plans déviateurs.

28. I. *Faisceaux dioptiques directs.* — Pour être complets, il est nécessaire que nous reprenions en sous-œuvre cette question insuffisamment traitée dans notre précédent Mémoire, eu égard aux nouveaux éléments dont nous disposons.

1° Soit donc

$$(71)\qquad f_o = K'_{i'} X - K_{i'} Y = 0,$$

la directrice plane du faisceau. C'est la trace horizontale du plan déviateur moyen $\Pi_{i'}$. Il faut y substituer, à la place de X et de Y, les expressions (VI, n° 29) de ces variables en fonction de l'angle i, celles-là mêmes qui ont été établies jadis pour les faisceaux directs, puis tenir compte dans le résultat de ce que, d'après (68), on a $i = i'' - i'$. On obtiendra ainsi le paraboloïde hyperbolique

$$(72)\qquad K'' (s''_{i''} \xi - t''_{i''} \eta) \zeta - (K'_{i'} \xi - K_{i'} \eta) = 0.$$

Son plan directeur est le plan tangent $P_{i''}$, d'obliquité i''; d'où l'on voit, chose bien remarquable à notre avis, que, partis dans (71) de l'angle i', nous arrivons, *par l'intermédiaire* de i, à exprimer intégralement les coefficients de ce même plan

en fonction de $i + i'$ ou de i'', qui est l'obliquité caractéristique du plan $P_{i''}$.

Quant au plan tangent à l'origine, c'est le plan Π_i lui-même. Pour qu'il coïncide avec $P_{i''}$, il faut avoir $\frac{K'_{i'}}{s''_{i''}} = \frac{K_{i'}}{t''_{i''}} = H$, ce qui nous ramène (au double accent près) à la formule fondamentale de la polarisation chromatique (58), pour le cas où l'on a $\theta = 0$.

Lorsque la condition précédente est vérifiée, le paraboloïde ci-dessus se réduit à

$$(s''_{i''}\xi - t''_{i''}\eta)(K''\zeta - H) = 0.$$

Ce sont deux plans sécants orthogonaux, l'un horizontal, l'autre vertical.

2° Prenons maintenant pour directrice

$$f_o = K'_{j'}X + K_{j'}Y = 0, \tag{73}$$

c'est-à-dire la trace du plan déviateur complémentaire $\Pi_{j'}$. En y faisant *les mêmes* substitutions que dans le cas précédent, on trouvera le nouveau paraboloïde

$$K''(s''_{j''}\xi + t''_{j''}\eta)\zeta + (K'_{j'}\xi + K_{j'}\eta) = 0, \tag{74}$$

analogue à (72), et qui donne lieu aux mêmes remarques.

Tous deux, du reste, sont compris entre des paraboloïdes similaires (VI, n° 29) qu'il nous eût été facile de calculer pour les plans conjugués-limites Π et Π_γ. La propriété relative à ceux-ci, se trouvant applicable aux plans conjugués quelconques $\Pi_{i'}$ et $\Pi_{j'}$, acquiert par là-même le plus haut degré de généralisation que la question puisse comporter.

29. II. — *Faisceaux dioptiques inverses.* — 1° Notre directrice plane sera la trace horizontale du plan tangent $P_{i''}$, savoir :

$$f_o = s''_{i''}\xi - t''_{i''}\eta = 0. \tag{75}$$

Mettant dans cette équation les valeurs (26) ci-dessus, correspondantes à ce second genre de faisceaux, on arrive au paraboloïde

$$K''(K'_{i'}X - K_{i'}Y)Z + (s''_{i''}X - t''_{i''}Y)\sin^4\Phi = 0, \tag{76}$$

Comparé à (72), on voit que les plans $P_{i''}$ et $\Pi_{i''}$ s'y trouvent *permutés*. On remarque, en outre, que, partis dans (75) de l'angle i'', nous sommes parvenus, en passant par i, à exprimer les coefficients du plan directeur vertical de ce paraboloïde en fonction de $i'' - i$ ou de i' (68).

2° Soit actuellement

$$(77) \qquad f_0 = s''_j \xi + t_{j''} \eta = 0$$

la trace du plan P_j. Un calcul du même genre conduit au paraboloïde

$$(78) \qquad K'' (K'_{j''} X + K_{j''} Y) Z + (s''_j X + t''_j Y) \sin^4 \Phi = 0,$$

qui est manifestement le corrélatif de (76).

30. III. — *Relations homographiques.* — 1° Nous avons vu (VI, n° 30) qu'étant donnée la relation homographique

$$(79) \quad (p_1 u - q) + (p'_1 u - q') \mu_i + (q_1 u + p) \nu_i + (q'_1 u + p') \mu_i \nu_i = 0,$$

particulière à la trace horizontale du cône moyen C_i de Malus, si l'on y fait ν_i égal à $\frac{s''_i}{t''_i}$, puis à $-\frac{s''_j}{t''_j}$, on obtient pour valeurs correspondantes de μ_i les coefficients angulaires $\frac{K'}{K}$ et $-\frac{K'_\gamma}{K_\gamma}$ des deux plans-limites de polarisation Π et Π_γ.

Il ne sera pas sans intérêt de se demander, avec les ressources nouvelles dont nous disposons, de quelle manière se fait la transition de l'un à l'autre plan. Est-ce, à nouveau, par la double série de plans déviateurs, ou non?

Pour le voir, tirons de (79) la valeur de ν_i, et formons, à son aide, ce qu'on pourrait nommer le *plan général (moyen) d'homographie* $\mathfrak{P}_i$, savoir :

$$(80) \quad \frac{Y}{X} = \nu_i = \frac{\sin \xi_i}{\sin(\Phi - \xi_i)} = -\frac{(p_1 u - q) + (p' u - q') \mu_i}{(q_1 u + p) + (q'_1 u + p') \mu_i}.$$

L'azimut de ce plan se trouvant ainsi désigné implicitement par ξ_i, cherchons la valeur de l'angle $\xi_i - \mathfrak{a}_i$ ou $\xi_i - \psi'' + i$ que $\mathfrak{P}_i$ fait avec le plan tangent P_i, de même obliquité que lui.

En appelant ϑ_i cet angle, on trouve

$$(81)\qquad \operatorname{tg} \vartheta_i = \frac{K' - K\mu_i}{K'_\gamma + K_\gamma \mu_i}.$$

Cette formule, à laquelle il faut associer cette autre :

$$u_i = \frac{\sin \varphi_i}{\sin (\Phi - \varphi_i)},$$

résoud évidemment la question puisque, pour $\vartheta_i = 0$ ou $\vartheta_i = \frac{\pi}{2}$, elle nous fournit les coefficients angulaires des plans-limites Π et Π_γ ; d'où l'on voit que, même en coordonnées rectangulaires, elle n'implique, en aucune façon, la double série des plans déviateurs.

(α). Il est remarquable que, lorsque les conditions maxima ou minima sont remplies, la valeur de ϑ_i prenne l'une ou l'autre des formes

$$\vartheta_i \mp \varphi_i = \mp \alpha = \psi - \psi',$$

lesquelles, simplifiées, se réduisent à

$$(81')\qquad \xi_i \mp \varphi_i = \psi - i,$$

l'obliquité i pouvant varier de zéro à $\frac{\pi}{2}$.

(β). Lorsque $K' = 0$, on trouve $\operatorname{tg} \vartheta_i = \frac{K}{K_\gamma}$, à moins que l'on n'ait $\varphi_i = \varphi_o$ (nº 4), cas pour lequel ϑ_i est indéterminé.

Notons enfin que la relation homographique propre à la trace du cône C_j, savoir :

$$(82)\qquad (qu + p_1) + (q'u + p'_1)\mu_j - (pu - q_1)\nu_j - (p'u - q'_1)\mu_j\nu_j = 0,$$

conduirait à des résultats analogues, qu'on peut, du reste, écrire immédiatement, en ajoutant $\pm \frac{\pi}{2}$ aux angles de ceux déjà obtenus.

2º Les calculs qui précèdent eussent, en partie, sans doute, pu prendre place dans notre 6e Mémoire. En voici qui relèvent exclusivement du nouveau,

(α). Reprenons la relation (79). Si l'on y fait $\nu_i = \frac{s''_{i'}}{t''_{i'}}$, trace du plan $P_{i'}$, on trouvera que $\mu_i = \frac{K'_{i'}}{K_{i'}}$, trace de $\Pi_{i'}$. De même, pour $\nu_i = -\frac{s''_{j'}}{t''_{j'}}$, trace du plan $P_{j'}$, il vient $\mu_i = -\frac{K'_{j'}}{K_{j'}}$, trace de $\Pi_{j'}$. Ainsi, partant, dans les deux cas, de l'angle i, nous arrivons, ici encore, par l'intermédiaire de i'', c'est-à-dire de $i + i'$ (68), à exprimer les coefficients angulaires de $\Pi_{i'}$ et de $\Pi_{j'}$ au moyen de leur obliquité caractéristique i'.

(β). Considérons, en second lieu, la relation (82). Pour $\nu_j = -\frac{s''_{j'}}{t''_{j'}}$, on vérifie que μ_j prend la valeur $-\frac{K'_{j'}}{K_{j'}}$, et, pareillement, pour $\nu_j = \frac{s''_{i'}}{t''_{i'}}$, on a $\mu_j = \frac{K'_{i'}}{K_{i'}}$. Ce sont encore nos plans conjugués que nous voyons réapparaître, et cela dans des conditions de réciprocité absolue.

On remarquera que ces dernières propriétés sont tout à fait générales. Le lecteur pourra examiner lui-même comment elles se simplifient lorsqu'on passe aux conditions maxima ou minima, ou encore au cas de $K'' = 0$.

31. IV. — *Clivage continu des faisceaux de rayons d'espèce quelconque.* — Notre marche dans cette dernière question sera la même que celle que nous avons suivie (V, n° 32) pour le clivage particulier de ces rayons dans le premier plan de polarisation Π.

A cet effet, écrivons, avant tout, sous la forme suivante, la trace horizontale du cône moyen C de Malus (n° 7):

$$(83) \qquad \frac{pX + p'Y}{X \sin(\Phi - i) - Y \sin i} = \frac{qX + q'Y}{X \sin i + Y \sin(\Phi + i)} = -\frac{\sin^2 \Phi}{K''\zeta}.$$

1° Si l'on multiplie les deux termes du premier rapport par $s''_{i'}$ et ceux du second par $t''_{i'}$, on en déduira sans peine, équivalemment,

$$(84) \qquad \frac{K'_{i'}X - K_{i'}Y}{s''_{i'}X - t''_{i'}Y} = -\frac{\sin^4 \Phi}{K''\zeta}.$$

Faisant $\zeta = Z$, ce qui est permis, il vient

$$K''(K'_{i'}X - K_{i'}Y)Z + (s''_{i'}X - t''_{i'}Y)\sin^4\Phi = 0.$$

C'est précisément le paraboloïde (76) obtenu par une autre méthode.

En particulier, pour $\frac{Y}{X} = \frac{K'_{i'}}{K_{i'}}$ on a $\zeta = \infty$, pourvu que K'' ne soit pas nul. Donc, d'après les considérations développées au lieu précité, ce n'est pas seulement le plan Π qui est un plan de clivage pour les rayons de toute nature, mais tout plan $\Pi_{i'}$ défini par la normale OZ, et l'une quelconque des arêtes du cône déviateur (55) ou (55′) est susceptible de le devenir à son tour par la seule variation continue de i'.

2° Multiplions maintenant par s'_j les deux termes du premier rapport (83), et par t''_j ceux du second. On en tirera sans peine le nouveau rapport équivalent

$$(85) \qquad \frac{K'_{j'}X + K_{j'}Y}{s''_{j'}X + t''_{j'}Y} = -\frac{\sin^4\Phi}{K''\zeta},$$

et, par suite, pour $\zeta = Z$, le paraboloïde hyperbolique

$$K''(K'_{j'}X + K_{j'}Y)Z + (s''_{j'}X + t''_{j'}Y)\sin^4\Phi = 0,$$

qui ne diffère pas du paraboloïde (78).

En substituant à la trace du cône C_i celle du cône C_j qu'on peut écrire

$$\frac{pX + p'Y}{X\cos(\Phi - i) + Y\cos i} = \frac{qX + q'Y}{X\cos i + Y\cos(\Phi + i)} = -\frac{\sin^2\Phi}{K'\zeta},$$

et procédant comme nous venons de le faire, on retomberait sur les rapports (84) et (85) dont on aurait *permuté* les dénominateurs. Il n'y a donc pas lieu de nous y arrêter davantage.

NOTE sur les deux obliquités polarisatrices maxima et minima.

Il résulte des formules (h) du n° 23 que, lorsque l'angle θ du plan tangent P_i et du plan déviateur $\Pi_{i'}$, est nul (notamment), ces deux obliquités ont pour expression

$$(a)\qquad \begin{cases} i_\Delta^{(\mu)} = i - i' = \psi' + (\psi - \psi') = \psi, \\ i_\Delta^{(\nu)} = i + i' = \psi' - (\psi - \psi') = 2\psi' - \psi. \end{cases}$$

Introduites dans les formules (62') relatives à la polarisation chromatique, elles leur font prendre la forme

$$(b)\qquad \begin{cases} \mathcal{A}^2 = p_o'^2 \cos^2 i_\Delta^{(\mu)} + q_e'^2 \cos^2 i_\Delta^{(\nu)}, \\ \mathcal{B}^2 = p_o'^2 \sin^2 i_\Delta^{(\mu)} + q_e'^2 \sin^2 i_\Delta^{(\nu)}. \end{cases}$$

Cela posé, pour prévenir l'objection que si cette introduction simultanée des deux obliquités dans une même formule est assurément permise, elle n'en paraît pas moins artificielle et gratuite, nous allons établir qu'à l'instar des directions maxima et minima des axes de figure de toute conique, ces deux obliquités peuvent être obtenues, en même temps, comme racines d'une même équation du second degré, ce qui prouvera bien que leur simultanéité n'a rien de factice.

A cet effet, remontons aux tangentes des lignes pseudo-conjuguées minima (11) et 11'). On a vu qu'elles forment, pour toute valeur de i, deux couples de directions orthogonales et, de plus, que chacun de ces couples constitue le système des bissectrices de l'autre.

Pour préciser, prenons le couple (11) et comparons l'une quelconque de ces deux directions à l'une ou à l'autre des traces horizontales des plans tangents P_i et $P_{i'}$ qui sont, elles aussi, orthogonales entre elles.

Bien que, par son origine même, le système (b) pût nous

autoriser à n'employer que des coordonnées rectangulaires, nous préférons adopter, ici encore, pour plus de généralité, les coordonnées obliques. C'est pourquoi, entre les deux directions indiquées, nous poserons la condition générale de coïncidence

$$(c) \qquad \frac{-p'_1 \operatorname{tg} i + q' \pm \omega'_z \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 i}}{q'_1 \operatorname{tg} i + p'} = \frac{q'' - p''_1 \operatorname{tg} i}{q''_1 \operatorname{tg} i + p''}.$$

Utilisant les relations connues

$$K = p'q'' - q'p'' = p'_1 q''_1 - q'_1 p''_1,$$
$$K_\gamma = p'p''_1 + q'q''_1 = p'_1 p'' + q'_1 q'',$$

on en déduit l'équation *résultante*

$$(c') \quad (\omega_z'^2 q_1''^2 - K^2) \operatorname{tg}^2 i + 2\omega_z'^2 p'' q''_1 \operatorname{tg} i + (\omega_z'^2 p^2 - K^2) = 0,$$

dont les racines devront, conséquemment, être *vérifiées*.

En substituant le plan P_j au plan P_i, on trouverait

$$(c'') \quad (\omega_z'^2 p^2 - K_\gamma^2) \operatorname{tg}^2 i - 2\omega_z'^2 p'' q''_1 \operatorname{tg} i + (\omega_z^2 q_1''^2 - K_\gamma^2) = 0;$$

mais comme, dans les deux cas, les calculs sont analogues et les résultats identiques (à l'interversion des racines près), nous pouvons nous borner au premier.

De (c') on tire donc, eu égard aux conditions minima (10),

$$(d) \qquad \operatorname{tg} i = \frac{-\omega_z'^2 p'' q''_1 \pm K K_\gamma}{\omega_z'^2 q_1''^2 - K^2}.$$

La première racine, débarrassée du facteur $\frac{q' + p' \cos \Phi}{q'_1 \sin \Phi}$, qui est égal à l'unité, revient à $\operatorname{tg} i = \operatorname{tg}(2\psi'' - \psi' - \Phi)$; et comme on a présentement $\psi' = \psi - \Phi$ (n° 3), on en déduit $i = 2\psi'' - \psi$, valeur qui vérifie l'équation (c) pourvu qu'on prenne devant le radical le signe + ou le signe —, selon que c'est le plan P_i ou le plan P_j qui figure par son coefficient angulaire dans le second membre.

Quant à la deuxième racine, si l'on y supprime haut et bas le facteur commun

$$[q'_1 p''^2 - 2p'_1 p''_1 q''_1 - (q'_1 - 2p'_1 \cos \Phi) q_1''^2],$$

qui sert aussi de dénominateur à la premièrc, elle se réduit à

$$\operatorname{tg} i = -\frac{p'}{q'_1} = \operatorname{tg}(\psi' - \Phi).$$

Il s'ensuit que, selon que les conditions minima ou maxima sont satisfaites, on a $i = \psi - 2\,\Phi$, ou bien $i = \psi$.

En nous attachant ici à ce second cas (tous deux vérifient l'équation initiale), on a donc pour solutions $i = i_\Delta^{(\mu)}$ et $i = i_\Delta^{(\nu)}$, ce qui démontre la propriété annoncée.

Terminons par une remarque. Si, aux coefficients angulaires des plans P_i et P_j que nous avons successivement introduits dans le second membre de (c), on substituait tour à tour ceux des plans $\Pi_{i'}$ et $\Pi_{j'}$, où l'on aurait toutefois remplacé i' par $-i'$, l'équation, du second degré encore, à laquelle on parviendrait, après avoir changé i en i' dans le premier membre, donnerait à nouveau pour racines les deux mêmes obliquités polarisatrices, avec cette seule particularité que la première aurait changé de signe.

EMPOISONNEMENT SPONTANÉ

DES PLANTES AQUATIQUES

PAR LES EAUX DU LABORATOIRE DE BOTANIQUE

PAR M. H. DEVAUX

MAITRE DE CONFÉRENCES A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE BORDEAUX

Dépérissement des plantes placées en eau renouvelée. — J'ai entrepris depuis longtemps des recherches sur les échanges gazeux des plantes aquatiques submergées. Dans le but de déterminer quelle est l'influence de la pression hydraulique sur l'atmosphère interne de ces plantes, j'avais monté un appareil assez simple, que je me dispenserai de décrire en détail. Disons seulement qu'il consistait essentiellement en quatre éprouvettes à pied de 300 centimètres cubes environ, contenant les plantes étudiées *(Elodea canadensis, Ceratophyllum, Lemna trisulca)*. Un système de tuyaux munis de robinets et reliés aux conduites d'eau du laboratoire établissait un courant d'eau constant, mais lent (environ 3 litres à l'heure) dans deux des éprouvettes : pour l'une, l'eau était comprimée à 400 millimètres de mercure; pour l'autre, elle ne l'était pas. Les deux autres éprouvettes étaient en relation avec les précédentes : les pressions y étaient semblables, mais l'eau ne s'y renouvelait pas. Il y avait donc en expérience :

1. Un lot de plantes en eau stagnante 2. Un lot de plantes en eau renouvelée	à la pression atmosphérique.
3. Un lot de plantes en eau stagnante 4. Un lot de plantes en eau renouvelée	à la pression atmosphérique augmentée de 400^{mm} de mercure.

Les quatre éprouvettes contenant ces plantes furent placées côte à côte à une lumière vive devant une fenêtre le 21 janvier 1895, et le courant d'eau immédiatement établi.

Les plantes parurent s'accommoder parfaitement de ces conditions durant les premiers jours. Mais au bout d'une quinzaine de jours j'observai une différence manifeste entre les lots mis en expérience. Dans deux éprouvettes les plantes paraissaient dépérir, elles prenaient une teinte brunâtre. Je crus d'abord qu'il s'agissait des plantes placées en eau comprimée, c'est-à-dire que la compression entravait la vie des plantes, mais je vis de suite que c'était non la compression qui était en cause, mais le renouvellement de l'eau : seules les plantes des éprouvettes n°s 2 et 4 dépérissaient ainsi ; celles des autres éprouvettes, avec eau stagnante, étaient en bon état. *A priori*, on eût pensé le contraire : la stagnation de l'eau paraissant devoir être plutôt défavorable à la vie des plantes que son renouvellement.

L'expérience fut prolongée jusqu'au 10 avril 1895.

A cette époque, les différences s'étaient beaucoup accentuées. Les éprouvettes à eau renouvelée contenaient surtout des débris de plantes, avec quelques tronçons encore un peu verts, mais en train de dépérir ; la masse avait une teinte brunâtre peu foncée. En eau stagnante on voyait aussi des débris en quantité notable, mais les parties vertes étaient bien plus abondantes et de grandes dimensions ; et cela dans les deux éprouvettes, en eau comprimée ou non comprimée.

Examen des plantes. — A l'ouverture des récipients, je trouvai qu'un assez grand nombre de parasites animaux avaient envahi toutes les plantes, surtout dans le voisinage des points végétatifs. C'étaient de petits nématodes. Je pensai tout d'abord que c'était eux qu'il fallait accuser. Mais un examen attentif ne tarda pas à me démontrer qu'ils étaient également abondants dans toutes les éprouvettes, aussi bien dans celles à eau stagnante que dans celles à eau courante. Ils avaient

donc dû agir également sur tous les sujets, et une autre cause nocive avait dû agir spécialement sur les plantes placées en eau renouvelée.

L'examen microscopique des plantes n'apporte guère de renseignements nouveaux. Les plantes en eau courante ne présentent plus que des tronçons de tige vivants, avec quelques feuilles en train de dépérir, surtout à la base. La chlorophylle est devenue brune, en grains plus petits dans les parties mortes. Dans les autres, elle est verte, et l'on peut observer nettement le mouvement du protoplasma dans les cellules de l'*Elodea*. La mortification des feuilles commence par le sommet et gagne peu à peu vers la base; celle des tiges commence à la base et gagne vers le sommet.

Mais toutes ces modifications s'observent aussi sur les plantes placées en eau stagnante, avec cette seule différence que les parties vertes et vivantes sont beaucoup plus abondantes, les tiges de dimensions plus considérables et les feuilles vertes beaucoup plus nombreuses.

Il résulte de l'examen microscopique, que le dépérissement spécial qui frappait la moitié des plantes se produisait sans laisser aucune lésion apparente sur celles-ci. Je songeai, dès lors, à un empoisonnement. L'eau s'écoulait par des conduites de plomb; elle contenait peut-être ce métal en dissolution, et les plantes étaient empoisonnées par lui. La chose était d'autant plus plausible que cette eau circulait très lentement dans les conduites, ce qui lui permettait d'attaquer et de dissoudre les parois de ces conduites, si elles étaient susceptibles d'être attaquées. Il suffisait dès lors de chercher si l'eau qui arrivait aux plantes contenait du plomb.

Recherche du plomb dans l'eau. — En traitant un litre de cette eau par une ou deux gouttes de sulfhydrate d'ammoniaque, elle prend une coloration brune légère, mais bien manifeste. On voit surtout bien cette coloration quand le vase est placé à côté d'un autre vase semblable sur une

feuille de papier blanc et qu'on compare leurs teintes relatives. La même chose se produit par un courant d'hydrogène sulfuré en liqueur acidulée.

La présence d'un métal lourd, précipitant en noir par l'hydrogène sulfuré, était désormais bien probable; mais ce métal n'existait dans l'eau qu'à l'état de traces.

Pour déterminer la nature de ce métal, en acquérant la certitude de sa présence, il fallait agir sur de grandes quantités de matière. La recherche faite sur des proportions variant entre 10 et 25 litres d'eau, réduits par évaporation, ne laissa aucun doute sur l'existence du plomb en dissolution. Le métal fut caractérisé par ses principales réactions. Aucun autre métal voisin n'y existait.

Ce plomb était alors l'unique cause probable du dépérissement constaté sur les plantes; elles subissaient un empoisonnement chronique de la part du liquide qui les baignait.

Recherche du plomb dans les plantes. — Il s'agissait dès lors de chercher à retrouver le plomb dans les plantes elles-mêmes. A cet effet, j'ai eu l'idée de traiter directement ces plantes par l'hydrogène sulfuré. L'effet fut des plus concluants. Il fut particulièrement net pour les *Lemna trisulca*. Aussitôt qu'on fait agir l'hydrogène sulfuré, une coloration brune ou entièrement noire apparaît dans certaines régions de la plante, surtout dans les racines. Cette coloration ne disparaît pas quand on acidule la liqueur; elle ne peut être due qu'à du plomb. Toutefois, il ne m'a pas été possible de révéler ce métal fixé sur la plante, par ses autres réactions. Cela n'est pas étonnant, la proportion en était vraiment trop faible, et il aurait fallu pouvoir agir sur les cendres d'une quantité de plantes beaucoup plus forte que celle que j'avais à ma dispostion.

L'examen des régions noircies est intéressant. A l'œil nu, on voit que ce sont uniquement les portions âgées des racines qui sont plombifères. Le point végétatif, sur une longueur de plusieurs millimètres, est absolument indemne. Ceci semble

indiquer que l'absorption est faible ou nulle dans cette région, ou du moins que le plomb n'a pas eu le temps de s'y amasser en quantité notable. Du reste, on retrouve la même chose dans les autres plantes, non seulement pour les racines, mais aussi pour les tiges et les feuilles. Le plomb, indiqué par la coloration brune ou noire que prennent certaines régions par H^2S, est fixé sur les parties âgées des organes, parties ordinairement mortes et injectées par l'eau ; les parties jeunes en sont dépourvues en totalité.

L'examen microscopique n'a pas permis de déceler avec plus de précision la localisation du poison. Je me propose, du reste, de continuer mes recherches de ce côté.

Proportion du plomb dans l'eau. — La recherche qualitative du plomb dans l'eau où vivaient les plantes avait montré que ce métal n'existait dans cette eau qu'à l'état de traces; car l'eau ne prenait par H^2S qu'une teinte brunâtre faible. Il était d'autant plus intéressant de voir les plantes saisir ces traces de métal-poison et les fixer dans leurs tissus. J'ai cherché à doser le plomb dans cette eau. Et du moment qu'aucun autre métal précipitant en noir par H^2S n'existait dans le liquide, je pouvais essayer un procédé colorimétrique pour ce dosage.

7 litres d'eau furent évaporés et réduits à 350 grammes, soit à 1/20e. Ce résidu, traité par H^2S en liqueur acidulée à l'acide acétique, donna un trouble brun noirâtre assez foncé. Sur le même volume d'eau ordinaire[1], saturée d'hydrogène sulfuré, il fallut ajouter 30 centimètres cubes d'une solution d'acétate de plomb à 1/10,000e pour avoir une teinte et un trouble à peu près semblables à celui de la solution étudiée.

---

[1] J'ai employé de l'eau ordinaire, parce que l'eau distillée livrée au laboratoire se colore beaucoup plus par H^2S que l'eau ordinaire. Elle contient soit du cuivre, soit du plomb. Mais j'indique plus loin un procédé spécial qui me permit d'obtenir très facilement, à l'aide des plantes, une eau absolument dépourvue de tout métal précipitant en noir par H^2S.

J'admets qu'alors il y avait autant de plomb dans cette deuxième que dans la solution titrée. Celle-ci étant à 1/10,000ᵉ, contenait 3 milligrammes d'acétate de plomb. On peut donc admettre qu'il y avait 3 milligrammes de plomb (compté comme acétate) dans les 350 grammes représentant 7 litres d'eau naturelle. Ceci correspond à 3/7ᵉ = $0^{\text{milligr.}}$,4 par litre. C'est un poids de plomb métallique d'environ $0^{\text{milligr.}}$,2 à $0^{\text{milligr.}}$,3.

L'eau qui s'écoulait des conduites et passait sur les plantes contenait donc en dissolution 0,2 à 0,3 millionièmes de plomb dissous.

D'autres essais analogues confirmèrent ce résultat. Et je pus même arriver bientôt à doser le plomb directement dans l'eau du laboratoire, telle qu'elle s'écoule des tuyaux.

En regardant en effet le tube dans son axe, au-dessus d'un papier blanc, on voit nettement la différence de teinte qu'il présente avec un tube exactement semblable, rempli au même niveau d'une liqueur titrée en plomb, l'une et l'autre après l'action de l'hydrogène sulfuré.

On arrive très vite, par tâtonnements, à obtenir des liqueurs plombiques titrées donnant par H^2S exactement la même teinte que l'eau du laboratoire. Je trouve ainsi que lorsque l'eau s'écoule très lentement à travers les tuyaux, c'est-à-dire à raison de 2 à 3 litres à l'heure, elle contient 0,33 millionièmes de plomb (compté comme métallique) — quand elle coule un peu plus vite, elle en contient 0,26 millionièmes. — Enfin, l'eau coulant à plein robinet (370 litres à l'heure) en contient encore 0,13 millionièmes. Ces différences indiquent que le plomb n'existe probablement pas dans les grandes conduites d'eau de la ville; il provient vraisemblablement d'une attaque des tuyaux de plomb du laboratoire [1].

---

[1] De nombreux auteurs se sont préoccupés de l'importante question de la *solubilité du plomb dans l'eau potable*, surtout vers 1873. Je citerai surtout Dumas, Bertrand, Fordos, de Laval, A. Bobierre, Champouillon, Marais, Baland, Is. Pierre, Besnon, Mayençon et Bergeret, dont les travaux ont paru dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1873 et 1874, t. LXXVII et LXXVIII. L'eau distillée aérée attaque fortement le plomb. Les eaux naturelles, c'est-à-dire

Ces proportions, quoique très faibles, sont sensibles. Elles représentent 0,1 à 0,3 milligrammes par litre. Et la constance des résultats me permet d'affirmer l'exactitude de ces chiffres, au moins pour la première décimale, c'est-à-dire que ***l'eau coulant des robinets contient certainement de 0,1 à 0,3 millioniêmes de plomb,*** selon la vitesse d'écoulement.

Doses limites du plomb comme poison. — Quoique le poison soit si considérablement dilué, il suffit cependant pour empoisonner peu à peu les plantes aquatiques, en les faisant lentement dépérir. Il est vrai que l'eau était constamment renouvelée, c'est-à-dire qu'elle gardait sa proportion constante de plomb dissous malgré la fixation continuelle de ce métal par les plantes.

Raulin [1] a trouvé qu'il suffit de 1/1,600,000ᵉ de nitrate d'argent dans une liqueur pour empêcher la végétation du *Sterigmatocystis niger;* ce qui correspond à 0,4 millioniêmes d'argent métallique : telle est la dose poison de l'argent pour cette plante. Avec le plomb, la dose poison est voisine, un peu moindre encore, environ 0,3 millioniêmes pour les plantes aquatiques étudiées. C'est, à ma connaissance, la plus faible dose de substance qu'on ait indiqué comme suffisante pour empoisonner les plantes. C'est, du reste, une dose *très voisine* de la précédente, et il est intéressant de voir que les doses limites de ces poisons sont aussi rapprochées.

Lenteur de l'empoisonnement. — Un autre fait, particulièrement remarquable, est *la lenteur de l'empoisonnement.* Il

---

contenant des sels, l'attaquent à peine, surtout si ces eaux sont calcaires ou séléniteuses (Mayençon et Bergeret). C'est ainsi que l'eau qui a *séjourné* dans les conduites de plomb contient ce métal en proportions sensibles (Fordos).

Les meilleurs moyens de déceler le plomb sont l'acide sulfhydrique (Marais) et l'électrolyse (Mayençon et Bergeret). J'ai employé surtout le premier procédé; mais des recherches confirmatives, faites sur de grandes quantités d'eau et par la méthode électrolytique, ont permis de reconnaître que la méthode colorimétrique par l'hydrogène sulfuré donnait des résultats très suffisamment exacts.

(1) Raulin, *Études chimiques sur la végétation* (*Ann. des Sc. naturelles* 5ᵉ série, t. XI, p. 289).

s'agit, non pas d'une action brusque et violente, mais d'un empoisonnement progressif, contre lequel lutte la plante, comme l'indiquent la persistance de la vie pendant plus d'un mois de séjour dans cette eau et l'absence de poison dans les points végétatifs.

La proportion de 0,2 à 0,3 millionièmes, où ce métal se trouve naturellement dans l'eau qui s'écoule des conduites, représente donc la dose limite du plomb comme poison de ces plantes. Mais ceci n'est vrai que pour les conditions expérimentales où elles se trouvaient; si les autres conditions eussent été plus favorables, la résistance de ces plantes eût été probablement plus grande; les animaux qui rongeaient ces plantes (sans du reste paraître incommodés par le plomb) concouraient avec le poison pour entraver la végétation.

Il serait, je crois, particulièrement intéressant d'étudier de près l'empoisonnement *lent* des plantes afin de mieux connaître le mécanisme intime des phénomènes qui arrêtent la vie.

Absorption du plomb. — Du moment que le plomb est absorbé par les plantes en expérience, on doit trouver moins de plomb dans l'eau qui sort de l'appareil après avoir baigné les plantes; c'est ce qui semble avoir lieu en effet. Cette eau ne se colore plus que très faiblement par H^2S, beaucoup moins que celle que l'on recueille sans la faire passer sur les plantes. Dans une expérience il fallut ajouter à 500 centimètres cubes de la première eau, à peine colorée par H^2S, $1^{cc}1$ d'une solution d'acétate de plomb à 1/10,000^e pour obtenir exactement la même teinte que celle de 500 centimètres cubes de la deuxième eau. Le passage sur les plantes se manifestait donc par une perte de 0,22 milligrammes par litre, ou 0,22 millionièmes de plomb compté comme acétate, ou 0,14 millioniėmes de plomb métallique. La moitié seulement du plomb de l'eau avait donc été absorbée. Ceci n'est pas étonnant si l'on songe que les plantes absorbaient ce métal depuis le 21 janvier, c'est-à-dire depuis 40 jours. Elles avaient dû acquérir une certaine satu-

ration. Mais alors, des plantes neuves, placées depuis longtemps dans l'eau du laboratoire, devaient avoir absorbé la totalité du plomb de cette eau depuis longtemps. C'est ce que j'ai observé en effet. L'eau est puisée directement dans les cristallisoirs où végètent depuis quinze jours environ des plantes aquatiques diverses (*Ceratophyllum, Elodea, Potamogeton, Chara,* etc.).

Cette eau présente une teinte très légère, brunâtre, due aux matières humiques dissoutes. J'en mets 500 centimètres cubes dans deux vases de Bohême, toujours posés sur une feuille de papier blanc, et je fais passer un courant d'H^2S dans l'un des échantillons. La teinte n'augmente absolument pas, elle reste identique dans les deux vases. *Il n'y a donc pas trace de plomb dans l'eau qui a séjourné au contact des plantes aquatiques.* La même chose doit se trouver dans les eaux naturelles, mais je n'ai fait aucun essai à ce sujet.

Vitesse d'absorption du plomb. — Avec quelle vitesse le plomb est-il absorbé? Pour résoudre cette question, je place des plantes aquatiques nouvelles et vigoureuses (*Lemna trisulca*) dans une allonge de 500 centimètres cubes en verre, maintenue verticalement par un support. Le paquet de plantes pèse, légèrement pressé, mais humide, 12 grammes. L'ouverture inférieure de l'allonge est à demi-fermée et placée audessus d'un vase de Bohême destiné à recevoir l'eau filtrée sur les plantes.

1° — 500 grammes d'eau ordinaire sont versés par le haut et s'écoulent en *une minute* dans le vase inférieur. L'eau qui s'écoule ne se colore plus du tout par H^2S. Les *Lemna* ont enlevé tout le plomb. Pour lui donner une coloration équivalente à celle que prend l'eau non passée sur les plantes, il faut lui ajouter 2cc5 de la solution plombique à 1/10,000e. Ce qui correspond à 0,33 millionièmes de plomb métallique. Il a donc suffi *d'une minute* pour absorber la totalité du plomb; autrement dit l'absorption est à peu près instantanée.

L'expérience plusieurs fois répétée donne le même résultat.

2° — J'avais reconnu déjà que l'eau distillée, livrée au laboratoire, se colorait notablement en brun par H^2S. Elle contient du plomb ou du cuivre. Après qu'elle a passé sur les plantes précédentes dans l'allonge, aussi vite que précédemment, elle ne se colore plus du tout par l'hydrogène sulfuré.

Les plantes aquatiques essayées enlèvent donc très vite aux solutions plombiques très diluées les traces de métal qu'elles contiennent. C'est par ce procédé, qui me paraît particulièrement commode, que je me procurai désormais des eaux, naturelles ou distillées, ne prenant aucune coloration par H^2S. Ce liquide était ensuite additionné d'un volume déterminé d'une solution plombique titrée; de la sorte j'étais certain que la coloration obtenue ensuite était uniquement due au plomb ajouté. En préparant ainsi des solutions titrées à 2, 3, 5 dix-millionièmes d'acétate de plomb, je vis que l'absorption complète était aussi instantanée que précédemment; mais quand la solution plombique n'est plus si diluée que dans les cas précédents, l'absorption est moins rapide.

Dans une solution artificielle à 2 millionièmes d'acétate de plomb on trouva encore du plomb après son passage sur les plantes mêmes quand ce passage fut ralenti à dessein de manière à durer 7 minutes. Les deux cinquièmes seulement du plomb furent absorbés. Mais ceci tenait aussi à ce que plusieurs litres d'eau ordinaire, plombifère, avaient passé sur les plantes et leur avaient cédé leur plomb.

Lieu de l'absorption. — J'ai traité par l'hydrodène sulfuré un petit échantillon de ces *Lemna trisulca* qui avaient ainsi rapidement absorbé du plomb. Il a été possible de constater alors manifestement sur plusieurs racines une coloration plus ou moins foncée. C'était là que le plomb avait été principalement fixé. Il est intéressant de voir que le pouvoir d'absorption se trouve localisé dans la racine chez les plantes aquatiques, comme chez les plantes aériennes.

Résumé et conséquences. — La recherche attentive de la

cause qui pouvait amener le dépérissement des plantes aquatiques placées dans une eau renouvelée, a donc montré qu'il s'agissait d'un empoisonnement par le plomb. L'eau attaquait légèrement les conduites, et contenait une très minime portion de plomb dissous, 1 à 3 dix-millionièmes. Malgré la petitesse de cette dose, les plantes y ont été sensibles, et l'ont manifesté en dépérissant lentement. Le plomb se trouve fixé dans leurs tissus, principalement sur les régions âgées des racines. Des recherches secondaires, faites sur des plantes nouvelles, ont montré que l'absorption du plomb par la plante est instantanée quand la solution est très diluée, c'est-à-dire quand elle contient moins de 1 millionième de plomb.

Quelques conséquences intéressantes paraissent se dégager de ces observations.

D'abord, il est au moins curieux que ce soient de simples plantes, ordinairement vigoureuses et peu exigeantes, qui aient révélé l'altération de l'eau des conduites d'une ville par du plomb. Il y a là une surprise analogue à celle qu'éprouva Raulin quand il essaya de cultiver le *Sterigmatocystis niger* dans des vases d'argent, et que, n'ayant pu y réussir, il dut en conclure que l'argent était attaqué par le liquide de culture.

L'*Aspergillus* servait ainsi de réactif pour une proportion d'argent dissous infinitésimale, tellement faible que les réactifs ordinaires ne pouvaient le déceler [1]. Les *Lemna* et autres plantes que j'ai étudiées ont aussi, par leur mort, servi de réactifs indiquant l'existence d'un poison très dilué. Nous avons ici une nouvelle application de l'analyse chimique des milieux par les plantes. Mais il y a plus. Les plantes fixant ainsi certaines substances très diluées pourront sans doute servir aux chimistes pour retirer rapidement d'une grande masse liquide les traces de substances absorbables, que cette masse contient.

Au point de vue de la physiologie, il semble bien préférable

---

[1] Raulin, *loc. cit.*, p. 293.

d'étudier l'action du poison très dilués que celle des poisons en doses massives, comme on le fait trop souvent. La lutte dure beaucoup plus longtemps, il doit être possible d'en étudier les phases et le mécanisme avec plus de précision. Il y aurait donc lieu de faire cette étude plus en détail sur d'autres plantes, et avec d'autres substances. J'ai commencé cette étude, et j'espère pouvoir donner bientôt le résultat de mes recherches dans un mémoire plus complet que cette note où j'ai cru pouvoir négliger l'historique de la question.

Conclusions. — Cinq conclusions principales me semblent ressortir de ce qui précède :

1° *Il suffit d'une proportion très faible de plomb dans l'eau qui baigne les plantes aquatiques pour rendre ces plantes malades et les faire dépérir lentement. Telle est par exemple la proportion de 3 dix-millionièmes qui existe dans une eau passant lentement dans des conduites de plomb.*

2° *L'absorption est continue, de sorte que la plante accumule le poison,* et celui-ci doit être renouvelé dans l'eau pour y garder sa proportion.

3° *L'absorption est très rapide et pour ainsi dire instantanée.*

4° *Quand il n'y a que des traces de plomb* dans l'eau et que celle-ci passe au milieu d'une masse de plantes assez grande, *l'absorption parait absolument complète;* du moins autant que permet de le révéler la sensibilité des réactifs.

5° *L'absorption se fait surtout par les racines,* dans lesquelles il est possible de révéler directement le plomb. *Mais l'extrémité jeune de la racine ne fixe pas ce métal.*

Ces recherches ont été faites au laboratoire de physiologie végétale de la Faculté des sciences de Bordeaux. Les sujets expérimentés ont été présentés à la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux dans sa séance du 4 avril 1895, et l'influence de l'hydrogène sulfuré sur les plantes et sur l'eau du laboratoire a été montrée aux membres de la Société.

4
d
e
d
é
Il
d
c
m
o

r

l'
p
p
d

m
y

ta

q
gr
au

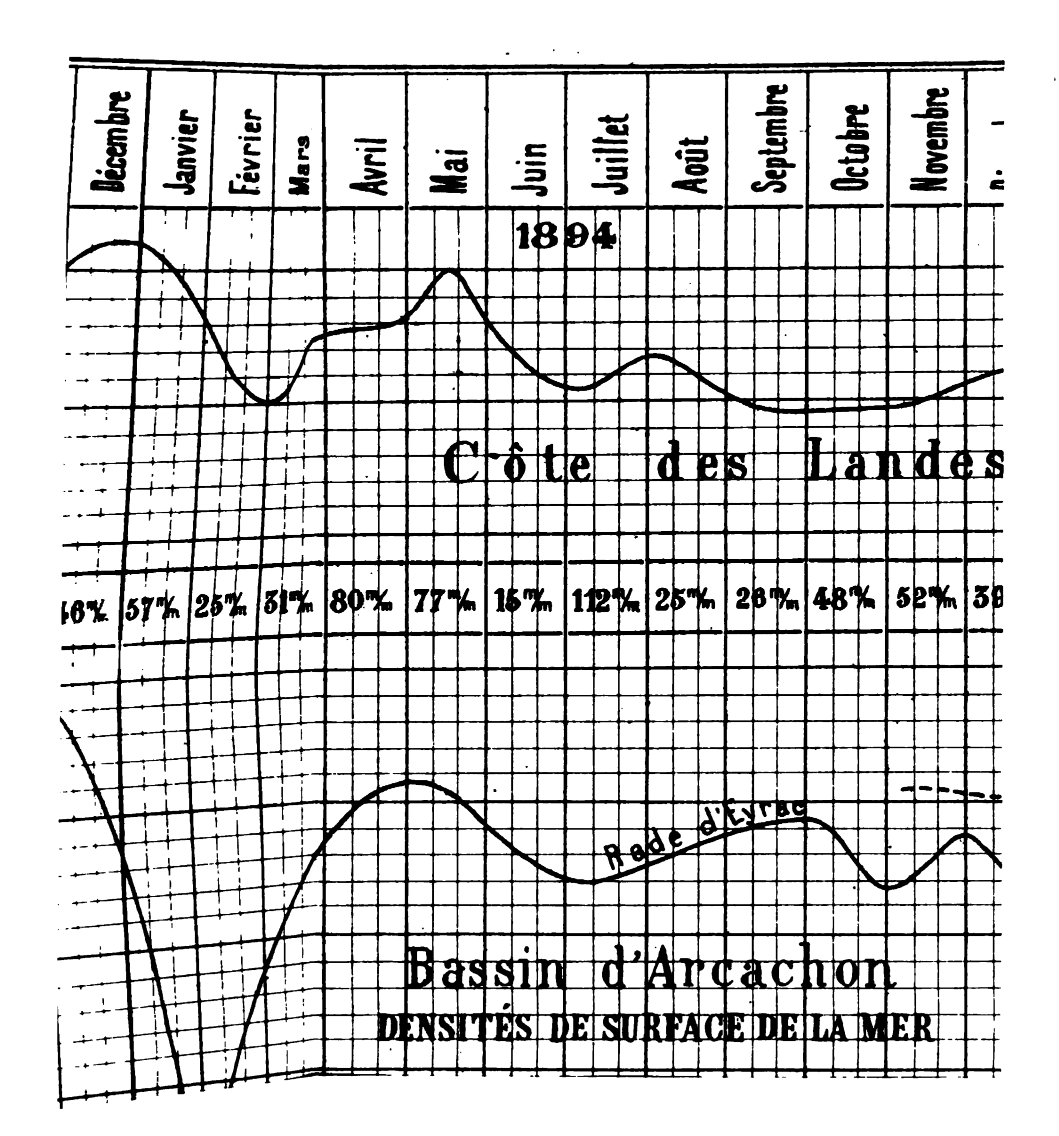
les
l'e

vé
ex
qu
et
du

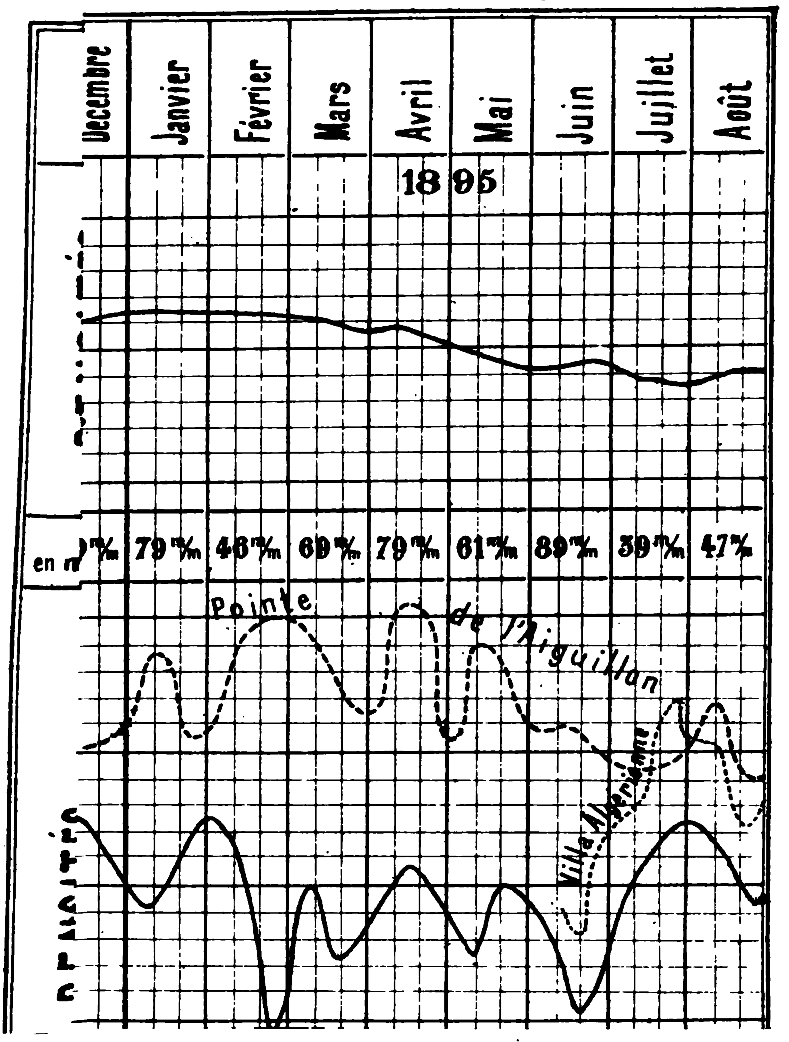
N° 1.	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Janvier	
PLUIES en millimètres	157 m/m	141 m/m	75 m/m	46 m/m	57 m/m	2

DENSITÉS 1030 1025 1020 — 1893

DENSITÉS 1030 1025 1020 1015



Décembre
Janvier
Février
Mars
Avril
Mai
Juin
Juillet
Août
Septembre
Octobre
Novembre
1894
Côte des Landes
57m/m
25m/m
31m/m
80m/m
77m/m
15m/m
112m/m
25m/m
26m/m
48m/m
52m/m
Rade d'Eyrac
Bassin d'Arcachon
DENSITÉS DE SURFACE DE LA MER


Decembre
Janvier
Février
Mars
Avril
Mai
Juin
Juillet
Août
18 95
en m
79 m/m
46 m/m
69 m/m
79 m/m
61 m/m
89 m/m
39 m/m
47 m/m
Pointe de l'Aiguillon
Villa Algérienne

DENSITÉS

DE

SURFACE DE LA MER

(Côte des Landes et Bassin d'Arcachon)

PAR M. HAUTREUX

Les observations de densité ont été faites, depuis deux ans, par le capitaine au long cours Durand, des *Pêcheries de l'Océan,* d'Arcachon. L'instrument dont on s'est servi est un *uromètre* de Bouchardat, réglé à la température de 15°. Les variations de la température de l'eau sont très régulières, et donneraient lieu à des corrections qui seraient plus faibles que les erreurs de lecture ; pour cette raison, les chiffres recueillis ont été inscrits tels qu'ils ont été lus sur l'instrument.

Rappelons que la température des eaux de la côte passe de 10° en hiver à 22° en été ; celle du bassin d'Arcachon passe de 1° en hiver à 26° en été.

La densité moyenne de l'eau de l'Océan étant 1027, les corrections à faire en raison de la température oscilleront entre 1026 et 1028 ; et lorsque l'instrument donne des chiffres notablement supérieurs ou inférieurs à cette moyenne, c'est que le facteur salinité se sera modifié de façon anormale pour des causes qui peuvent intéresser les êtres vivant dans les

eaux marines, et les inciter à se fixer ou à changer de milieu.

Cette étude se divise naturellement en deux parties :

1° La côte des Landes;

2° Le bassin d'Arcachon.

Côte des Landes.

Les observations ont commencé en septembre 1893, pendant une période très pluvieuse, et se continuent encore actuellement (novembre 1895). Il en a été pris de six à huit par mois. Nous donnons dans un tableau les maxima et les minima observés, et la moyenne arithmétique de toutes les observations du mois.

Sur ces chiffres, nous avons tracé un graphique qui montre les oscillations éprouvées par la densité sur la côte des Landes.

Des maxima notables se sont produits en décembre 1893 et en mai 1894, sans qu'on puisse nettement les attribuer à des excès de sécheresse, car il s'est produit d'autres périodes aussi sèches qui n'ont pas amené d'augmentation de la densité. A partir du mois de juillet 1894 jusqu'à l'automne actuel de 1895, la courbe des densités se maintient entre 1024 et 1026 presque sans variation.

Les modifications de la salinité dans les eaux côtières existent certainement, mais on ne peut encore les relier nettement aux variations de la pluviosité ou de la température. On ne peut pas non plus les attribuer à des directions anormales des vents, car l'étude de l'état atmosphérique de cette région nous a montré que si dans la matinée les vents sont variables en direction, on les trouve au contraire dans l'après-midi venant généralement du N.-W., depuis le mois de mars jusqu'au mois d'octobre.

Cependant nous allons voir, en étudiant les densités du bassin d'Arcachon, que des variations bien plus considérables se produisent dans la rade d'Eyrac, et que les époques des

maxima et des minima de la rade semblent précéder d'environ un mois les variations de même nature qui s'observent au large.

Cet intervalle peut paraître long; mais cependant nous rappellerons que, dans l'estuaire de la Clyde, la mer d'Aran n'éprouve les modifications ressenties dans le bassin de la Clyde qu'au bout de deux mois et demi.

Des expériences faites en diverses saisons sur les eaux inférieures jusqu'à cent mètres de profondeur ont toujours donné le chiffre de 1026, qui a été vérifié à la Faculté des sciences.

Les modifications de la densité sur la côte des Landes paraissent être superficielles.

Bassin d'Arcachon.

Les observations faites par le capitaine Durand ont commencé en décembre 1893, en rade d'Eyrac. Les dispositions premières n'ont pas permis de les multiplier autant qu'il était désirable; mais à partir de septembre 1894, ces observations furent faites chaque jour, au ponton des Pêcheries de l'Océan, à la pleine mer et à la basse mer.

A partir du mois de novembre 1894, le capitaine des douanes, M. Sansuc, fit recueillir les mêmes données à la pointe de l'Aiguillon.

En dernier lieu, en juin 1895, M. Brunen, à la villa Algérienne, commença une nouvelle série d'observations.

Ces observations locales du bassin furent enfin reliées, de temps en temps, avec les observations faites au large, comme il a été fait pour les températures, de manière à étudier comparativement les différentes parties du bassin entre elles et avec l'Océan.

Ces observations forment deux séries distinctes.

La première série, prise seulement en rade d'Eyrac, et à des heures quelconques de la marée, de décembre 1893 à sep-

tembre 1894, a montré qu'en ce point la densité éprouvait des oscillations considérables. On y a enregistré :

En décembre 1893	1030
En février 1894	1011
En avril 1894	1028
En septembre 1894	1020

Comme pour le large, ces oscillations durent plusieurs mois et, fait remarquable, se correspondent comme si elles étaient le résultat des mêmes causes. Seulement, les oscillations du bassin se produisent plus d'un mois avant celles du large.

La seconde série d'observations, prise chaque jour à la pleine mer et à la basse mer, a commencé le 20 septembre 1894 pour la rade d'Eyrac, le 1er novembre 1894 pour la pointe de l'Aiguillon, et le 20 juin 1895 pour la villa Algérienne.

Les graphiques journaliers, quelque intéressants qu'ils soient, demandent un développement beaucoup trop considérable pour être reproduits complètement; nous en donnons seulement deux exemples : février et juin 1895, et pour le reste, nous nous bornons dans le graphique général à donner les inflexions principales de ces courbes journalières.

L'aspect de ces courbes journalières est frappant : dans la rade d'Eyrac, la courbe des PM est constamment au-dessus de la courbe des BM; à la pointe de l'Aiguillon, il n'y a que de faibles différences entre les deux courbes et leurs tracés sont enchevêtrés, c'est-à-dire que la densité est tantôt plus forte, tantôt plus faible à basse mer qu'à pleine mer; à la villa Algérienne, il en est de même qu'à la pointe de l'Aiguillon.

De sorte que ces observations nous montrent clairement que les variations dues aux courants de marée se font sentir régulièrement dans la rade d'Eyrac, dans le grand chenal, où se déversent les eaux de la Leyre, tandis qu'elles sont insen-

sibles dans les parties du bassin qui sont situées hors de ce grand chenal.

En outre, les chiffres obtenus pour la pointe de l'Aiguillon et pour la villa Algérienne sont toujours supérieurs à ceux que donne la rade d'Eyrac; ils sont même généralement supérieurs à ceux que donnent les observations du large.

Ces faits démontrent la localisation des phénomènes dans les différentes parties du bassin. Ils nous apprennent que malgré le jeu des marées, et malgré les violents courants qu'elles engendrent, les eaux des diverses régions du bassin se cantonnent dans les parties avoisinantes, et ne se mélangent que difficilement les unes avec les autres.

Nous présentons dans un tableau, pour chaque point, les maxima et minima observés dans chaque mois, et la moyenne arithmétique de toutes les observations du mois. Dans le graphique, nous avons tracé seulement les oscillations principales des courbes de la marée basse, les chiffres de basse mer indiquant mieux les variations de la densité dues aux agents atmosphériques et aux phases lunaires. (Voir graphique n° 1.)

Densités de la surface de la mer.

	Septembre 1893	Octobre	Novembre	Décembre	Janvier 1894	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août
Côte des Landes												
Maxima	1027	1026	1031	1032	1030	1027	1028	1030	1031	1028	1028	1027
Minima	1023	1024	1029	1028	1028	1024	1025	1028	1027	1025	1025	1024
Moyenne	1025	1025,6	1029,4	1030,7	1029	1025,5	1026,2	1029	1028,9	1026,5	1026,8	1026
Bassin d'Arcachon — Rade d'Eyrac												
Maxima P. M.	»	»	»	1030	1027	1021	1022	1028	1025	1024	1026	1025
Minima B. M.	»	»	»	1020	1014	1011	1020	1020	»	1022	1021	1021
Moyenne	»	»	»	1025,7	1020,2	1016	1021	1024,1	1025	1022,5	1023	1023,7
Pointe de l'Aiguillon												
Maxima	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Minima	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Moyenne	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Villa Algérienne												
Moyenne B. M.	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Pluies à Bordeaux-Floirac												
En millimètres	157	141	75	46	57	25	31	80	77	15	112	25

	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Janvier 1895	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre
Côte des Landes														
Maxima	1026	1026	1026,5	1027	1026,5	1027,5	1026,5	1027	1026,5	1026	1024	1025	1024	1025
Minima	1024	1024	1023,5	1024,5	»	1026,5	1025	1025	1023	1023	1023	1024	1023	1024
Moyenne	1024,6	1025	1025,6	1025,7	1026,5	1026,8	1026,1	1026	1024,8	1024	1023,5	1024,6	1023,8	1024,5
Bassin d'Arcachon — Rade d'Eyrac														
Maxima P. M.	1027	1027	1026,5	1027	1027,5	1025	1025	1025	1025	1021	1025	1023	1025	1027
Minima B. M.	1020	1020	1020,5	1020	1020	1013,5	1016	1016,5	1016,5	1014	1017	1019	1018	1020
Moyenne	1024,1	1023,8	1023,9	1024,2	1022,9	1020,4	1020,4	1020,3	1020,6	1017,9	1020,2	1021	1021,2	1022,1
Pointe de l'Aiguillon														
Maxima	»	»	1028	1028	1030,5	1034	1030	1030	1031	1027,5	1025,5	1027	1026	1027
Minima	»	»	1023,5	1023	1023,5	1026	1026	1025	1025	1024	1024	1023,5	1024	1024
Moyenne	»	»	1025,5	1025,2	1027	1028,9	1027,8	1028,6	1027,1	1025,3	1024,6	1024,5	1024,5	1025,2
Villa Algérienne														
Moyenne B. M.	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1020,4	1024,3	1023,5	1024	»
Pluies à Bordeaux-Floirac														
En millimètres	26	48	52	39	79	46	60	79	61	89	39	47	14	127

C'est la rade d'Eyrac qui offre le plus d'intérêt dans cette étude, puisque c'est elle qui est le plus affectée par ces influences extérieures.

Du mois de septembre 1894 au mois de novembre 1895, dans la rade d'Eyrac de marée basse, on a observé :

Minimum absolu, le 24 février 1895......	1013,5
Maximum absolu, le 6 octobre 1894.......	1026

La densité moyenne de basse mer, à Eyrac, a été pour ces treize mois de 1021,6; et c'est dans le mois de juin 1895 que la salinité a été la plus faible. Nous donnons plus loin une analyse plus complète de ce mois de juin 1895, où la pluviosité avait été considérable pendant la première quinzaine.

Les tracés montrent bien le trouble que l'afflux des eaux douces amène dans le grand chenal au moment des périodes pluvieuses.

Pendant les périodes sèches, les minima de basse mer correspondent aux époques des pleines et nouvelles lunes; dans ces grandes marées, le niveau de basse mer étant très abaissé, amène un plus fort écoulement des eaux landaises.

Pendant les périodes pluvieuses, la densité décroît progressivement dans le chenal tant que dure la pluie; puis elle remonte assez vivement pendant les quadratures; mais ce n'est qu'après une quinzaine de jours de sécheresse et deux grandes marées que la densité remonte à son chiffre moyen.

Les modifications de la salinité dans le chenal sont donc le résultat des phénomènes atmosphériques et lunaires, dont les actions n'agissent pas toujours dans le même sens.

La pointe de l'Aiguillon et la villa Algérienne, qui se trouvent en dehors des grands courants, présentent des caractères absolument différents; non seulement les eaux douces des Landes ne viennent que rarement dessaler leurs eaux, mais encore les phases de la lune ne paraissent pas avoir d'action directe sur elles. Dans ces deux points, par temps de séche-

resse, la densité est supérieure à celle de l'eau de l'Océan voisin; et pendant les périodes sèches, l'allure des deux points est semblable; on remarque cependant qu'à la villa Algérienne, au moment des syzygies, la salure augmente, de même que la température de l'eau, pendant l'été, et probablement les deux faits sont connexes. Les grandes surfaces, découvertes à marée basse, facilitent l'échauffement et l'évaporation des eaux qui les recouvrent. C'est un fait tout local, mais ayant de l'importance pour les riverains pêcheurs ou pisciculteurs.

Les chiffres extrêmes qui ont été observés à basse mer sont les suivants :

Pointe de l'Aiguillon.	maximum, le 15 avril 1895..	1034
	minimum, le 20 août 1895..	1023
Villa Algérienne.....	maximum, le 23 juillet 1895	1027
	minimum, le 23 juin 1895...	1017

On voit par ces chiffres que la villa Algérienne, plus rapprochée du canal du Piquey que le canalette de l'Aiguillon ne l'est du chenal d'Eyrac, est aussi plus sensible aux périodes de sécheresse ou d'humidité; et que ces deux stations ont des caractères différents et spéciaux.

On peut dire que chacun des points du Bassin d'Arcachon a, tant au point de vue des densités qu'à celui des températures, une physionomie spéciale que chaque pisciculteur a intérêt à étudier.

Observations reliées. — Dans le but de déterminer la marche des salinités entre la rade d'Eyrac et l'Océan, il a été fait des observations reliées entre la rade et le large au même moment de la marée; ces observations ont été faites :

Le 14 juin 1895, à basse mer, en quadrature, après une période pluvieuse,

Et le 19 juin 1895, à pleine mer, vers la syzygie, après une période sèche de huit jours.

Bassin d'Arcachon. — Densités reliées.

1895	Pointe de l'Aiguillon	Rade d'Eyrac	Rade de Ferret	Grandes Dunes	Sémaphore	Barre extérieure	Côte des Landes au large
14 juin B. M..	1025	1016	1020	1023	1023	1024	1024
19 juin P. M..	1025	1022	1024	»	1026	»	1026

Voir graphique n° 2 et la petite carte d'Arcachon.

Ce graphique montre encore plus nettement que celui que nous ont fourni les températures, que la région comprise entre le cap Ferret et le Sémaphore est celle où s'opèrent les mélanges entre les eaux du bassin intérieur et celles de l'Océan. Tandis que du cap Ferret à la rade d'Eyrac, la salinité s'abaisse rapidement aussi bien à la fin du flot qu'à la fin du jusant.

Or, le 14 juin, pendant qu'en rade d'Eyrac le densimètre marquait 1016, il donnait à la pointe d'Aiguillon 1025.

La faiblesse de la salinité est donc confinée aux grands chenaux d'évacuation des eaux des Landes; elle ne s'étend pas sur les crassats et dans les canalettes. En sorte que dans les périodes de *doucin,* souvent funestes aux parqueurs, ce sont les parcs les plus voisins des chenaux du Teichan et du Piquey qui doivent souffrir le plus.

Les observations journalières ont montré que des variations très sensibles se produisaient d'un jour à l'autre, et que leur amplitude était plus grande en rade d'Eyrac qu'en dehors des grands chenaux. Pour apprécier ces variations et déterminer ainsi à quelle approximation peuvent se faire utilement ces observations, nous donnons les tableaux et graphiques les concernant pour les mois de février et juin 1895. (Voir graphique n° 3.)

Densités de surface de la mer.

DATES	Février 1895 — AU LARGE	Février 1895 — RADE D'EYRAC — P. M.	Février 1895 — RADE D'EYRAC — B. M.	Février 1895 — POINTE DE L'AIGUILLON — P. M.	Février 1895 — POINTE DE L'AIGUILLON — B. M.	Février 1895 — PLUIE (mm)	Juin 1895 — AU LARGE	Juin 1895 — RADE D'EYRAC — P. M.	Juin 1895 — RADE D'EYRAC — B. M.	Juin 1895 — POINTE DE L'AIG. — B. M.	Juin 1895 — Villa algérienne — B. M.	Juin 1895 — PLUIE (mm)
1	»	1024,5	1021,5	1026,5	1027	1	»	1023	1021	1026	»	13
2	»	1024	1022,5	1026	1027,5	»	»	1023	1021	1027	»	2
3	»	1024	1022	1025	1026	2	»	1024	1019	1026	»	11
4	»	1023	1020,5	1028,5	1030	»	»	1022	1020	1026,5	»	8
5	»	1023,5	1022	1030	1028	»	»	1021	1019	1026	»	3
6	»	1023,5	1022,5	1029	1030	»	»	1022	1016	1026,5	»	23
7	»	1024	1021,5	1028,5	1030	4	»	1020	1016	1026	»	2
8	1027	1023,5	1021	1027	1027,5	1	»	1020	1020	1026	»	1
9	1024	1023,5	1021	1029	1030	1	»	1020	1017	1025,5	»	9
10	»	1022,5	1021	1028,5	1029	»	»	1020	1017	1025,5	»	»
11	»	1025	1021,5	1030	1028,5	6	»	1024	1017	1025	»	4
12	»	1024,5	1021	1028,5	1028	4	»	1022	1017	1025	»	»
13	»	1024,5	1021,5	1027	1029	»	»	1020	1018	1024,5	»	»
14	»	1023,5	1021	1028,5	1030	»	»	1018	1016	1025	»	»
15	»	1024	1021,5	1028	1029	8	1023,5	1017	1015	1025,5	»	»
16	»	1024	1020,5	1029,5	1030	8	1024,5	1020	1016	1025	»	»
17	»	1023,5	1020,5	»	»	»	»	1021	1020	1025	»	»
18	»	1019	1014,5	»	»	»	»	1022	1020	1025	»	»
19	»	1019	1013,5	1034	1030	»	»	1022	1020	1024	»	7
20	»	1021	1016,5	1027	1029	»	1026	1020	1014	1024	»	5
21	1027	1021,5	1019,5	1030	1031	»	1026	1021	1015	1024	»	»
22	1026	1017,5	1015,5	1028	1030	»	»	1021	1019	1025	1019	»
23	1025	1024	1020	1027	1031	1	»	1020	1015	1024,5	1020	»
24	»	1020	1019,5	1028	1029	»	»	1018	1017	1025	1017	»
25	»	1020,5	1019	1029	1027	6	»	1019	1015	1024	1018	»
26	»	1021,5	1019,5	1031	1029	2	»	1021	1020	1024	1022	»
27	»	1020,5	1019,5	1027	1028	»	»	1021	1018	1024,5	1022	»
28	»	1023,5	1020,5	1029	1028,5	»	»	1022	1021	1025	1022	»
29							»	1020	1019	1024	1022	»
30							»	1020	1019	1024	1022	»
Moy.	1025,5	1022,6	1018,2	1028,8	1029,1	46	1025	1020,8	1017,9	1025,1	1020	89

En février, les froids furent intenses, et il tomba peu de pluies; les densités furent très fortes à la pointe de l'Aiguillon, et aussi en rade d'Eyrac.

En juin, il y eut de fortes pluies dans la première quinzaine du mois, et les chaleurs commencèrent vers le 20.

En février, l'eau de mer du large marquait 1026. Les densités de la pointe de l'Aiguillon sont constamment au-dessus de ce chiffre. Celles de la rade d'Eyrac sont au contraire très inférieures, surtout à la fin du mois, au moment où la température de l'eau n'était que de 1°. Il semble qu'à ce moment il y ait eu, vers le ponton des pêcheries, un afflux d'eau douce amené par la persistance des vents d'Est.

En juin 1895, l'eau du large marquait 1025. Les densités de la pointe de l'Aiguillon éprouvent à peine quelques variations journalières; elles s'abaissent de 1026 à 1024 sous l'influence des grandes pluies de la première quinzaine. Celles de la rade d'Eyrac éprouvent des soubresauts considérables et s'abaissent progressivement jusqu'au 20 juin sous l'influence des pluies, où elles marquent de basse mer 1014.

Les densités de la villa Algérienne, station voisine du chenal du Piquey, montrent aussi l'irruption momentanée des eaux douces du 22 au 24, puis une fixité remarquable dans les derniers jours du mois.

Les observations ultérieures, jusqu'au milieu d'octobre, montrent que les densités se rapprochent des chiffres obtenus à la pointe de l'Aiguillon sans éprouver les grandes oscillations de la rade d'Eyrac.

Ces oscillations, dans la rade d'Eyrac, nous paraissent tenir à ce que le volume des eaux douces qu'apporte la Leyre est trop faible pour remplir la largeur du chenal. Les difficultés de mélange des eaux douces et des eaux salées sont connues; la petite rivière, en arrivant sur la rade, poursuit son cours en divaguant d'une rive sur l'autre, suivant les impressions diverses des vents régnants et des rives conductrices sous-marines.

En résumé, ces observations sur les densités complètent les renseignements donnés par l'étude des températures; elles montrent que dans un bassin, qui communique cependant si largement avec l'Océan, il existe des différences sensibles dans la salure de points même très voisins les uns des autres.

Les dispositions du sous-sol marin et la direction des vents produisent des divagations des courants de marée.

Les eaux se cantonnent dans les chenaux profonds et y oscillent comme si elles étaient renfermées dans un corps de pompe à plusieurs branchements.

C'est dans la partie comprise entre la rade du cap Ferret et

celle du Sémaphore que se font les mélanges des eaux du bassin intérieur avec celles de l'Océan; à la bouée extérieure, les eaux sont purement océaniennes.

Les chenaux d'Eyrac et du Piquey reçoivent le contingent des eaux douces provenant de la Leyre et de la décharge des étangs de Lacanau et d'Hourtin; ces volumes d'eau, insuffisants pour remplir la largeur des chenaux, y oscillent et produisent de brusques variations dans la salure. Les canaux latéraux ne reçoivent pas directement ce tribut des eaux landaises; les eaux de marée qu'y amène le flot se sursalent dans les régions qui ont été soumises pendant plusieurs heures à l'évaporation solaire.

Dans les canalettes, la densité est plus forte que dans les grands chenaux; de même la température de l'eau y est plus élevée pendant l'été et plus basse pendant l'hiver que dans les grands lits de courants.

Le chenal d'Eyrac forme un véritable estuaire dans l'intérieur du bassin; c'est la prolongation, au milieu des eaux marines, du cours de la Leyre; et comme les mélanges se font lentement, ces eaux douces, suivant leur abondance, modifient brusquement les salures de cette rade.

Nous espérons que ces observations seront utiles aux ostréiculteurs et aux pisciculteurs du bassin.

RECHERCHES

SUR

L'AFFINITÉ CHIMIQUE

PAR M. A. FIGUIER

Communiqué en séance du 25 juillet 1895.

L'affinité chimique, c'est-à-dire la résultante des forces qui entraînent les actions chimiques, suppose entre les éléments en présence un ensemble de mouvements invisibles, tendant vers de nouveaux équilibres moléculaires permanents, et spécifiant chacun un corps déterminé.

Les forces physiques qui ont concouru à édifier un système chimique — un composé défini — peuvent aussi le renverser, disperser ses débris, en agissant dans d'autres conditions, suivant des intensités différentes. C'est ce qui a lieu pour la chaleur provoquant l'oxydation du mercure ou bien la réduction de ses oxydes.

L'affinité s'exerce sur des atomes qui échappent, isolément, à toute observation immédiate. Aussi, faute d'une base suffisante, son étude présente d'inévitables lacunes, auxquelles on ne peut tenter d'obvier, en partie, que par voie d'induction et d'hypothèses.

Les équivalents ou les poids atomiques représentent des quantités égales, ou en rapports simples, de forces vives : la loi des proportions multiples semble bien l'indiquer, et laisse entrevoir, en outre, l'existence possible de combinaisons nombreuses, en dehors des limites de saturation aujourd'hui admises.

C'est avec le magnétisme surtout, dont le mode d'action se révèle directement, au moins dans ses effets extérieurs, que l'affinité offre le plus de relations. Sans vouloir rechercher si les phénomènes qui procèdent de ces forces s'accomplissent suivant un mécanisme semblable, on peut cependant les mettre en parallèle. Les analogies les plus étroites apparaissent alors entre les conditions qui les règlent ou les modifient.

La notion actuelle de l'atomicité, qui traduit simplement pour chaque atome le nombre, variable parfois, de ses centres d'attraction chimique, conduit à ce rapprochement qui permet de mieux saisir quelques faits encore un peu obscurs, et indique à l'expérimentateur un sens bien net.

Les aimants ont en général deux pôles inégaux qui s'influencent mutuellement, suivant leur distance réciproque.

Si on les divise en menus fragments, l'un des deux pôles prépondérant restera seul efficace; chaque parcelle devra constituer un aimant unipolaire.

Par contre, si un barreau est suffisamment long, quel que soit son mode d'aimantation, il offrira dans ses parties médianes des points conséquents. Ces centres secondaires d'attraction, toujours plus faibles, se montrent surtout dans une chaîne d'aimants fixés, bout à bout, par leurs pôles contraires. On peut, dans quelques circonstances, en faire varier le nombre et l'intensité.

Les points conséquents s'affaiblissent dès qu'on réunit les pôles extrêmes, ou qu'on en détourne les effets à l'aide d'armatures. Ils disparaîtront les premiers sous l'action d'une cause quelconque de désaimantation, telle que la chaleur. Ils pourront, dans ce cas particulier que vérifie l'expérience, apparaître de nouveau par le refroidissement. Leur nombre, leur activité, seront liés, par conséquent, à un état thermique.

Les atomes se comportent de même. Par exemple, le fer est diatomique dans ses composés au minimum où figure un seul de ses atomes; en se soudant, deux atomes de fer donnent une molécule hexatomique, ce qui fait considérer nécessaire-

ment chacun de ses atomes comme tétratomique. L'atome de fer, en principe, doit posséder quatre ou six centres d'attraction; deux seulement peuvent agir dans les conditions où prend naissance un composé ferreux dont la tendance à s'oxyder, à former des combinaisons moléculaires, à fixer de l'eau de cristallisation, démontre bien l'efficacité ultérieure de *points conséquents chimiques.*

Dans une chaîne chimique, le nombre de centres d'attraction, la valence, en un mot, augmente, suivant une loi déterminée, avec le nombre d'anneaux. Plus la charpente d'un édifice chimique est compliquée, et plus il admettra de matériaux, mais il deviendra aussi plus fragile.

Si l'on parvient pour le fer, et d'autres corps simples, à réunir par soudure un nombre plus considérable d'atomes, comme on le fait pour le silicium et le carbone, il est probable qu'on arrivera à des groupes d'une valence élevée. L'extraordinaire multiplicité et la complication des composés organiques enlèvent à cette supposition ce qu'elle peut offrir de trop gratuit.

On comprend, toutefois, que l'application de procédés autres que ceux ordinairement usités au laboratoire puisse être indispensable.

Une molécule incomplète, en se saturant, peut se dédoubler. par suite de l'atténuation des points de soudure. Elle se scindera en tronçons plus stables, à leur tour non saturés, mais vers lesquels tend la réaction.

Ainsi, le fer est hexatomique dans l'anhydride FeO^3. Dans ses composés au maximum, il se comporte comme tétratomique; enfin il est diatomique seulement dans les composés où ses *pôles* chimiques sont le plus puissants.

Le chlorure ferrique Fe^2Cl^6 est saturé de fer, et pourtant sa molécule peut être envisagée comme incomplète.

Or, si on le met en contact avec un excès de son propre métal, il en résultera trois molécules séparées de chlorure ferreux $FeCl^2$.

La surcharge est trop forte, dans les conditions actuelles, pour le maintien de la soudure du *ferricum*, Fe^2.

Dans les phénomènes de substitution, si l'élément introduit constitue une charge plus grande que celle formée par l'élément dont il a pris la place, et exige l'effort tout entier du centre attractif sur lequel il se fixe, les atomicités secondaires de la molécule initiale, transformée il est vrai, deviendront inactives : soit du sulfate de soude abandonnant son eau moléculaire après substitution du baryum au sodium.

La chaleur, à partir d'une certaine limite, a pour effet de rendre un aimant inerte, d'une façon permanente ou passagère, suivant la nature de sa substance.

La température s'élevant par degrés successifs, les pôles secondaires moins puissants abandonnent les premiers leur charge, comme il a déjà été dit : il y a *dissociation magnétique* partielle; plus tard, la dissociation sera complète, par suite de la disparition totale ou tout au moins de l'affaiblissement plus prononcé des pôles.

Dans les mêmes conditions, une chaîne d'aimants se divisera en parties distinctes, et finalement en ses anneaux élémentaires. Suivant un ordre inverse, l'état primitif doit se reconstituer, si le magnétisme réapparaît par le refroidissement et si les pôles se retrouvent en présence de leurs charges respectives.

La chaleur agit de même sur les atomes; elle divise et peut réduire, en ses éléments simples, une chaîne chimique d'autant moins résistante que ses points conséquents satisfaits sont plus nombreux.

Il est clair que celle-ci ne pourra se former dans les conditions thermiques, ou autres, provoquant un ébranlement atomique capable de la détruire.

Lorsqu'une molécule se forme rapidement, sa température primitive peut se trouver assez élevée pour que les pôles secondaires qu'elle comporte apparaissent seulement après qu'elle s'est refroidie; alors elle cesse d'être saturée; elle a

une tendance à la condensation, et attire, s'il y a lieu, de nouveaux éléments, l'eau de cristallisation, l'oxygène de l'air. Cet effet consécutif, dû à une faible attraction, s'accomplit relativement avec lenteur, et, ce qui la rend possible, sans que la molécule, en se compliquant, puisse s'échauffer beaucoup.

On se rend compte ainsi de l'atomicité variable de divers atomes, du fer et de ses congénères, de l'azote, du phosphore, de la constitution des sels hydratés, de quelques sels doubles, et des autres combinaisons, dites moléculaires, dont les termes les plus élevés sont justement les moins stables. En effet, les centres d'attraction qui en retiennent les parties dissemblables ne sont pas identiques, et résistent inégalement aux agents extérieurs.

En s'échauffant graduellement, si, à un moment donné, un aimant supporte le maximum de charge (1), sous une masse unique, le moindre excès de chaleur la lui fera abandonner, à moins qu'on ne compense, au fur et à mesure, sa déperdition de force par une pression équivalente convenablement dirigée, ou bien qu'on ne diminue cette masse dans le même rapport.

La même chose se passerait pour deux aimants en contact mutuel.

Un composé chimique est assimilable à un pareil système dans lequel les atomes que l'on peut considérer comme opposés, ou en équilibre de mouvement autour de centres déterminés, figurent des aimants, simples ou multiples, et leurs armatures.

La dissociation chimique, la dissociation physique sous ses diverses formes, la vaporisation, la volatilisation des solides, se rattachent à un ordre semblable d'idées, et s'expliquent ainsi très aisément, par analogie, d'après cette théorie, qui s'en trouve même fortifiée.

La tension de dissociation, correspondant à chaque degré de

(1) Correspondant à sa température.

chaleur, mesure l'intensité perdue par l'attraction moléculaire ou atomique.

La cohésion paraît dépendre de centres d'attraction secondaires bien plus faibles que les centres d'attraction spécifiant l'affinité.

L'eau, d'après les expériences de M. H. Sainte-Claire Deville, ne se dissocie chimiquement qu'à une température fort élevée : elle peut bouillir à une basse température.

Des irrégularités apparaissent forcément dans la courbe des tensions de dissociation des composés moléculaires, tels que certains hydrates dont les molécules d'eau se trouvent distribuées, sans doute, sur des centres d'attraction inégaux.

Dans quelques cas, la dissociation peut être brusque : une masse d'eau surchauffée se réduira subitement en vapeur, si le vase qui la contient vient à céder.

On comprend, de cette façon, la force d'expansion énorme qui accompagne l'explosion des chaudières à vapeur.

Des composés fulminants dont l'équilibre est instable fusent à l'air libre, surtout quand ils sont mélangés avec des matières inertes qui ne les laissent s'échauffer que de proche en proche, alors qu'ils détonent violemment dans des espaces restreints où, subissant d'abord une décomposition partielle, ils éprouvent une résistance initiale qui permet à la masse entière de s'échauffer, pour perdre d'un coup ses attaches, dès que la résistance est vaincue.

D'une manière générale, toute force capable de transmettre de l'énergie aux corps mis en présence les prédisposera à réagir, et déterminera même leur combinaison.

Leur état physique les rend déjà plus aptes à céder ou à résister.

Le magnétisme agit sur la densité d'un corps.

La trempe, l'écrouissement dû à une action mécanique, produisent le même effet.

Les modifications allotropiques, quelle que soit leur origine, enfin toute cause entraînant un nouvel arrangement molécu-

laire chez un corps, fera varier aussi ses aptitudes chimiques.

En somme, les conditions auxquelles l'affinité se trouve soumise sont multiples, et sous la dépendance, à la fois, de forces physiques et mécaniques.

Il est inutile, pour le moment, d'insister davantage sur ce sujet, qui, toutefois, comporte d'autres développements.

Les corps simples ont été classés suivant le rang qu'ils occupent dans l'atomicité.

On doit considérer, d'après ce qui précède, qu'il faut apporter quelques restrictions à cette classification basée sur l'ensemble de composés obtenus, sans tenir compte, dans l'acte chimique, des conditions thermiques ou autres influençant la molécule.

L'atomicité d'un élément, telle qu'on l'admet aujourd'hui, ne peut représenter qu'un *minimum,* puisque de nouveaux centres d'attraction se révèlent après que s'est dissipée la chaleur chimique représentant l'élimination d'un excès d'énergie.

On peut mettre à profit ces pôles secondaires chimiques, comme je l'ai fait, dans le but d'obtenir des composés nouveaux plus complexes, en favorisant les mouvements atomiques, rendus plus libres; en déterminant, si l'on accepte cette hypothèse, le départ immédiat de l'excès d'éther détaché des atmosphères initiales des molécules primitives, et dont les mouvements, corrélatifs des leurs, radiant sur place sous *forme de chaleur,* enrayent, dans les conditions ordinaires, la molécule naissante, et limitent, pour le moins, son atomicité effective. Tout se réduit à un changement de modalité.

La force vive perdue dans le conflit chimique, au lieu de se dépenser intégralement sous forme de chaleur, et de lumière même, s'écoulera plus aisément au dehors à l'aide d'un dispositif très simple, sous forme de *flux voltaïque.*

La modalité, réversible, que prend l'énergie libre, dépend de la nature du milieu qui lui présente le meilleur point d'appui : elle paraît se modifier en entier, ou partiellement, suivant les résistances qu'elle rencontre.

La méthode que j'emploie est la suivante : Je fais agir un métal sur une solution dans laquelle plonge un charbon de cornue rendu impolarisable en l'imprégnant de mousses métalliques, ou mieux charbonneuses.

En réunissant extérieurement par des réophores le métal et le charbon, on a ainsi un couple constant, à un seul liquide, dont l'effet est des plus réguliers, et qui fonctionne jusqu'à épuisement de l'action chimique.

J'ai fait connaître, depuis longtemps [1], les modes de préparation de ces charbons, que certains industriels, peu scrupuleux ou inconscients, ont voulu s'approprier récemment — bien qu'ils aient figuré, en outre, à l'Exposition générale de Bordeaux en 1882, et à l'Exposition universelle de Paris en 1889.

Je ne reviendrai pas sur la théorie que j'en ai donnée ; je rappellerai seulement qu'en activant, le plus possible, l'évolution du courant voltaïque issu d'une action chimique, ils peuvent la rendre possible dans bien des cas, à la température ordinaire, en laissant à toutes les atomicités leur efficacité complète.

Ces couples sont des transformateurs d'énergie réalisant les conditions énumérées plus haut, nécessaires pour saturer, après coup, les polarités chimiques non satisfaites.

Mes charbons empêchent, en grande partie, l'adhérence des dépôts insolubles et favorisent le départ du gaz résiduel.

J'ai indiqué leur emploi pour la construction de voltamètres et d'accumulateurs, et en particulier pour l'électrométallurgie [2].

En raison de leurs pointes déliées qui facilitent l'écoulement de flux exubérants de chaleur, électricité, lumière, ils laissent moins de prise à leur action détériorante par arrachement.

---

(1) *Recueil de médecine et de pharmacie militaires*, 1870, t. XXIV, 3e série, p. 442.

(2) Brochure imprimée, 1882. Congrès scientifique de Grenoble, 1885, t. I, p. 115.

Gêner l'évolution du courant issu d'une action chimique sera évidemment gêner celle-ci, annihilée souvent par la simple ouverture du circuit.

J'ai observé que certains métaux, tels que le mercure, l'argent, pouvaient rester indemnes, après plusieurs mois consécutifs de contact simple avec diverses solutions salines, et qu'ils leur abandonnaient, peu à peu, de leur substance en circuit fermé.

Il vaut mieux la fermeture directe par les rhéophores seuls que par le sol, exigeant, dans la pratique, une plus grande étendue de fil intermédiaire conducteur : la résistance est moindre.

La faculté qu'on a de rapprocher les lames polaires et de les mettre intérieurement presque en contact immédiat, rend insignifiantes les résistances du couple qui fonctionne isolément, sans l'intervention d'une force auxiliaire.

On suit mieux ainsi, pour cette étude, le jeu spontané des affinités libres en présence.

L'action est favorisée, cependant, par l'association en tension de couples identiques, présentant, par conséquent, chacun la même force électromotrice, et donnant lieu, probablement, par suite de leurs mouvements intimes, au départ d'ondes chimiques concordantes dont le courant ne serait, en quelque sorte, que la continuation au dehors.

Un couple épuisé, un couple étranger intercalé dans la batterie, en offrant une résistance trop grande, fonctionneront inversement, en devenant le lieu d'une décomposition électrolytique, dans le circuit général.

La manifestation au galvanomètre d'un courant issu du couple est l'indication d'une action chimique.

Très faible généralement lorsqu'on agit sur une molécule, en apparence, saturée, cette action durera alors plusieurs mois, plusieurs années même, comme je l'ai observé.

On constatera le courant, après interruption momentanée du circuit, en observant toutes les précautions que j'ai indiquées

dans la précédente communication, sur le *coup de fouet* voltaïque, pour obvier aux diverses causes d'erreur.

Les effets obtenus en vase clos, et au contact de l'air, pourront différer entre les mêmes éléments mis en présence.

Dans ce dernier cas il y aura, bien des fois, entraînement de l'oxygène, de l'acide carbonique extérieurs, qui se fixeront, pour la compliquer, sur la nouvelle molécule; le courant s'en trouvera augmenté.

La séparation du composé obtenu ne laisse pas que de présenter, pour certains, quelques difficultés.

Il peut être instable et sa solution s'altérer rapidement au contact de l'air. Celle-ci, évaporée dans le vide par distillation à froid, abandonnera des cristaux qu'il faudra égoutter et sécher dans une atmosphère d'hydrogène. Cela se montre entre autres pour les corps résultant de l'action du fer sur un sel haloïde.

Il peut se dissoudre, au fur et à mesure qu'il se produit, dans l'excès du sel initial qui s'en saturera progressivement, en apportant une résistance croissante à sa formation, dans ce cas, nécessairement limitée.

Les cristaux recueillis offriront un mélange du sel primitif intact et de son dérivé simple, isolé, ou uni avec celui-ci sous forme de sel soluble, s'ils sont isomorphes.

L'addition d'eau à la liqueur mère peut encore dissocier ou précipiter le dérivé simplement soluble dans la solution concentrée du sel primitif.

Lorsqu'il s'est accompli une combinaison purement moléculaire, l'action seule de la chaleur sur sa solution peut la dissocier.

La rupture des attaches aux points conséquents, ou d'atomicité secondaires, sous l'influence de la température, se révèle ici; de même que les irrégularités dans les courbes de solubilité de divers sels traduisent la dissociation successive de leurs hydrates. La dessiccation à feu nu a donné lieu parfois à des décompositions fulminantes, bien que les éléments employés n'aient laissé prévoir cet effet.

Quand l'oxygène de l'air intervient, ou bien lorsque l'eau de la dissolution est décomposée, on peut en induire, *a priori*, que c'est un oxyde qui s'est introduit dans la molécule primitive.

On peut obtenir, il est vrai, dans des cas nombreux, l'introduction directe d'un oxyde, ou d'un de ses congénères déjà formés, dans une molécule saline, qui s'en trouvera modifiée.

On doit considérer, cependant, que ce phénomène rentre dans la classe générale de ceux que j'indique et qui, en plus, s'accompagnent de la formation synthétique de l'élément introduit.

Lorsque le métal intervient isolément, il y a lieu d'invoquer les considérations précédentes sur l'atomicité. Pour quelques corps, le départ de l'hydrogène peut être attribué à un phénomène de substitution; par exemple : l'action de l'étain sur le sulfhydrate d'ammonium.

On conçoit qu'une chaîne chimique formée par un oxyde diatomique, ou qu'un atome diatomique, puissent s'intercaler dans une molécule comme un coin, s'encastrer entre ses deux tronçons, le tout restant uni, pour constituer le composé nouveau. Le mécanisme est le même que celui de l'accumulation d'atomes identiques ou différents, de sélénium ou de soufre, comme on le constate dans la série thionique. Mais, s'il s'agit de l'argent introduit dans du chlorure de sodium, ou les autres haloïdes alcalins, les trois atomes formant la nouvelle molécule ne peuvent plus être envisagés, séparément, comme monoatomiques, suivant leurs allures ordinaires.

Certains composés obtenus laissent bien entrevoir la triatomicité de l'iode, la diatomicité de l'argent : on ne saurait s'appuyer sur des faits actuellement isolés, exceptionnels, sans en discuter l'origine, afin d'en découvrir la clef.

Toujours est-il que la méthode que j'emploie permet de préparer, en confirmant les données théoriques qui m'ont servi de guide, des genres nouveaux de composés, dont la constitution s'éloigne de celle des sels doubles, ou mixtes, et qui se rapprochent plutôt de celle des cyanures polyatomiques.

Le métal introduit ne donne plus ses réactions analytiques distinctives; il est plus ou moins *dissimulé* dans le composé dont la physionomie est souvent changée; et il arrive même qu'il soit nécessaire de le détruire par l'eau régale, ou l'action de la chaleur, pour retrouver l'élément cherché.

J'en ai donné des exemples dans la communication orale que résument ces lignes. Plus tard, j'en montrerai d'autres dans diverses séries.

J'ai cité, à l'appui, le dérivé mercuriel de l'hyposulfite de soude que décompose la lumière, dont l'action, par ses effets généraux, se rapproche de celle de la chaleur.

Les cristaux deviennent rouge brun dans leur masse, jusqu'à une certaine limite. La partie colorée, formant écran, garantit les couches plus profondes.

Leur solution, qui ne donne aucune réaction du mercure, noircit par une ébullition prolongée. Ils sont très riches en mercure.

Quant à leur constitution véritable, on pourrait les considérer comme une combinaison moléculaire de sulfure de mercure avec le sulfite provenant de l'hyposulfite initial réduit.

Le sulfure mercureux, peu stable à l'état libre, se dissout à froid dans le sulfite neutre de soude, directement, et la solution incolore précipite en noir par l'ébullition.

Ce n'est là, pour le moment, qu'un rapprochement, mais qui indique la formation possible de composés complexes par l'introduction, directe ou à l'état naissant, dans le radical non au maximum, acide ou basique, d'une molécule déjà définie, d'éléments tels qu'un sulfure, un séléniure et autres similaires.

L'introduction du métal isolé dans un sulfite, qui ne contient qu'un atome de soufre, ne permet pas de donner au dérivé ainsi obtenu une constitution semblable. De même pour ses analogues. Il possède une structure propre, bien qu'il puisse former avec l'excès du sel initial un composé double.

Pour agir plus vite, je remplace souvent la forme de couple voltaïque de mes appareils par un dispositif plus simple d'actions locales.

Des menus de graphite rendus impolarisables, bien purifiés, sont mélangés à de la grenaille ou à des fragments quelconques du métal, et le tout est introduit dans la solution chimique, contenue dans un matras bien bouché, ou communiquant avec l'air par un tube adducteur. Ce dernier, en plongeant extérieurement dans une auge surmontée d'une couche d'huile d'amande, permet de clore l'appareil et de donner issue, s'il y a lieu, au gaz résiduel.

Une légère chaleur, dans quelques cas, peut aider la réaction.

On augmente ainsi aisément, dans un espace restreint, les surfaces du métal et du charbon polaires, mais le courant, noyé dans la masse du liquide, n'indique plus la fin de l'opération. Il sera utile d'en prélever, de loin en loin, de faibles quantités, pour en faire l'essai successif dans un petit couple à part.

Le charbon du *couple local,* qui peut être représenté par un oxyde conducteur, en contact simultané avec le métal et le liquide, transforme et dissipe, en dehors de la. molécule, l'excès nuisible d'énergie chimique dont la modalité est changée.

Les conditions voulues sont encore satisfaites.

Dans le phénomène de la rouille du fer, de l'oxydation spontanée d'autres métaux exposés à l'air humide, et dont la raison ascendante est rapide, on verra un mécanisme semblable.

De pareilles conditions doivent se présenter fortuitement dans les profondeurs du sol, où un filon métallique partiellement recouvert d'oxyde, de substances charbonneuses ou autres, conductrices et inattaquables, éprouve le contact des eaux souterraines chargées de divers matériaux en solution.

Des composés analogues à ceux que je signale, et provenant de cette origine, peuvent se rencontrer dans des eaux

minérales, dont l'action spéciale et énergique sur l'économie animale est bien prouvée, et dont la reproduction synthétique, d'après les données ordinaires de l'analyse, est inefficace.

Les métaux et autres corps peuvent s'y trouver sous la forme des composés que j'obtiens, et échapper aux recherches du chimiste non prévenu.

L'eau régale, la calcination, en dissociant la molécule dans le résidu desséché, permettront d'en retrouver les véritables éléments.

L'instabilité dans certaines circonstances, de divers composés obtenus comme il a été dit plus haut, explique un fait singulier à première vue : la durée excessive du courant qui accompagne leur libre formation.

De nombreux couples, de différente nature, ont fourni un courant pendant plusieurs années consécutives, au delà, sans doute, du terme suffisant pour épuiser l'action chimique mise en œuvre.

Un de ces couples, portant la date de 1877, est formé par une lame de cuivre rouge, traversant par un bout le couvercle du vase, et repliée en U à l'intérieur, autour du charbon polaire en graphite carbonisé.

Le liquide actif a été composé avec du chlorate de potasse pur en solution aqueuse.

Ce couple est bien clos, parfaitement étanche contre l'action de l'air extérieur. Il avait été laissé dans l'encoignure d'une étagère.

Actuellement, la liqueur est d'un vert pâle. La lame de cuivre, très nette, montre, mais exclusivement sur la face qui est opposée au jour, des cristaux brillants de cuivre, d'une largeur de 1 à 2 millimètres, d'apparence cubique et fixés isolément sur la lame, en croissant, en nombre et en grosseur, depuis sa partie médiane jusqu'au bord vertical le mieux éclairé.

D'autres se sont détachés et reposent parmi des cristaux salins.

Ils ont dû se former par réduction du dérivé cuprique, sous l'influence de la lumière.

Le couple, essayé dernièrement accusait, après ouverture momentanée du circuit, un courant à peine sensible. Il avait été maintenu plusieurs heures dans un endroit peu éclairé.

Laissé en relation avec le galvanomètre, il a été placé ensuite sur le trajet d'un rayon de soleil, dont l'action, rendue intermittente à l'aide d'un écran mobile et accompagnant les oscillations de l'aiguille, imprimait à celle-ci, par impulsions successives, un écart assez étendu.

L'ouverture et la fermeture concordantes du circuit produisent le même effet, en laissant agir la lumière sans interruption.

Cette méthode permet d'opérer avec un instrument peu sensible.

Le courant s'est montré de sens normal.

Après insolation, soustrait à l'influence directe du soleil, mais laissé exposé à une lumière diffuse assez intense, ou placé à l'ombre, le couple a produit aussitôt un courant inverse.

Ainsi donc, suivant les circonstances, la lumière agit différemment.

Peut-être y a-t-il simplement, dans une première phase, accumulation d'une certaine énergie, se dissipant une fois en dehors de la radiation directe qui l'a transmise, ou par l'affaiblissement de celle-ci, pour produire une action contraire.

Ces effets, presque instantanés, varient d'intensité avec l'état du ciel ou l'heure de la journée. Ils ne paraissent pas dus à l'influence de la chaleur, car l'approche d'un fer chaud, à peu près au contact du couple, n'a pas modifié sensiblement le courant.

Ils indiqueraient plutôt, sauf l'interprétation ci-dessus, l'action chimique de sens opposé, au moins dans le cas particulier, de diverses radiations, qu'il faudrait disperser à l'aide d'un prisme, en isolant les rayons de chaleur, pour les examiner à part avec certitude.

La lumière solaire tamisée à travers la brume est d'un effet

nul, ou d'un sens variable, suivant l'épaisseur de la couche interposée.

Il ressort de cette observation qu'un pareil couple, exposé pendant le jour à la lumière, ne doit pas être saturé à un moment donné; la lumière détruisant ainsi, au fur et à mesure, par le choc dissociant de certaines de ses vibrations, le travail accompli chimiquement.

Il peut y avoir, surtout dans le voisinage de la saturation, équilibre entre les deux actions antagonistes, comme aussi elles peuvent, suivant le cas, l'emporter l'une sur l'autre, et fournir alors, indéfiniment, puisque la matière première se reconstitue chaque fois, des courants alternatifs qu'il est aisé de redresser.

Finalement, c'est la lumière qui fournit, par intermédiaire, l'énergie disponible.

Dans bien des couples pour lesquels j'ai pu observer une semblable persistance du courant, il faut rechercher la part revenant à l'action discontinue de la lumière qui n'atteint pas toujours, cependant, la réduction complète du composé formé avec régénération du métal.

Je cite ces faits pour montrer combien le phénomène principal, qui fait l'objet de cette étude, est susceptible de se compliquer, par instant, de causes perturbatrices ou auxiliaires qui peuvent, à la rigueur, se rencontrer dans la nature, pour en fixer les effets, surtout avec l'aide du temps.

J'ai multiplié, le plus possible, mes expériences en faisant agir divers métaux sur des solutions minérales et organiques, moins pour obtenir un plus grand nombre de composés que pour vérifier, dans leur ensemble, les vues que je désirais démontrer, et que je résume ainsi : utiliser tous les centres d'attraction chimique, lors de la formation d'un composé, ou après coup, en dissipant en dehors de la molécule, sous la modalité voltaïque, l'excès d'énergie.

Ces vues, je les ai même étendues à un phénomène d'ordre purement physique, la dialyse, dont la force vive, absorbée

par les frottements, apporte une résistance que l'on peut atténuer en la transformant en courant électrique ([1]).

Deux conducteurs impolarisables, en relation chacun avec l'un des liquides séparés par le septum, donnent issue au courant spontané dont la fermeture augmente la rapidité du mouvement diffusif.

J'ai entrepris des recherches analogues, non encore terminées, sur la dialyse des gaz et des vapeurs.

Je me réserve, pour le moment, une étude entreprise depuis plusieurs années, et que des circonstances particulières m'avaient contraint d'interrompre.

Ci-dessous, j'ai tracé une première liste d'expériences. Parm, les composés obtenus, les uns sont solubles et cristallisables, les autres insolubles. Je donnerai dans peu de temps, je pense avec quelques faits complémentaires, les propriétés distinctives d'un certain nombre de corps ainsi préparés.

Certains, disposés en vase clos, ont donné lieu à un dégagement de gaz indiqué sur la liste par le symbole H.

Couples mis en expérience ayant déterminé, après fermeture du circuit, une action chimique accompagnée d'un courant.

Les produits retirés, solubles et cristallisables, ou insolubles, ont donné des caractères analytiques particuliers.

Sels d'Ammonium.

Sulfate : Étain. — Zinc, H. — Plomb. — Cuivre.
Azotate : Étain, H. — Plomb. — Cuivre. — Mercure.
Chlorure : Étain. — Antimoine. — Zinc, H. — Plomb. — Cuivre.

([1]) Dialyseur électrique : *Bulletin des travaux de la Société de Pharmacie de Bordeaux,* 1882, f° 272. — Expositions générale de Bordeaux 1882, universelle de Paris 1889. — Notice imprimée, 1882.

Phosphate : Étain. — Zinc, H. — Fer. — Plomb.

Carbonate : Étain. — Zinc, H. — Fer. — Plomb. — Cuivre.

Acétate : Étain, H. — Zinc, H. — Mercure.

Tartrate neutre : Étain, H. — Fer, H. — Plomb. — Cuivre. — Mercure. — Zinc, H.

Citrate : Zinc, H. — Cuivre.

Sels de Potassium.

Potasse caustique : Étain, H. — Zinc, H. — Cuivre. — Platine.

Chlorure : Étain. — Argent. — Plomb.

Bromure : Étain. — Argent. — Bismuth. — Cuivre. — Mercure. — Zinc, H. — Fer.

Iodure : Étain. — Argent. — Cuivre. — Mercure. — Plomb. — Zinc. — Fer. — Platine.

Azotate : Étain. — Zinc, H. — Fer. — Plomb.

Azotite : Mercure.

Chlorate : Étain. — Fer. — Zinc. — Plomb. — Cuivre.

Perchlorate : Étain. — Fer. — Zinc, H. — Plomb. — Cuivre.

Chromate : Zinc.

Dichromate : Étain. — Zinc, H. — Plomb. — Cuivre. — Mercure.

Permanganate : Étain. — Zinc. — Mercure.

Silicate : Zinc.

Carbonate : Étain. — Zinc, H.

Tartrate, acide : Zinc.

Citrate : Étain.

Sels de Sodium.

Soude caustique : Plomb.

Chlorure : Étain. — Zinc, H. — Fer. — Argent. — Plomb. — Cuivre. — Platine.

Fluorure : Étain. — Argent.

Sulfhydrate : Étain, H. — Plomb.

Sulfite neutre : Étain. — Antimoine. — Mercure. — Fer.

Hyposulfite : Étain. — Zinc, H, H^2S. — Cuivre. — Mercure. — Plomb. — Argent.

Sulfate : Étain. — Zinc, H. — Fer. — Plomb.

Phosphate : Étain. — Zinc, H. — Plomb.

Borax : Étain. — Zinc. — Cuivre.

Tartrate neutre : Étain. — Zinc, H. — Cuivre.

Salicylate : Fer.

Sels de Calcium.

Eau de chaux : Zinc. — Cuivre.

Chlorure : Étain. — Zinc. — Fer. — Plomb. — Cuivre.

Azotate : Zinc. — Cuivre. — Plomb.
Hypophosphite : Étain.

Sels de Baryum.

Chlorure : Zinc, H. — Cuivre.
Azotate : Étain. — Plomb.
Hypophosphite : Étain.

Sels de Strontium.

Chlorure : Étain. — Zinc, H. — Cuivre.

Sels de Magnésium.

Sulfate : Étain. — Zinc, H.
Acétate : Étain. — Plomb.
Citrate : Étain. — Cuivre.

Sels d'Aluminium.

Alun ordinaire : Zinc, H. — Cuivre.

Sels de Fer.

Chlorure ferrique : Étain. — Zinc. — Bismuth. — Cuivre. — Nickel. — Antimoine. — Mercure.
Iodure ferrique : Fer. — Étain. — Mercure.
Sulfate ferrique : Étain. — Zinc. — Bismuth. — Cuivre.
Acétate ferrique : Étain.
Citrate ferrique : Étain.
Citrate de fer ammoniacal : Étain. — Plomb.
Tartrate de fer et de potassium : Étain.

Sels de Nickel.

Chlorure nickeleux : Étain.
Sulfate nickeleux : Étain.

Chrome.

Alun de chrome : Étain. — Zinc, H.

Sels de Zinc.

Chlorure : Étain. — Zinc.
Sulfate : Étain. — Zinc. — Cuivre.
Iodure : Étain. — Fer. — Mercure.

Plomb.

Acétate neutre : Étain. — Cuivre.

Antimoine.

Émétique ordinaire : Étain. — Plomb. — Cuivre.

Cyanures.

Cyanure de potassium : Étain. — Argent. — Plomb. — Mercure. — Cuivre, H. — Zinc, H. — Fer.

Ferro-cyanure de potassium : Cuivre. — Mercure.

Ferri-cyanure de potassium : Étain. — Zinc. — Fer. — Plomb. — Cuivre. — Mercure.

Sulfo-cyanate de potassium : Étain. — Zinc, H. — Plomb. — Cuivre.

Sulfo-cyanate d'ammonium : Étain. — Zinc, H. — Fer, H. — Cuivre.

Acide acétique : Étain.

Sulfate de quinine : Étain, H. — Fer. — Zinc, H. — Cuivre.

Triméthyl-amine : Cuivre.

Iodure de tétraméthyl-ammonium : Cuivre.

Urée : Zinc, H. — Fer, H. — Cadmium. — Nickel.

Nitrate d'urée : Zinc, H. — Fer. — Étain, H. — Nickel. — Cuivre. — Mercure.

Glycérine : Cuivre.

Glycérine calcaire : Zinc. — Fer. — Étain. — Plomb. — Cuivre.

Sucre de canne : Étain. — Zinc. — Cuivre.

Sucre en solution ammoniacale : Zinc, H. — Cuivre.

Sucrate de chaux : Étain. — Zinc, H. — Fer. — Plomb. — Cuivre.

Lactose : Zinc, H.

Lactose ammoniacale : Étain, H. — Zinc, H. — Cuivre.

Lactose calcaire : Zinc, H.

Glycirrhizine ammoniacale : Zinc, H.

Mannite : Étain. — Zinc, H. — Cadmium. — Plomb. — Cuivre.

Hydrate de chloral : Étain. — Zinc, H.



Héliog Dujardin . Paris

Fournet

NOTICE NÉCROLOGIQUE

SUR

RIC FOURNET

M. MICÉ
ÉMIE DE CLERMONT

modestes communes
rée, un homme suc-
die. Le lendemain,
traite, M. Numa
du village, au
. deux jours
physiques
pouvait
vague-
ue,
e



NOTICE NÉCROLOGIQUE

SUR

FRÉDÉRIC FOURNET

PAR M. MICÉ

RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE CLERMONT

Le 17 juin dernier, dans une des plus modestes communes du Lot-et-Garonne, loin de toute voie ferrée, un homme succombait à une longue et implacable maladie. Le lendemain, un ami d'enfance, employé des Postes en retraite, M. Numa Soulé, élevait la voix sur le seuil de l'église du village, au moment du départ du cercueil pour Bordeaux, et, deux jours après, des représentants de la Société des Sciences physiques et naturelles suivaient les obsèques; mais aucun ne pouvait prendre la parole sur la tombe, car, si on connaissait vaguement les mérites du collègue disparu, — si on savait que, parti de peu, il était arrivé à une haute considération et à une grande fortune, — il avait fait son chemin dans un passé déjà nébuleux à une époque où tout va vite, et les membres présents ne pouvaient dire, au juste, ce qu'il avait été et par quels efforts persévérants il s'était fait une place au soleil.

J'ai voulu combler cette lacune. Ayant obtenu la promesse d'une insertion dans nos *Mémoires*, j'ai prié la veuve de celui qui fut un de mes maîtres de m'envoyer des renseignements destinés à compléter ou à préciser mes souvenirs, — ce qu'elle a fait avec une telle bonne grâce et une telle exactitude de détails que je ne saurais trop la remercier de sa collaboration.

Pierre-Frédéric Fournet naquit à Agen le 8 décembre 1815. Son père, géomètre en chef du cadastre, n'avait, pour élever quatre enfants et soutenir de vieux parents peu fortunés, que le modeste traitement attaché à ses fonctions; mais il s'était formé tout seul, connaissait le prix du savoir et du travail, et il s'employa à procurer à ses fils ce qu'il considérait comme la meilleure et la plus sûre des dotations. Il confia Frédéric à un vieux savant, très dur pour ses élèves, Bartayrès, qui, émerveillé de la précocité de l'enfant, lui fit commencer le latin dès l'âge de cinq ans. Les délassements du jeune écolier consistaient à construire, le jour, des écluses, des moulins en carton, qu'il actionnait avec les petites chutes d'eau se trouvant à sa portée, — à jouer, le soir, avec son père, des parties d'échecs, dans lesquelles il lui arrivait de trouver parfois de très heureuses combinaisons.

Après quelque temps de séjour au collège d'Agen, il obtint, à Cahors, le 22 août 1831, le diplôme de bachelier ès lettres. Il étudia trois ans la médecine auprès du Dr Besançon, et il eût volontiers continué dans cette voie si son père eût été à même de lui en fournir les moyens. La pharmacie paraissant moins longue comme études et plus immédiate comme résultats, on le plaça à Bordeaux chez Magonty, d'où il sortit, avec un certificat élogieux, pour devenir, peu après, interne à l'hôpital Saint-Louis, à Paris.

Mais il fallait arriver à se suffire en utilisant les connaissances acquises. Fournet s'adresse à un conseiller d'État, député du Lot-et-Garonne, qui, par l'entremise du baron Thénard, le fait entrer, en avril 1838, au laboratoire de Gay-Lussac. Celui-ci l'observe quelques mois et, par lettre du 18 décembre, le recommande comme préparateur à Laurent, qui venait d'être nommé professeur de chimie à la Faculté des sciences de Bordeaux (récemment créée), et que son éminent correspondant ne manquait pas de féliciter d'une situation définitive, « méritée depuis bien longtemps. » Fournet, agréé d'emblée, fait le voyage de Paris à Bordeaux en compagnie de

Mme Laurent, qui venait rejoindre son mari; il débute en janvier au laboratoire et est nommé à titre définitif par Salvandy le 27 mars 1839.

Il était alors logé à la Faculté même, dans une pièce ayant servi de Conciergerie à la Prison municipale et située au-delà (en allant vers le jardin de la Mairie) de la partie du bâtiment de la rue Montbazon occupée par la Faculté des lettres. Un artiste de Paris, Claire, a fait de cette pièce le cadre de sa « Comparution de Thérésia Cabarrus devant Tallien ». C'est là, pense-t-il, que la belle marquise de Fontenay aurait produit sur le trop célèbre proconsul la forte impression dont parle Arsène Houssaye dans *Notre-Dame de Thermidor* et qu'elle mit à profit pour adoucir le régime de la Terreur à Bordeaux. J'ignore si la fantaisie a eu quelque part au choix de ce milieu pour la scène à reproduire; mais on comprendra que Fournet — quand, arrivé à la période triomphante de son existence, il a vu le tableau à l'une des Expositions de la Société des Amis des Arts — se soit empressé de l'acheter et de mettre en lumière, dans son salon de la place Tourny, une œuvre lui rappelant la modeste chambre qu'il avait tout d'abord occupée dans notre ville.

Mais revenons à notre jeune savant. Le voilà désormais attaché à un illustre maître, dont le nom, inséparable de celui de Gerhardt, est resté, dans l'histoire de la chimie, comme symbole de la hardiesse dans les conceptions unie à la plus grande loyauté dans le récit des confirmations ou infirmations de l'expérience.

Aux leçons de ce chef, — dont le petit livre *Cristallographie et Chalumeau,* publié vers cette époque, donnerait, au besoin, une idée, — une nature enthousiaste comme celle de Fournet ne pouvait que s'éprendre d'un bel amour de l'Enseignement. Une circonstance particulière acheva de lui démontrer la puissance d'une parole convaincue quand elle s'exerce sur une science de la plus grande utilité sociale. Il avait été déjà maintes fois appelé par le Parquet de Bordeaux pour des

analyses légales, lorsqu'il eut l'honneur d'être coexpert d'Orfila et de Jules Cloquet à Périgueux, devant la Cour d'assises. Les illustres professeurs de la Faculté de Paris confièrent à leur jeune collègue le soin de défendre, à l'audience, le rapport commun, et Fournet s'en tira avec un tel succès qu'ils le complimentèrent chaudement; que deux professeurs de l'École de médecine de Bordeaux, Mabit et Chaumet, se joignirent à eux, et que ce dernier fut prié par le Préfet de la Dordogne de lui présenter le jeune savant qu'il avait eu le plaisir d'entendre. Spontanément, les médecins et les pharmaciens organisèrent un banquet en l'honneur des deux illustrations de la capitale, et Fournet, désigné par les chimistes pour porter un toast à celui qu'on appelait déjà « le père de la toxicologie », vit confirmer par un nouveau triomphe celui de la journée. Dans sa joie, il pensa à son père et lui écrivit, à deux heures du matin, pour lui raconter tout ce qui s'était passé.

Ce succès, obtenu dans la journée du 8 juillet 1840, lui donne confiance en lui : il est nommé le 17 novembre suivant professeur de physique et de chimie de l'École supérieure communale, et il prend magistralement possession de sa chaire. Il acquiert, en 1842, à Bordeaux, le diplôme de pharmacien. Mais il continue à tirer profit de ses connaissances pratiques en se livrant aux analyses commerciales, en compagnie de M. Dupouy, fondeur en métaux précieux.

Il nourrissait, d'autre part, l'idée de créer des usines, — témoin cette inscription, du 20 mars 1840, sur la couverture d'un de ses cahiers : « Divagations chimico-industrielles et » autres. *Audaces fortuna juvat.* Travail, courage, ambition. » FOURNET. » Le jeune homme, on le voit, rêvait l'avenir qu'il a eu, puisqu'il devait fonder à Bordeaux, dans quelques années, ce qu'on a appelé avec raison « la grande industrie chimique » (c'est le nom qu'on s'accorde à donner à la fabrication de l'acide sulfurique et des principaux produits commerciaux qui en dérivent).

Les débuts ne pouvaient être que modestes. Fournet s'as-

socie, le 17 octobre 1842, avec Laurent et M... pour fonder, au chemin de Saint-Genès (qui appartenait alors à la commune de Talence), une usine destinée à la fabrication du vitriol bleu par le traitement sulfurique des sables cuprifères de Corocoro (Bolivie) et à l'exploitation de dolomies de l'Adour. Chargé de la direction immédiate des ouvriers et du travail, il quitte son domicile de la Faculté pour aller séjourner à l'usine. Mais le capital social (5,000 francs pour chacun des trois contractants) est bientôt absorbé par les annuités à payer aux anciens propriétaires, par la construction des bâtiments, les approvisionnements, les délais à accorder aux acheteurs : M... demande à se retirer, Laurent ne tarde pas à être appelé à la Sorbonne; on liquide honorablement.

Fournet va habiter rue Bouffard, et, resté détenteur du matériel, il le transporte à l'Hôtel des Monnaies (Hôtel actuel des Postes), rue du Palais-Gallien, après avoir contracté une alliance avec le directeur de l'Établissement, M. V... Il fait breveter, le 18 octobre 1845, un procédé de fabrication du sulfate de cuivre, consistant dans le grillage préalable du métal natif ou oxydulé de Corocoro et devant diminuer de moitié la quantité d'acide sulfurique nécessaire. (L'acide sulfureux qu'on produisait antérieurement n'était pas perdu, mais il fallait le transformer en acide sulfurique, opération accessoire qui angmentait pas mal les frais.) On utilise là, comme autre matière première, les eaux-mères cuivreuses de la Monnaie; on ajoute la fabrication du vitriol vert à celle du vitriol bleu; enfin, on édifie de petites chambres de plomb pour avoir sous la main, au lieu de le faire venir de loin, l'agent principal (l'acide sulfurique).

Tous ces développements exigent des capitaux. V... n'en manque point; Fournet, ne pouvant fournir sa part, est contraint de céder la place à un autre associé, M. D..., qui reste seul plus tard et bénéficie des avantages du brevet. L'affaire marchait encore très bien en 1872, mais elle ne comprenait plus la fabrication de l'acide sulfurique. Fournet était devenu

alors le grand fournisseur de ce produit de premier ordre et D... était, pour cet objet, un de ses tributaires.

Ici se place un événement qui, toujours grave dans la vie, a exercé sur celle de Fournet une influence exceptionnelle : il épouse, le 8 février 1846, Mlle Castaing, de peu d'avoir, mais de grand bon sens, modérant l'ardeur de son mari et prête cependant à le seconder de tout son pouvoir s'il se lance à nouveau. Désormais tout lui réussira, car si elle a foi en son savoir, elle le rendra calme et prudent, et ces qualités, toujours utiles, sont de première nécessité quand on se lance dans le tourbillon du commerce et de l'industrie.

Les déboires éprouvés et l'influence d'un aimable intérieur ramènent quelque temps Fournet à la science et à l'enseignement : il se fait recevoir à Bordeaux, en 1847, bachelier ès sciences physiques; il entre, le 28 décembre de la même année, à la Société Philomathique, qui siégeait alors rue Porte-Dijeaux et était présidée par Duffour-Dubergier, maire de la ville.

Surviennent les événements de février. Proclamation de la République, — abolition du serment politique, des titres de noblesse, de la peine de mort en matière politique, de l'esclavage dans les colonies, du suffrage restreint, — tous ces actes et l'ère nouvelle qu'ils promettent ne pouvaient laisser indifférent un homme de trente-deux ans, éclairé, judicieux, droit, et qui fréquentait assidûment le salon politique et littéraire de Rabanis, l'éminent doyen et professeur d'histoire de la Faculté des lettres. Il fut de la plupart des manifestations patriotiques et libérales du temps et, en vue des élections à l'Assemblée constituante, un des fondateurs de la Société fraternelle de la Gironde, dont le programme comportait l'étude des questions d'organisation du travail, de forme et de responsabilité du Pouvoir exécutif, de sa nomination, de publicité ou non des votes des représentants du peuple, d'égalité ou non dans le recrutement de l'armée, de réforme des lois de douane, d'assiette de l'impôt, d'admissibilité (élection, concours) aux

emplois publics, d'inamovibilité pour certaines fonctions, de séparation ou non des Églises et de l'État, d'enseignement (monopole de l'État, gratuité, obligation), etc., etc. Fournet fut un des secrétaires adjoints (élus) du Bureau de cette Société, dont Rabanis était président; Eugène Tandonnet, Bazin, Rollier, Borchard, Delprat, vice-présidents; Duboul, Abria, secrétaires; Bersot, Boissière, Lebesque, fondateurs. Notre jeune chimiste était là en bonne compagnie.

Mais le 10 décembre arrive, la République semble définitivement constituée; Fournet revient à ses études.

Avec Félix Bernard, qui, reçu depuis docteur ès sciences physiques à Bordeaux, devint professeur de physique à Clermont; avec Delbos, un des ouvriers de la première heure de la Société d'Histoire naturelle de Bordeaux, qui, après avoir professé à la Société Industrielle de Mulhouse, finit sa carrière dans la chaire de géologie de la Faculté de Nancy, — Fournet fonde en 1849, et sous le patronage moral de la Faculté, un cours de préparation au baccalauréat ès sciences physiques. Pendant cette même année, il est un des secrétaires du Comité d'administration de la Société Philomathique. Le 30 janvier 1851, il inaugure aux Classes d'adultes un cours public et gratuit de chimie appliquée.

Les idées de chimie industrielle lui reviennent. Éclairé par l'expérience, secondé par un aide de tous les instants et dont le dévouement égale l'intelligence, il compte bien réussir cette fois. Après deux congés employés à l'étude de ses projets, il donne, en mai 1851, sa démission des diverses fonctions qu'il occupait à Bordeaux et va créer, à Toulouse d'abord, à Agen ensuite, en exploitant les eaux du gaz de ces villes, des fabriques de sulfate d'ammoniaque. Les deux usines, bien installées, bien conduites, donnent des bénéfices; la modeste dot de M[me] Fournet, employée à ces créations, est maintenant une petite fortune.

Le jeune ménage, devenu concessionnaire des eaux de notre grande usine à gaz, revient à Bordeaux en 1856, s'installe rue

Pierre, dans le petit coin à lui concédé par la Compagnie, et produit des masses d'un sulfate d'ammoniaque très blanc et fort recherché du commerce. La chaux destinée à dégager le gaz des eaux était fabriquée là; on la vendait d'ailleurs à la Compagnie du gaz elle-même pour le service des épurateurs.

Mais tout cela, c'est de la petite industrie : il faut arriver à faire en grand l'acide sulfurique. Fournet cherche un emplacement qui soit à la fois et assez vaste pour permettre à l'usine qu'il rêve de grands développements, et assez bien situé pour rendre faciles les approvisionnements et les expéditions, pour ne pas éveiller les justes susceptibilités du Conseil d'hygiène. Il trouve enfin la propriété d'Artigues-Vieille, boulevard de l'Impératrice, sur le territoire de la commune de Caudéran, et l'achète 18,000 francs après s'être associé à un ami pour l'ensemble des affaires projetées. Cet immeuble a été accru depuis par de nombreuses annexions qui l'ont amené à contenir trois hectares et à donner sur quatre rues.

On procède immédiatement au transfert des industries (chaux, sulfate d'ammoniaque) de la rue Pierre et à l'édification de vastes chambres de plomb. Le soin apporté par Fournet à tous les détails était vraiment remarquable : il a présidé à la soudure autogène de toutes les plaques et je l'ai vu retirer le chalumeau oxhydrique des mains de l'ouvrier pour s'assurer par lui-même de la fermeture hermétique de points lui paraissant douteux.

Voyant l'engrenage dans lequel sont pris les créateurs d'industries, l'ami demande à se retirer au bout de deux ou trois ans, alors que l'usine n'est pas encore en rapport. Fournet redoute de l'avoir effrayé par ses projets et, délicatement, lui offre de rester seul pour l'affaire principale, se contentant de continuer la fabrication du sulfate d'ammoniaque. Mais l'associé insiste. Fournet fait flèches de tous bois, vend (avec sérieux bénéfices) ses usines d'Agen et de Toulouse, s'adresse pour le complément à la famille, parvient ainsi à rembourser celui sans lequel il n'aurait peut-être pas entrepris, et sa dame

et lui s'installent à Artigues-Vieille (mars 1861) avec des ressources presque épuisées, mais résolus à tous sacrifices et à tous efforts pour sauver ce qui en reste et le faire fructifier.

Le sulfate d'ammoniaque produit est toujours superbe : il titre 0,220 d'azote (certificat 24 octobre 1860 du Vérificateur en chef des engrais de la Gironde), alors que la proportion théorique est de 0,212, c'est-à-dire qu'il est d'une pureté absolue. — Une argile de grande blancheur et dépourvue de fer est découverte près de Coutras : elle est, après cuisson convenable, facile à broyer par une machine à vapeur, et, en cet état, elle se transforme aisément en sulfate d'alumine, qu'on offre au public sous forme de pains. — Les deux sels précédents, combinés, fournissent un alun qui, dans les grandes cuves qu'on lui offre, cristallise en octaèdres groupés aussi gros que limpides; ce produit et le sulfate d'alumine prennent le chemin des teintureries et des papeteries.

On fait maintenant des chaux grasses, non seulement pour les usages intérieurs de l'usine et les épurateurs du gaz, mais aussi pour les stéarineries et tanneries, pour les constructions et à titre d'amendement des terres. Fournet fait breveter un procédé, consistant à chauffer dans un courant d'air la chaux sortant des épurateurs et à brûler dans le foyer du four les huiles infectes s'en dégageant, qui permet l'accumulation dans les usines de cette chaux revivifiée et son emploi en agriculture ou dans les constructions exigeant le « mortier bâtard » (le sulfure de calcium formé par le sulfhydrate d'ammoniaque du gaz s'étant transformé en sulfate de chaux lors du grillage). — Des marnes de qualité ou des argiles comme celle de Coutras servent à la production de chaux hydrauliques naturelles ou artificielles.

L'acide sulfurique est fabriqué avec du soufre de Girgenti (Sicile) : aussi est-il exempt d'arsenic et convient-il pour les laboratoires, particulièrement pour les recherches de médecine légale; pour la préparation des produits alimentaires (boissons gazeuses, sirops de glycose, oléomargarine des fabriques

d'acide stéarique, etc.); pour celle des produits pharmaceutiques. Par ses brochures, ses notes dans les journaux, ses démarches, Fournet arrive à le faire accepter (car il coûte plus cher au fabricant) à un prix plus élevé que celui des acides de Lyon ou de Rouen, préparés avec des pyrites, et qui avaient jusqu'alors presque exclusivement alimenté le marché de Bordeaux. La renommée de cet acide pur et qu'il garantissait concentré à 65°,5, a fini par être si grande que, parmi les maisons auxquelles il le livrait, j'en ai trouvé une de Buenos-Ayres, qui avait traité pour dix tourilles par mois.

Ayant le soufre et une puissante machine à broyer complétée par un tamis mécanique, Fournet prépare pour les viticulteurs du soufre trituré fin et démontre, par des expériences exécutées chez lui ou dans diverses propriétés, qu'il est aussi actif contre l'oïdium que le soufre sublimé, tout en coûtant 30 0/0 moins cher. De novembre 1860 à juillet 1863, il est peu de séances de la Société d'Agriculture de la Gironde dans lesquelles il n'ait pas été question de ces deux soufres : leur lutte dans ce sanctuaire et sur le terrain a été si ardente qu'elle a donné à un spirituel écrivain au courant des actualités bordelaises l'idée de publier une pièce en un acte et en vers, intitulée : *Les Médecins de Madame Lavigne,* dans laquelle les principaux personnages, « le Sublimé » et « le Trituré », plaident à tour de rôle leur cause et essaient de l'emporter dans l'esprit de leur malade.

Fournet prépare et expérimente d'ailleurs d'autres produits antioïdiques, notamment le sulfure de calcium, qu'il obtient, par la réduction au rouge et à l'aide du charbon, du sulfate de chaux résidu des stéarineries.

On fait du sulfate de soude avec le produit des sécheries de morues et des magasins de La Rousselle qui porte le nom vulgaire de « sel de coussin » : c'est le sel qui a servi à conserver le poisson et est devenu infect en s'imprégnant de ses ptomaïnes et des autres produits d'une putréfaction naissante. Ce sel, rejeté de tous les usages, était détruit sous la sur-

veillance de la Douane. Fournet l'utilise en le faisant griller sur la sole d'un four à réverbère brûlant ses émanations, le reprenant par le minimum d'eau et le faisant cristalliser; il s'assure, par un brevet de quinze ans, de cette abondante et économique matière première, dont les quantités employées ont été telles, pendant quelques années, que trois agents des Douanes étaient affectés, pour leur contrôle, à l'usine d'Artigues-Vieille. Le sulfate de soude, généralement mêlé (à parties égales) avec le sel reconstitué, est vendu aux verreries. — L'acide muriatique produit en même temps que lui trouve son écoulement dans les distilleries de grains.

Une certaine quantité de sulfate de soude est donnée aussi par la fabrication de l'acide nitrique, pour laquelle on emploie, bien entendu, le nitrate de soude du Pérou et du Chili.

Le sulfate d'ammoniaque et la chaux fournissent de l'ammoniaque à peu près pure, qui est ou vendue au commerce après dissolution saturée, ou transformée en chlorhydrate, en azotate : le premier de ces sels est utilisé par les soudeurs, les étameurs, les fabricants de « fer galvanisé »; le second, pour la production économique du froid, particulièrement dans la « glacière des familles ».

Le sulfate de soude devient, par le procédé Leblanc, du carbonate, et celui-ci est utilisé dans les savonneries sous le nom de « soude »; vendu aux droguistes sous le nom de « cristaux » pour servir ensuite, dans les ménages ou les grands établissements (casernes, collèges, hôpitaux, hospices, colonies pénitentiaires, etc.), à divers nettoyages ou à la lessive artificielle.

Surchargé d'acide carbonique, le carbonate devient du « sel de Vichy artificiel », d'autant plus assimilable au « naturel » que celui-ci n'est qu'un sel reconstitué par le même procédé, mais avec l'acide des caves de l'Établissement. Celui d'Artigues-Vieille était, aussi bien que l'autre, accepté par les pharmaciens.

Quantité de traités, trouvés dans les papiers du défunt,

montrent l'importance des commandes qui lui étaient faites par les industriels de Bordeaux ou du Sud-Ouest et signalent le grand nombre d'usines nouvelles qui se sont créées là, se rangeant autour de la sienne comme des planètes autour de l'astre central dont elles attendent la chaleur et la vie.

Les cahiers de laboratoire ne sont pas moins intéressants à consulter : ils démontrent que rien n'était laissé au hasard; qu'à chaque nouvelle entreprise, un projet était dressé, comprenant appareils, outillage, constructions au besoin, estimation des matières premières, prix de revient et prix courant du nouveau composé, appréciation du bénéfice par 100 kilos; qu'aucun achat ne se faisait sans analyses; que le titre des produits livrés était également déterminé.

Tant de souplesse d'esprit, d'activité, de savoir et de soin, allait enfin recevoir sa récompense. Déjà, à l'Exposition de la Société Philomathique de 1859, le Jury, en décernant une médaille d'argent, avait prédit l'avenir en ces termes : « Les » connaissances scientifiques et industrielles de M. Fournet, sa » persistance, sa ténacité, les heureux résultats qui doivent en » découler pour la prospérité de Bordeaux, nous le font classer » au premier rang de nos industriels. » Il n'avait cependant guère fait jusqu'alors que du sulfate d'ammoniaque, du sulfate d'alumine, de l'alun et de la chaux. Mais, à l'Exposition suivante (celle de 1865), Artigues-Vieille avait acquis le développement que nous venons d'indiquer, une véritable collection de produits chimiques était placée sous les yeux du public, et la Commission, dont faisaient partie Barreswil et Tresca (de Paris), Salvetat (de Sèvres), Dumas fils (directeur de la Monnaie de Bordeaux), des professeurs de la Faculté des sciences et de l'École de médecine, des ingénieurs, des chefs d'institutions, déclarait, par l'organe de son rapporteur Royer, que M. Fournet avait « dépassé les prévisions du Jury de 1859 et les espé» rances que faisait naître son usine; qu'il avait rendu des » services réels à la viticulture, dont les produits sont une » des bases principales de la production de la Gironde et des

» départements voisins; qu'il avait su se rendre éminemment » utile à l'industrie et contribuer au développement de la » richesse du pays; » qu'il méritait, en conséquence, une des quatre médailles d'or de l'Empereur; et cette haute distinction lui était accordée.

Dès lors, la période militante de l'existence de ce grand lutteur est terminée; son sort est assuré, son usine est classée, le Préfet le comprend (1867) dans la liste des « Notables commerçants ». Loin de s'étourdir du triomphe, il songe à l'ami qui l'a un moment aidé au début et qui cependant a failli tout compromettre par sa brusque retraite : il lui envoie dix mille francs.

Après la guerre, Fournet, toujours au courant des progrès et à l'affût des besoins locaux, entre dans une voie nouvelle : Georges Ville a depuis longtemps terminé ses belles expériences; il est désormais démontré qu'un sol peut largement rémunérer le capital qu'il représente et le prix du travail qu'il exige, alors même qu'il ne reçoit, avec la semence, que des engrais minéraux; que ces engrais sont, en tout cas, quand on les compose avec intelligence, l'adjuvant commercial le plus économique du fumier de ferme.

On a trouvé des quantités de phosphates de chaux dans le Tarn-et-Garonne : Fournet court dans le Lot, avec sa trousse de minéralogiste, et, guidé par la géologie, il découvre là, à Larnagol, des nodules qui lui semblent constituer de nouveaux gisements; il en reconnaît la nature, la richesse, et s'empresse (17 juillet 1871) d'acheter le terrain qui les contient. Il traite avec la manufacture de Saint-Gobain pour une livraison de ce produit devant s'élever, en cinq ans, à la formidable somme de trois millions; trouve, du côté de Saint-Sébastien et de Santander, de beaux gisements de pyrite, qu'il destine à la préparation d'un acide à bas prix dans lequel la présence de composés arsenicaux est sans inconvénient; parvient à démon trer dans les colonies l'importance, pour la culture de la canne à sucre, des phosphates de chaux traités par l'acide sulfurique; achète alors un navire, *l'Alice-et-Marie*, pour expédier ces

phosphates et apporter à Bordeaux les pyrites, les chlorures de potassium de Stässfurth ou les nitrates de soude du Chili; est prêt enfin à installer chez lui, dans toute son ampleur, la fabrication des engrais minéraux.

Mais toute cette fièvre inquiète Mme Fournet. Son mari compte plus de cinquante-six ans, et ce n'est pas sans une sérieuse atteinte des voies respiratoires qu'il en a passé trente dans des émanations acides ou fétides; ils se sont surmenés l'un et l'autre et n'ont personne à qui transmettre une affaire aussi vaste. Le 17 juin 1872, ils cèdent à la Société anonyme des Produits chimiques agricoles, moyennant la somme de 600,000 francs, l'usine, un traité pour l'achat de 10,000 tonnes de pyrite d'Espagne, 20 carrières de phosphate de chaux, un traité pour la fourniture à Saint-Gobain de 15 à 30,000 tonnes de ce phosphate, diverses autres conventions de ventes et le navire. Ils restent propriétaires des matières premières et des marchandises en magasin.

Le « fondateur de la grande industrie chimique à Bordeaux » est désormais millionnaire et peut goûter un repos mérité. Mais il ne saurait être oisif : il demandera quelques joies scientifiques à notre Société, des satisfactions esthétiques à celle des Amis des Arts ou à la Société Philharmonique. La fréquentation des philomathes lui rappellera son ancienne passion de l'enseignement, et il fera partie, en 1882, de deux jurys (Installation des usines, Produits chimiques), ses collègues du premier l'appelant à l'honneur de les présider. Il lira les ouvrages ou publications périodiques de nature à le renseigner sur les progrès de l'esprit humain, et, quand une double cataracte compliquée d'amaurose fera tomber de ses mains le journal ou le livre, les yeux et la voix de sa femme lui procureront sa nourriture spirituelle quotidienne.

Nous avons dit son culte pour l'amitié. Voici un autre trait de générosité de la période militante de sa vie :

Il avait pris, le 20 février 1856, un brevet de quinze ans pour perfectionnement à la préparation des acides citrique et

tartrique : le chauffage à feu nu et la présence de l'air pendant les concentrations ayant pour résultats, comme lorsqu'il s'agit du sucre, d'altérer les matières organiques accompagnant l'acide et l'acide lui-même, de colorer les eaux-mères, de gêner la cristallisation et de diminuer le rendement, il voulait employer un appareil à évaporer dans le vide, chauffé à la vapeur, à surface intérieure revêtue d'un métal préservateur (plomb ou, mieux, argent). Il s'était assuré en petit, dans son laboratoire, de la réussite de son idée, et il allait monter la fabrication lorsqu'il apprit que Mme B..., de Lyon, était, pour cause de ruine imminente, sur le point d'abandonner son usine d'acide tartrique. Ému à la pensée du « coup de grâce » qu'il allait lui donner, fort occupé d'ailleurs à ce moment par les diverses industries qu'il avait créées ou qu'il songeait à créer encore, il lui céda son brevet à titre gracieux, lui fit gagner un gros procès intenté par un concurrent et la remit bientôt complètement sur pied. Le fils de cette dame, le jeune ingénieur B..., s'est empressé, en apprenant la mort du bienfaiteur de sa famille, de remercier Mme Fournet de la grosse fortune que le brevet lui avait permis d'acquérir.

Mon excellent ami s'est montré aussi généreux après la victoire qu'il l'avait été pendant la lutte. Il a largement gratifié ses collaborateurs, secouru des alliés de ses maîtres, aidé des parents à lui ou à sa femme, et si je connais ces détails, ce n'est ni par lui, ni par celle qui lui survit et qui s'associait de tout cœur à ses œuvres, — si j'en parle, c'est avec la certitude que les personnes qu'il a obligées seraient les premières à proclamer, à l'occasion, tout ce qu'elles lui doivent. — Sa dame et lui ont fondé chacun un lit à l'Asile Albert-Brandenburg (Œuvre de l'hospitalité de nuit).

Il a racheté et restauré en 1870 le vieux château de Daubèze, propriété de famille, et acquis, en même temps, la résidence du général de Gondrecourt, à La Montjoie. C'est là qu'il a passé ses trois ou quatre dernières années, celles de souffrance et de cécité; là qu'il a succombé, à près de quatre-

vingts ans, à la bronchite chronique qui l'étreignait depuis plus d'un quart de siècle. Là aussi il a fait du bien, et beaucoup : il a doté la commune d'une pompe à incendie, d'un bureau de poste avec fil télégraphique et d'une foule de riens qui sont le charme et l'ornement des campagnes.

Il a encouragé toutes les Sociétés utiles ou savantes, particulièrement la nôtre : ayant entendu dire, à une de nos séances, qu'en l'état de nos finances il y aurait peut-être témérité à faire les frais d'un étalage de nos Œuvres à l'Exposition 1882 de la Société Philomathique, il nous a donné une somme de ***dix mille francs***. (Voir nos ***Mémoires***, 2e série, t. V, p. 22 et 23 des Extraits des procès-verbaux, séance du 1er juin 1882.) En reconnaissance, la Société l'a porté à la vice-présidence et, plus tard, prenant possession de la salle qui lui a été attribuée dans le palais des nouvelles Facultés, elle l'a nommé, par acclamation, son ***président d'honneur***.

Le Jury du 14e groupe de l'Exposition de 1882 a demandé, à l'unanimité, à la Société Philomathique qu'à l'occasion d'une solennité qui consacre d'une façon si éclatante les progrès de l'industrie chimique, dont M. Fournet a été l'un des fondateurs à Bordeaux, sa candidature à la Légion d'honneur soit posée à l'Autorité supérieure, bien qu'il ne soit plus exposant. Le Jury du 12e groupe s'est, à l'unanimité, associé à la pétition; mais la Société a eu le regret de ne pouvoir appuyer le vœu, des propositions ne lui étant demandées qu'en faveur des exposants.

Trois ans plus tard, le grand industriel bordelais obtenait les palmes académiques, et ce souvenir des services qu'il avait rendus à l'instruction publique était accueilli par lui avec une véritable joie.

S'il n'a pas été honoré de la haute distinction que nous aurions voulue pour lui, vous paierez à sa mémoire, Messieurs et chers Collègues, un juste tribut en faisant insérer cette notice dans vos *Actes*. Il ne s'agit pas d'ailleurs seulement d'un membre de la Société, de son bienfaiteur, de son premier

président d'honneur; il s'agit aussi du dernier survivant des hommes de la première heure de la Faculté des sciences, « cette véritable *alma mater* de notre Société, » comme le rappelait Fournet lui-même dans la lettre qui fut l'événement de la séance du 1er juin 1882.

Si la Mort eût attendu encore huit mois, nous célébrions les noces d'or de M. et de Mme Fournet. Ce rêve d'amis ne s'est pas réalisé. Je suis heureux, du moins, de pouvoir dater le présent éloge du jour où nous espérions fêter le cinquantenaire d'un ménage aussi uni que vaillant.

Clermont-Ferrand, le 8 février 1896.

